PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO

PUC/SP

Rogério Fernando Pires

O uso da Modelação Matemática na construção do Conceito de Função

MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

São Paulo

2009

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO

PUC/SP

Rogério Fernando Pires

O uso da Modelação Matemática na construção do Conceito de Função

*Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de **MESTRE PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA**, sob a orientação da **Professora Doutora Sandra Maria Pinto Magina.***

São Paulo

2009

Banca Examinadora

Ando devagar porque já tive pressa
E levo esse sorriso, porque já chorei demais
Hoje me sinto mais forte, mais feliz quem sabe
Eu só levo a certeza de que muito pouco eu sei,
Eu nada sei

(Almir Sater e Renato Teixeira)

*A meus avós Tereza, Vicente e Jose Pires (**in memorian**).*

*A meu irmão Jose Antonio (**in memorian**).*

A meus pais Jose Antonio e Benedita, fontes inesgotáveis de amor e incentivo.

A meus irmãos Gláucia e Sérgio, pelos momentos de nossa infância.

A minha avó Jacira e tia Maria, por compreenderem os motivos pelos quais tive que estar distante durante algum tempo.

A minha fiel escudeira Cleidir, por nunca se recusar em ler cada palavra desse trabalho, sempre dando uma palavra de incentivo.

AGRADECIMENTOS

À minha orientadora Professora Dra. Sandra Maria Pinto Magina, não só pela competência e sabedoria na orientação, mas sempre por buscar o melhor caminho a seguir e, também, pela paciência, dedicação, carinho e amizade que vem me dispensando ao longo de nossa jornada.

À Professora Dra. Sônia Pitta Coelho, pelas frases de estímulo e valiosos comentários no exame de qualificação que muito contribuíram para enriquecimento do meu estudo.

Ao Professor Dr. Rodney Carlos Bassanezi, pelos comentários no exame de qualificação que muito contribuíram para o enriquecimento da pesquisa.

À Professora Dra. Magda da Silva Peixoto, coordenadora do curso de licenciatura em Matemática da UFSCar (campus Sorocaba), por ter possibilitado meu primeiro contato com a modelagem matemática.

À Secretaria de Estado da Educação, por tornar esse sonho realidade, concedendo-me uma bolsa do Programa Bolsa Mestrado.

A todo corpo docente do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC–SP.

A todos os membros do grupo de pesquisa REPARE em Educação Matemática, coordenado pela Professora Dra. Sandra Maria Pinto Magina. Por serem muitos, não os nomearei, mas os tenho sempre no coração. Obrigado pelas valiosas contribuições ao longo da construção deste trabalho. Vocês exerceram a autêntica função de co-orientadores!

Em especial, à Professora Dra. Irene Cazorla, por todo respaldo estatístico na realização da análise dos dados.

Aos alunos da EMEF Prof. Jose Marcello, que fizeram parte deste trabalho, realizando cada uma das atividades da melhor maneira possível.

Em especial, à senhora Mercedes Grosso Jordão, diretora da EMEF Prof. Jose Marcelo pela disposição apresentada, procurando sempre ajudar da melhor forma possível.

À Professora de Arte Deborah Haddad, por ter realizado com os alunos (sujeitos desta pesquisa) o trabalho que serviu de inspiração para este estudo.

A todos os professores e funcionários da EMEF Prof. Jose Marcello.

Ao amigo Eli, por compartilhar do mesmo sonho em se tornar mestre, só que em Língua Portuguesa.

Ao amigo Valdemir, pelos momentos de descontração e aconselhamento.

Ao amigo Abrahão (inspetor de alunos mais eficiente que já vi), por ter acompanhado toda minha trajetória, desde a época de estudante no Ensino Fundamental.

Ao amigo Laerte (mano Menezes), pelos momentos de descontração na escola.

A amiga Enedi (Dico), pela grande ajuda nas exposições realizadas na escola nos finais de ano.

A amiga Daniela Zan, pelas conversas agradáveis nos momentos de intervalo.

A amiga Elizete (Lilica), pelo exemplo de vida, superação e alegria.

As minhas eternas professoras, as irmãs Kátia e Keli, exemplos de profissionalismo na carreira docente.

À direção da E. E. Prof. Benedicto Leme Vieira Neto, em especial, a vice-diretora Valéria por estar sempre pronta a ajudar.

Aos alunos da E. E. Prof. Benedicto Leme Vieira Neto, pela disposição em participar de nosso teste de eficiência.

A todos os professores e funcionários da E. E. Prof. Benedicto Leme Vieira Neto, em especial, os amigos Haroldo, Sandra, Edimara, Carmem e Ângela.

Agradeço, especialmente, o amigo David, que mesmo sendo professor de Geografia apresentou-me o Programa em Educação Matemática da PUC–SP.

Ao amigo Demerval (exemplo de disciplina e compromisso), pelo grande apoio no início de minha carreira.

Aos grandes amigos desde a época de graduação Jose Renato, Marcelo Stevaux e Marcelo Brasil (os mano), por sempre estarem a meu lado mesmo nos momentos mais difíceis.

E a Deus criador de todos nós, por ter colocado tanta gente boa em minha vida.

O Autor

RESUMO

O presente trabalho teve por objetivo realizar um estudo intervencionista para investigar as reais possibilidades de se introduzir o conceito de função afim no 7º ano do Ensino Fundamental, contrariando o que é tradicionalmente proposto nos documentos oficiais da educação brasileira. De fato, a função afim costuma ser introduzida apenas no 9º ano do Ensino Fundamental, ou, então, no 1º ano do Ensino Médio e nosso objetivo é abreviar tal introdução em, pelo menos, dois anos letivos. O estudo Propôs responder a questão: "**Quais as reais possibilidades de se introduzir o conceito de função afim no 7º ano do Ensino Fundamental por meio da resolução de problemas?**" e para respondê-la, foi realizado uma pesquisa, de metodologia quase-experimental, com 53 alunos de uma escola pública municipal, localizada na cidade de Salto de Pirapora, no interior de São Paulo. Esses alunos foram divididos em dois grupos; o Experimental (GE) formado por 29 alunos e que passou por uma intervenção de ensino para introduzir noções básicas sobre função afim – e o Controle (GC), composto por 24 alunos não passou por qualquer tipo de intervenção sobre o tema. Os alunos nunca haviam antes estudado formalmente função afim. Todos os participantes passaram por um pré e um pós-teste. A fundamentação teórica da pesquisa contou com a teoria a modelagem matemática proposta por Bassanezi (2007), seguindo os pressupostos da modelação matemática defendida por Biembengut e Hein (2007). Os resultados dos grupos no pré e pós-teste foram analisados de acordo com o número de respostas corretas e pelo tipo de erro. Foi confirmada a inexistência de diferença estatisticamente significativa entre os grupos no pré-teste. Porém, ao contrário do GC, o GE apresentou um desempenho significativamente melhor no pós-teste. Além disso, quando comparado os grupos, o superior desempenho GE sobre o GC no pós-teste foi estatisticamente significativo. Os resultados mostraram que a introdução das noções de função afim no 7º ano do Ensino Fundamental por meio da resolução de problemas é uma estratégia viável, pois ao final do estudo os alunos mostraram que se apropriaram de algumas noções como analisar o crescimento, decrescimento e construção de gráficos de uma função afim, noções essas que são importantes para o estudo desse assunto.

Palavras-chave: Função Afim, Modelagem Matemática, Resolução de Problemas, intervenção de ensino

ABSTRACT

This study aimed to achieve an interventional study to investigate the real possibilities of introducing the concept of affine function in the 7^{th} year of elementary school, contrary to what is traditionally offered in the official documents of the Brazilian education. In fact, function is usually introduced only in the 9th year of elementary school, or at 1^{st} year of high school, whilst our goal is to shorten this release for at least two school years. The research question of the study is: **What are the real possibility of introducing the concept of affine function in the 7th year of elementary school by means of solving problems?** In order to answer such question it was developed a quasi-experimental research which was conducted with 53 students from a public school sited in the Salto de Pirapora City, in São Paulo State. These students were divided into two groups: the experimental group (GE) – formed by 29 students who took part in a teaching intervention planned to introduce the basic concepts of affine function - and control group (CG), composed by 24 students who did not have any type of teaching on the issue. All students had never being formally studied function before. All participants were given a pre and a post-test. The study was based on mathematical modeling, inspired mainly in Bassanezi´s ideas (2007), as well as Biembengut and Hein (2007). The results in the pre and in the post-test, in the two groups, were analysed according to the number of correct responses and according to the types of errors students made. It confirmed that no significant differences were found between groups in the pre-test. However, in contrast to GC, GE performed significantly better in the post-test than in the pre-test. Moreover, when groups are compared, the superior performance of GE over GC in post-test was statistically significant. Finally, the results pointed out that introducing affine function to 7^{th} grade school, through problem solving and taking into account modeling mathematical, seems to be a suitable didactical strategy, since by the end of this study GE students were able to analyse the behavior of affine function graph, such as increasing and decreasing ,as well as to build the own function graph.

Keywords: Affine function, Mathematical Modeling, Problem Solving, Teaching Intervention

SUMÁRIO

1-A máquina de dobrar

Observe o desenho imaginário de uma máquina de dobrar um número.

x
.
.
.
3,5
3
2
1

2x
.
.
7
6
4
2

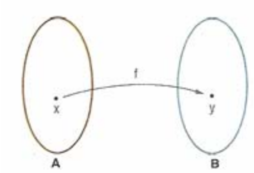
Veja que os números que saem, são dados em função dos que entram na máquina, ou seja, os números que saem dependem dos números que entram. Assim, a variável dependente é o número de saída e a variável independente é o de entrada.

Nesse caso, temos:

número de saída (N) é igual duas vezes o número de entrada (x) ou $N = 2x$ →regra da função ou lei da função

2-Definição e notação

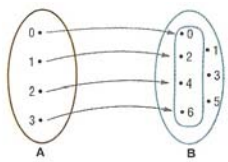
Dados dois conjuntos não vazios A e B, uma função de A em B (cuja notação é $f : A \to B$) é uma regra que diz como associar cada elemento $x \in A$ a um único elemento $y \in B$.



A função *f* transforma *x* de A em *y* de B.

O conjunto A Chama-se domínio da função (D(f)) e o conjunto B, o contradomínio da função (CD(f)). Para cada $x \in A$, o elemento $y \in B$ chama-se imagem de x pela função f ou valor assumido pela função f no ponto $x \in A$ e o representamos por f(x) (lê-se f de x). Assim y=f(x).

Exemplo: dados os conjuntos *A*={0, 1, 2, 3} e *B*={0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}, vamos considerar a função $f : A \to B$ que transforma $x \in A$ em $2x \in B$.



Dizemos que $f : A \to B$ é definida por *f(x)=2x* ou *y=2x*. A indicação $x \xrightarrow{f} 2x$ significa que *x* é transformado pela função *f* em *2x*.

Observe pelo exemplo que para caracterizar uma função é necessário conhecer seus três componentes: o domínio (*A*), o contradomínio (*B*) e uma regra que associa todo elemento de *A* a um único elemento *y=f(x)* de *B*. Nesse exemplo, o domínio é *A*={0, 1, 2, 3}, contradomínio é *B*={0, 1, 2, 3, 4, 5, 6} e a regra é dada por *y=2x*.

O subconjunto de B é formado por todas as imagens *f(x)* é chamado conjunto imagem de *A* pela função *f* e é indicado por *Im(f)*. No exemplo, o conjunto imagem é dado por *Im(f)*={0, 2, 4, 6}.

Fonte: Matemática Contextos e Aplicações (com uma mudança na figura da máquina), v.1, Dante L. R., Ática, 2000, São Paulo.

Assim, surgiu a vontade de introduzirmos o conceito de função por meio de situações que possam levar os alunos a um processo de construção do conhecimento, a partir de suas interações com o meio onde vivem e de situações que lhes são apresentadas que permitam relacionar a Matemática com o cotidiano, valorizando os conhecimentos que trazem consigo, que são frutos de suas experiências de vida.

Documentos oficiais, como os PCN (1998), fazem menções à modelagem matemática que consiste em uma estratégia de ensino com o objetivo interpretar matematicamente situações da realidade. Defendemos a hipótese de que esta abordagem pode trazer muitos benefícios ao processo de ensino e aprendizagem, pois parece oferecer aos aprendizes maior facilidade na compreensão dos conceitos. Assim, podemos dizer que o ensino de função por meio da resolução de problemas, que é uma das etapas do processo de modelagem, oferece a possibilidade do aluno conhecer o conceito relacionado a um assunto por meio de atividades oriundas do “mundo real”. Mas salientamos para que haja apropriação do conceito sua institucionalização[1] será necessária**.**

Vivemos em um tempo que a escola é responsável não só pela transmissão de conhecimentos, mas também pela formação do cidadão que a frequenta. Então, entendemos que a escola básica e, sobretudo, o Ensino Fundamental devem desenvolver no cidadão em formação habilidades que lhe possibilitem compreender melhor o mundo a sua volta e a Matemática constitui em uma das ferramentas essenciais para essa compreensão.

Tendo como foco o ensino de função de maneira significativa para o aluno, o presente estudo ganha importância no sentido de contribuir com os estudos que apontam os processos de modelagem, em especial, a resolução de problemas, como agente facilitador na compreensão dos argumentos matemáticos, possibilitando a apropriação dos conceitos e, consequentemente, a valorização da Matemática.

[1] Segundo Almouloud (2007), as situações de institucionalização são aquelas que o professor fixa convencional e explicitamente o estatuto cognitivo do saber.

1.2 PROBLEMÁTICA

Pela nossa experiência em sala de aula e as observações que temos feito em livros ao longo de nossa trajetória profissional, percebemos que a introdução ao assunto funções ainda é feita por meio da relação de elementos de dois conjuntos. Não a consideramos uma forma errônea de se introduzir o assunto, mas entendemos que ao ser apresentada ao aluno, a definição de função, toda essa relação entre os conjuntos são deixadas de lado.

Quanto à introdução do ensino de funções, os PCN+ destacam:

> Tradicionalmente o ensino de funções estabelece como pré-requisito o estudo dos números reais e de conjuntos e suas operações, para depois definir relações e a partir daí identificar as funções como particulares relações. Todo esse percurso é, então, abandonado assim que a definição de função é estabelecida, pois para a análise dos diferentes tipos de funções todo o estudo relativo a conjuntos e relações é desnecessário. Assim, o ensino pode ser iniciado diretamente pela noção de função para descrever situações de dependência entre duas grandezas, o que permite o estudo a partir de situações contextualizadas, descritas algébrica e graficamente. (BRASIL, 2002, p. 121).

Entendemos, também, que se a introdução deste assunto se for feita de forma a relacionar duas grandezas, ficará mais fácil para o professor aproximar o objeto matemático em estudo de situações da realidade, tornando o ensino mais dinâmico e interessante aos alunos.

Partindo do pressuposto que, ao conceber função como a relação entre os elementos de dois conjuntos ou como a relação de dependência entre duas variáveis, pontuamos, baseados nos PCN+, alguns problemas que os alunos podem enfrentar:

- ✓ dificuldades em relacionar o conceito de função a situações contextualizadas;
- ✓ dificuldade em modelar problemas que possibilitam uma conexão dentro e fora da Matemática;
- ✓ falta de contato com problemas de aplicação;

- ✓ deixar de enxergar a utilidade do assunto em outras áreas do conhecimento;
- ✓ deparar-se com um ensino puramente matemático, carregado de formalismo e definições.

Frente às possíveis dificuldades apontadas pelos PCN+ e a crença de que a resolução de problemas pode auxiliar no processo de construção do conceito de função afim, apresentamos a seguir o objetivo e a questão de pesquisa deste estudo.

1.3 OBJETIVO E QUESTÃO DE PESQUISA

O objetivo desta pesquisa é estudar as reais possibilidades de se introduzir o conceito de função afim no 7º ano[2] do Ensino Fundamental, contrariando o que tradicionalmente é proposto nos documentos oficiais da educação brasileira, isto é, introduzir este conteúdo apenas no 9º ano do Ensino Fundamental, ou, então, só no 1º ano do Ensino Médio.

Para a introdução deste assunto de forma antecipada, se comparada com o que tradicionalmente é feito, acreditamos que a resolução de problemas, seguindo os princípios da modelação matemática seja uma estratégia de grande valia para atingirmos nosso objetivo.

A modelagem sugere que a partir de situações reais, o aluno terá condições de desenvolver habilidades para a resolução de problemas, tornando-o mais criativo. Com este intuito, pretendemos desenvolver uma intervenção de ensino que nos possibilite a introdução do conceito e o estudo de algumas propriedades da função afim, proporcionando aos alunos a descoberta e a validação de propriedades por meio da resolução de problemas, oriundos de situações reais vivenciadas por eles próprios.

[2] Em 2008 no Brasil foi instituído o Ensino Fundamental com a duração de 9 anos.
A palavra série passou a ser substituída pela palavra ano. Portanto, o 7º ano do Ensino Fundamental a que nos referimos em nosso trabalho é equivalente a 6ª série do Ensino Fundamental com 8 anos de duração.

Pretendemos, então, com este trabalho mostrar que, com a resolução de problemas seguindo as diretrizes da modelagem e da modelação matemática, os alunos podem perceber as aplicações reais dos assuntos estudados, tornando as aulas mais significativas e agradáveis.

Portanto, ao ponderar sobre os argumentos aqui apresentados e sem perder de vista o objetivo do presente trabalho, propomos responder a seguinte questão de pesquisa:

Quais as reais possibilidades de se introduzir o conceito de função afim no 7º ano do Ensino Fundamental por meio da resolução de problemas?

Com vista a responder nossa questão de pesquisa, traçamos um caminho de estudo, que se encontra resumidamente apresentado a seguir.

1.4 ÍNDICE COMENTADO

Iniciamos nossa dissertação elaborando o presente capítulo I, que constou de uma breve introdução em que foram apresentadas a justificativa, a problemática, o objetivo e a questão de pesquisa do estudo.

Dedicaremos o capítulo II para apresentar um breve histórico sobre o surgimento do conceito de função, as concepções matemáticas atuais a seu respeito, sobretudo no que tange à função afim. O capítulo ainda fará uma discussão sobre a função afim do ponto de vista educacional.

Para o capítulo II, reservamos a apresentação das ideias teóricas que deram subsídios a nosso estudo. No que se refere à modelagem matemática e resolução de problemas o nosso suporte veio das idéias de Polya (1995), Barbosa (2001), Bassanezi (2006) e Biembengut e Hein (2007). Nesse sentido, buscamos estabelecer uma relação entre as ideias da modelagem e a Educação Crítica e Educação Matemática Crítica por Skovsmose (2001). Neste capítulo, também, há uma revisão literária no sentido de apresentar e discutir pesquisas já realizadas que tem correlação com o presente estudo.

No capítulo IV, apresentamos em detalhes a metodologia do estudo, no qual consta uma discussão teórico-metodológica, seguida pela apresentação do universo de estudo e do desenho do experimento.

O capítulo V destina-se a análise de nossos resultados, tanto no aspecto quantitativo como no qualitativo.

No capítulo VI, apresentamos as conclusões fundamentadas nas análises feitas no capítulo V, respondendo a nossa questão de pesquisa com base nessas análises.

No capítulo VII, apresentaremos as referências que colaboraram na elaboração e desenvolvimento do presente estudo.

Finalmente, apresentaremos no capítulo VIII, os anexos que fizeram parte deste estudo em nosso experimento.

CAPÍTULO II

A FUNÇÃO AFIM

INTRODUÇÃO

Este capítulo pretende abordar a origem do ente matemático função, já que o objeto matemático de nosso estudo, a função afim, está inserido nesse universo.

Nossa intenção é fazer uma sucinta apresentação da trajetória da função no mundo da Matemática. Além de apresentar a maneira pela qual a escola básica por meio dos livros didáticos e dos documentos oficiais, aborda o tema função afim.

Iniciaremos um breve histórico sobre o surgimento da ideia de função e a evolução desta concepção ao longo do tempo. Também faz parte deste capítulo a apresentação da definição de função afim que é o objeto matemático de nossa pesquisa.

Na sequência discorremos sobre o tratamento que é dado ao assunto função afim por parte dos documentos oficiais que regem nosso sistema educacional e como este tipo de função é apresentado nas duas últimas coleções de livros utilizadas na escola onde realizamos nosso estudo.

2.1 AS FUNÇÕES ONTEM: UM BREVE HISTÓRICO DE SEU SURGIMENTO

No decorrer dos anos, o conceito de função passou por um processo de evolução, fato este que, segundo Eves (2004), pode ser percebido por meio dos vários refinamentos desse processo evolutivo que acompanha o progresso escolar, desde os cursos mais elementares da escola secundária até os mais avançados e sofisticados em nível de pós-graduação.

Em 1671, Newton escreveu seu Method of Fluxions que só foi publicado em 1736. Eves (2004) relata que Newton nesse trabalho considerava que

> uma curva era gerada pelo movimento contínuo de um ponto. Feita essa suposição, a abscissa e a ordenada de um ponto gerador passam a ser, em geral, quantidades variáveis. A quantidade variável ele dava o nome de fluente (quantidade que flui) e à sua taxa de variação o nome de fluxo do fluente. Se um fluente, como a ordenada de um ponto gerador, era indicada por y, então o fluxo desse fluente era denotado por $\dot{y}$. Em notação moderna esse fluxo equivale a dy/dt, onde t representa o tempo. (EVES, 2004, p. 439).

No século XVII, percebemos que Newton já apresentava a ideia da relação funcional, definindo de uma maneira bastante diferente de hoje, mas as ideias que estão por trás da definição dada por Newton são praticamente as mesmas que encontramos nas definições de função nos dias atuais.

Já a palavra função em seu sentido matemático, ainda de acordo com Eves (2004), parece ter sido introduzida por Leibniz, em 1694, inicialmente para associar qualquer quantidade a uma curva. Por volta de 1718, Johann Bernoulli considerou função como uma expressão qualquer, formada de uma variável e algumas constantes.

Algum tempo mais tarde Euler considerou uma função como sendo uma equação ou fórmula envolvendo variáveis e constantes. Esta concepção de função defendida por Euler se aproxima muito do conceito de função que a maioria dos alunos da escola básica tem.

Eves (2004) informa que o conceito de Euler manteve-se inalterado, até que Joseph Fourier (1768-1830) considerou em suas pesquisas sobre a propagação do calor às séries trigonométricas. Essas séries envolviam uma relação mais geral entre as variáveis do que as relações até o momento apresentadas.

A busca do aprimoramento para a definição de função continuou, nessa tentativa de dar uma definição de função ampla, o suficiente a ponto de englobar a relação entre as variáveis, Eves (2004) comenta que:

> Lejeune Dirichlet (1805-1859) chegou à seguinte formulação: Uma variável é um símbolo que representa um qualquer dos elementos de um conjunto de números; se duas variáveis x e y estão relacionadas de maneira que, sempre que se atribui um valor a x, corresponde automaticamente, por alguma lei ou regra, um valor a y, então se diz que y é uma função (unívoca) de x. (EVES, 2004, p. 661).

Nesse momento da história, podemos perceber que Lejeune Dirichlet definia a relação de dependência entre duas variáveis numa função. A variável x a qual se atribuem valores à vontade, chamou-se de variável independente e a variável y, cujos valores dependem de x, chamou-se de variável dependente. Lejeune Dirichlet foi mais além em sua definição de função, dizendo que os possíveis valores que x pode assumir constituem o campo de definição da função e os valores assumidos por y constituem o campo de valores da função. Percebe-se, então, que ainda não se falava em conjunto imagem e domínio de uma função.

A teoria dos conjuntos criada por George Cantor no final do século XIX, segundo Eves (2004), propiciou a ampliação do conceito de função de maneira a abranger a relação entre dois conjuntos de elementos quaisquer, sejam esses elementos números ou qualquer outra coisa. Desse ponto de vista, na teoria dos conjuntos, uma função f é, por definição, um conjunto de pares ordenados de elementos. O conjunto A dos primeiros elementos dos pares ordenados é chamado domínio da função, e o conjunto B de todos os segundos elementos dos pares ordenados, se diz imagem da função. Então, entendemos que, dentro da teoria dos conjuntos, surgiu a definição de domínio e imagem de uma função.

A notação $f(x)$ para uma função significa que os valores encontrados por meio de uma expressão matemática dependem dos valores que são atribuídos para x. Esta notação é atribuída a Euler, foi encontrada em um de seus 886 trabalhos que foram editados, em 1909, pela Sociedade Suíça de Ciências Naturais.

Quanto à representação gráfica de uma função, podemos dizer que Oresme, por volta de 1361, pensando nas coisas que variavam com uma taxa de variação constante, como a velocidade de um objeto móvel e a temperatura, questionou: "Por que não traçar uma figura ou um gráfico da maneira pela qual as coisas variam?" O fato que acabamos de comentar é uma sugestão antiga daquilo que chamamos de representação gráfica de uma função.

Boyer (1974) descreveu:

> Tudo que é mensurável, escreveu Oresme, é imaginável na forma de quantidade contínua, por isso ele traçou a um gráfico de velocidade-tempo para um corpo que se move com aceleração constante. Ao longo de uma reta horizontal ele marcou pontos representando instantes de tempo (ou longitudes), e para cada instante ele traçou perpendicularmente à reta de longitudes um segmento de reta (latitudes) cujo comprimento representava a velocidade. As extremidades desses segmentos, ele percebeu, jazem ao longo de uma reta; e se o movimento uniformemente acelerado parte do repouso, a totalidade dos segmentos velocidade (que chamamos de ordenadas) preencherá um triangulo retângulo. (BOYER, 1974, p. 192-193).

A representação feita por Oresme pode ser entendida como a representação primitiva de um gráfico de uma função, pode ser melhor entendida por meio da figura a seguir.

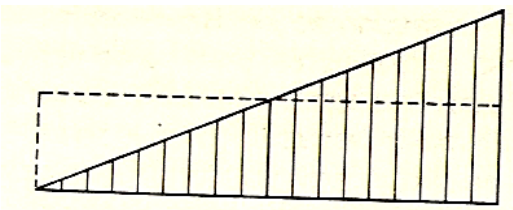


Figura 2.1: gráfico velocidade-tempo, construído por Oresme.

Entendemos que os termos latitude e longitude que Oresme usou, são equivalentes aos termos ordenadas e abscissas que usamos hoje, e a sua representação gráfica assemelha-se a nossa geometria analítica. Parece que ele havia percebido o principio fundamental de se representar uma função de uma variável por meio de uma curva, mas não conseguiu usar essa observação a não ser no caso da função linear.

A representação gráfica de uma função, conhecida até então como latitude de formas, continuou a ser um tópico de bastante interesse, desde o tempo de Oresme até Galileu. O *Tractatus de latitudinibus formarum*, que foi escrito por um aluno de Oresme, apareceu em numerosas formas manuscritas e foi impresso pelo menos quatro vezes, entre 1482-1515.

Podemos, perceber que já se tinha a ideia de função, mesmo antes de sua introdução e do significado da palavra função por Leibniz. Oresme já havia percebido que a variação de duas grandezas a uma taxa constante pode ser representada por meio de uma figura que se assemelha muito à representação gráfica de uma função linear hoje.

Com esta pequena explanação sobre a origem e a evolução do conceito de função, podemos perceber que este conceito passou por um grande processo de evolução até chegar às definições que temos hoje. Entendemos também que este conceito permeia grande parte da Matemática, desde as primeiras décadas do século XIV, com Oresme representando por meio de uma figura a relação da velocidade e do tempo de um móvel com aceleração constante.

Procuramos apresentar um pouco da trajetória e evolução do conceito de função ao longo da história, mostrando que, mesmo antes de se chamar de função a relação de dependência entre duas variáveis, já se tinha a ideia da existência dessa relação.

2.2 FUNÇÃO AFIM HOJE

No desenvolvimento histórico do conceito de função, vimos que este passou por um processo de evolução. Nossa pretensão aqui é mostrar qual é a concepção de função que se tem hoje, possibilitando-nos dar a definição de função afim, que é o objeto matemático de nosso trabalho.

Para nossa pesquisa, consideramos importante investigar a concepção que se tem a respeito de função, como é entendida e explicada hoje pelos matemáticos e nas enciclopédias.

Na Enciclopédia Barsa, encontramos uma definição detalhada, pois dá Nela ênfase à relação estabelecida entre espaço e tempo na descrição da trajetória do deslocamento de um corpo.

> Dá-se o nome de genérico de função à relação matemática em que uma variável (dependente) *y* é função da variável (independente) *x*, se existe uma regra pela qual, para cada valor de *x*, corresponde certo valor de *y*.
>
> [...] o valor de *y* depende do valor atribuído a *x*. Tal dependência entre as variáveis se representa por uma expressão do tipo *y=f(x)* [...]. A regra segundo a qual se atribuem valores a *y* pode ser expressa de diversas maneiras – em forma de tabela, gráfico ou de fórmula matemática. O essencial é que se conheça bem a correlação entre as duas variáveis. (BARSA, 2005, p. 464-465).

Ao procurar em um dicionário específico de Matemática, encontramos em Imenes & Lellis uma definição, que antes de tudo trata-se do significado da palavra. Dá ênfase à variação entre duas grandezas, mas não relaciona função como a relação de elementos de dois conjuntos ou como a dependência de duas variáveis, como vemos em alguns livros de Ensino Fundamental e Médio.

> Quando o valor de uma grandeza depende do valor da outra, dizemos que a primeira é função da segunda. O espaço de frenagem de um veiculo (distância que este percorre depois de acionado o freio) é função de sua velocidade. (IMENES & LELLIS, 1998, p. 141).

Guidorizzi (2001), entende função f por

> uma terna $(A, B, a \mapsto b)$, onde A e B são dois conjuntos e $a \mapsto b$, uma regra que permite associar cada elemento a de A um único b de B. O conjunto A é o domínio de f e indica-se por D_f, assim $A = D_f$. O conjunto B é o contradomínio de f. O único b de B associado ao elemento a de A é indicado por $f(a)$ (leia f de a); diremos que $f(a)$ é o valor que f assume em a ou que $f(a)$ é o valor que f associa a a.
>
> Uma função f de domínio A e contradomínio B é usualmente indicada por $f : A \to B$ (leia f de A em B). (GUIDORIZZI, 2001, p. 26).

Os autores Iezzi et al. (2004), definem:

> Em Matemática, se *x* e *y* são duas variáveis tais que para cada valor atribuído a *x* existe, em correspondência um único valor para *y*, dizemos que y é uma função de *x*.
>
> O conjunto D de valores que podem ser atribuídos a *x* é chamado de domínio da função. A variável *x* é chamada variável independente.
>
> O valor de *y*, correspondente a determinado valor atribuído a *x*, é chamado imagem de *x* pela função e é representado por *f(x)*. A variável *y* é chamada variável dependente, porque *y* assume valores que dependem dos correspondentes valores de *x*.
>
> O conjunto *Im* formado pelos valores que *y* assume, em correspondência aos valores de *x*, é chamado conjunto imagem da função. (IEZZI et al., 2004, p. 33).

Entendemos que a representação gráfica está diretamente ligada ao assunto função, sendo impossível falar de um sem mencionar outro, então, torna-se necessário neste momento apresentarmos a definição dada ao gráfico de uma função nos dias de hoje.

Guidorizzi (2001), define a representação gráfica de uma função da seguinte maneira:

> Seja $f : A \to B$ uma função. O conjunto $Gf = \{(x, f(x)) | x \in A\}$
>
> Denomina-se gráfico de *f*, assim, o gráfico de *f* é um subconjunto do conjunto de todos os pares ordenados (*x, y*) de números reais. Munindo-se o plano de um sistema ortogonal de coordenadas cartesianas, o gráfico de *f* pode então ser pensado como um lugar geométrico descrito pelo ponto (*x*, *f*(*x*)) quando *x* percorre o domínio de *f*. (GUIDORIZZI, 2001, p. 26).

A figura a seguir nos dá uma perfeita ideia da definição de gráfico dada por Guidorizzi.

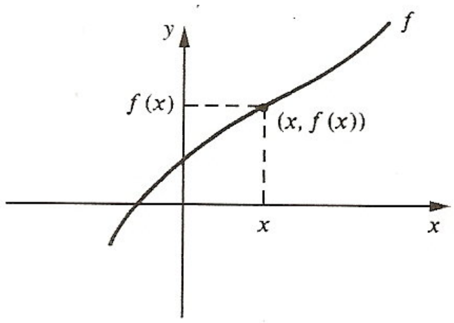


Figura 2.2: Representação gráfica de uma função

O assunto funções tratado na Educação Básica contempla cinco tipos distintos de funções :

- ✓ Função polinomial do 1º grau ou função afim;
- ✓ Função quadrática ou função polinomial de 2º grau;
- ✓ Função exponencial;
- ✓ Função logarítmica;
- ✓ Função trigonométrica.

Dentre os tipos de funções apresentadas acima, vamos voltar nossas atenções à função polinomial do 1º grau, também conhecida como função afim, que é como vamos tratar esse tipo de função durante todo nosso trabalho.

A função afim pode ser definida como uma função $f: R \to R$ que obedece à lei $f(x) = ax + b$, sendo a e b números reais, para todo $x \in R$.

Vale a pena ressaltar que uma função do tipo $f(x) = ax$, é um caso especial da função afim, com $b = 0$. Neste caso particular a função afim também é conhecida como função linear.

Uma característica marcante da função afim é a sua taxa de variação que é sempre constante. Essa taxa, também, é conhecida como coeficiente angular da função, pode ser encontrado por $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_n - y_{n-1}}{x_n - x_{n-1}}$, pelo fato, dessa taxa ser sempre constante em qualquer intervalo, faz com que a representação gráfica de uma função desse tipo seja uma reta que pode representar uma função crescente, se a taxa de variação for um valor maior que zero e decrescente se essa taxa for menor que zero.

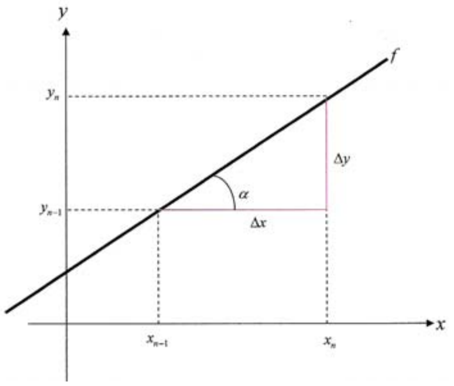


Figura 2.3: Representação gráfica de uma função afim

Observando a figura acima e relacionando-a com a fórmula que possibilita o cálculo da taxa de variação de uma função afim, podemos concluir que esta fórmula nos permite calcular a tangente do ângulo α. Logo, temos $tg\alpha = \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$, ou ainda, $a = tg\alpha$. Portanto, concluímos que a tangente do ângulo α, nos dá a taxa de variação da função representada pelo coeficiente a, que determina o quão inclinada será a reta que representa graficamente a função f.

Sendo a o coeficiente angular da função, podemos concluir que quando apresentada uma função do tipo $f(x) = ax + b$, ela será crescente se tivermos $a > 0$, decrescente se $a < 0$ e se $a = 0$ a função é constante, ou seja, para qualquer valor de x a imagem da função será sempre o valor de b.

A figura a seguir ilustra perfeitamente o que acabamos de dizer.

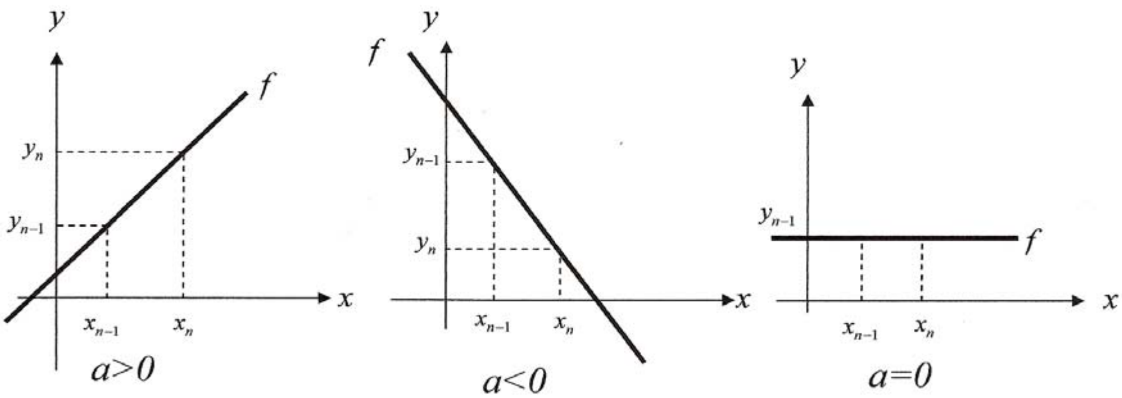


Figura 2.4: Representação gráfica da função polinomial de 1º grau de acordo com a variação do coeficiente angular e da função constante.

Como o presente estudo é destinado a alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, esperamos que, após a aplicação de nossa intervenção de ensino, os alunos tenham uma visão de função, mais especificamente de função afim, como uma relação entre duas grandezas que variam, conforme com uma taxa constante de variação.

Sendo assim, nossa expectativa é que os alunos adquiram as noções básicas desse assunto, sem muitas definições formais do conceito, mas esperamos que construam um conceito sobre este assunto que possibilite, posteriormente, uma facilidade no entendimento das definições desse tipo de função, como também os outros tipos de funções.

2.3 A FUNÇÃO AFIM DO PONTO DE VISTA EDUCACIONAL

Acreditamos que o livro didático exerça uma influência significativa na prática do professor, no que se refere ao desenvolvimento do conteúdo, linguagem e profundidade. Assim, consideramos relevante observar como os livros abordam o assunto função afim, respeitando as particularidades de cada autor.

Por este motivo, analisamos dois livros didáticos que abordam o assunto e que fazem parte de duas coleções que foram usadas durante os últimos 5 anos na escola onde realizamos nosso estudo.

Como o sistema educacional está inserido em um sistema maior, representado pela sociedade, e a sociedade é representada de maneira direta pelos seus governantes, decidimos, então, analisar também a Proposta Curricular do Governo do Estado de São Paulo para o ensino de Matemática, implantada em 2008, os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental e Médio e os PCN+.

2.3.1 A Função Afim nos PCN e nas Propostas Curriculares

Ao analisar os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para o ensino de Matemática para o Ensino Fundamental, constatamos que existem menções sobre o ensino de funções para este nível de ensino, com a finalidade de desenvolver as habilidades algébricas nos alunos. Mas deve ser um trabalho superficial, pois nesse momento, o professor não deve se aprofundar muito no assunto com seus alunos. O trabalho não deve ser voltado para definições formais, o assunto deve ser apresentado de forma que o aluno descubra propriedades e observe regularidades.

Desse ponto de vista, os PCN (1998) consideram:

> O estudo da Álgebra constitui um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de lhe possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas.
>
> Entretanto, a ênfase que os professores dão a esse ensino não garante o sucesso dos alunos, a julgar tanto pelas pesquisas em Educação Matemática como pelo desempenho dos alunos nas avaliações que têm ocorrido em muitas escolas. Nos resultados do SAEB, por exemplo, os itens referentes à Álgebra raramente atingem o índice de 40% de acerto em muitas regiões do país.
>
> Existem também professores que, na tentativa de tornar mais significativa a aprendizagem da Álgebra, simplesmente deslocam para o ensino fundamental conceitos que tradicionalmente eram tratados no ensino médio com uma abordagem excessivamente formal de funções. Convém lembrar que essa abordagem não é adequada a este grau de ensino. (BRASIL, 1998, p. 115-116).

Entendemos que os PCN recomendam o tratamento das funções no Ensino Fundamental de uma maneira menos formal do que costumeiramente é visto no ensino médio, até porque neste nível de ensino este assunto tem a finalidade de desenvolver as concepções de Álgebra no aluno.

De acordo com os PCN (1998), o pensamento algébrico do aluno deve estar engajado com atividades que inter-relacionem as diferentes concepções da Álgebra. O diagrama a seguir procura sintetizar as diferentes interpretações da álgebra escolar e os distintos papéis das letras.

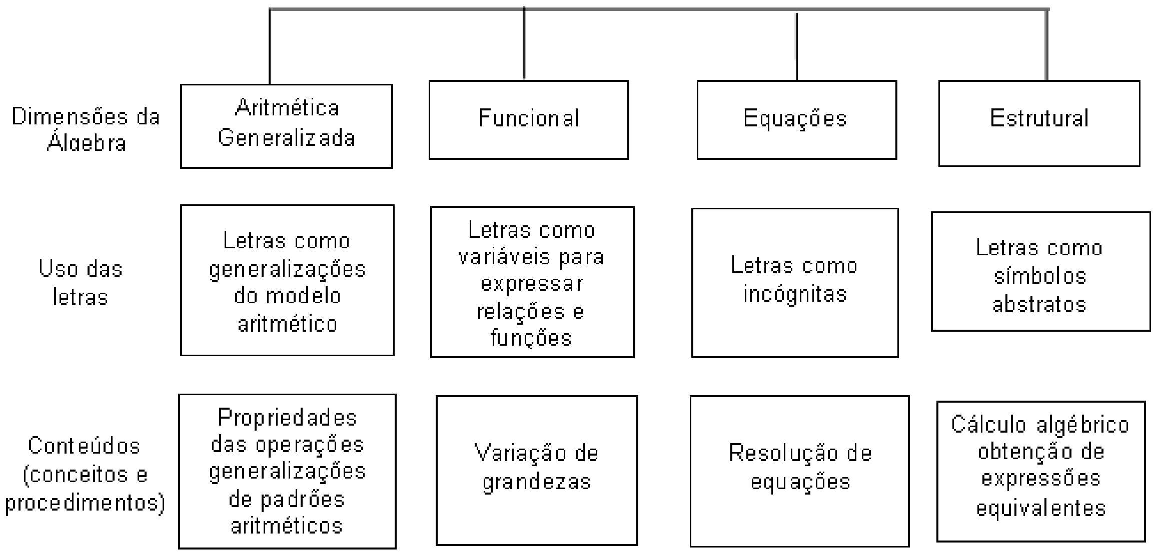


Diagrama 2.1: As diferentes interpretações da Álgebra no Ensino Fundamental.

Das diferentes dimensões da Álgebra apresentadas no diagrama acima, destacamos a dimensão funcional, que se enquadra em nosso trabalho. Nesta dimensão, as letras são encaradas como variáveis para expressar relações, possibilitando um trabalho relacionado à variação de grandezas.

Observando o diagrama acima, fica claro que o assunto função está no Ensino Fundamental com o objetivo de mostrar ao aluno as diferentes concepções da Álgebra.

Quanto à função afim, que é o nosso foco principal, encontramos nos PCN (1998) sugestões de atividades que evidenciam a exploração deste conceito.

> Um exemplo interessante para que os alunos expressem e generalizem relações entre números é solicitar que adivinhem a regra para transformar números, inventada pelo professor, como: um aluno fala 3 e o professor responde 8, outro fala 5 e o professor 12, para o 10 o professor responde 22, para o 11, responde 24 etc.; o jogo termina quando concluírem que o número respondido é o dobro do pensado, acrescentado de 2 unidades ou o número respondido é sempre o dobro do consecutivo do pensado. Poderão também discutir as representações $y = 2x + 2$ ou $y = 2(x + 1)$ e a equivalência entre elas. (BRASIL, 1998, p. 118).

Entendemos que este tipo de atividade é interessante, para que o aluno desenvolva a capacidade de generalizar por meio de expressões matemáticas que representam uma relação funcional entre duas variáveis, as situações que lhes são apresentadas, envolvem a relação entre pares de números.

Os PCN (1998), ainda ressaltam a importância de se trabalhar com situações-problema que tratem sobre a variação de grandezas para desenvolver o pensamento funcional e, também, destacam a importância dos gráficos para mostrar as relações possíveis entre duas variáveis. Quanto a estas relações, os PCN (1998, p. 118), descrevem que, quando uma variável aumenta, a outra pode permanecer constante, aumentar ou diminuir na mesma razão da primeira.

Ainda quanto aos PCN (1998), encontramos um exemplo típico de função afim, que é apresentada no quadro a seguir.

O dono de um grande estabelecimento concluiu que o preço de uma determinada linha de produtos deveria ser vendida a varejo com um valor majorado em 40% sobre o de custo para que a margem de lucro fosse significativa.
Após discussões, os alunos anotariam os cálculos em uma tabela do tipo:

Produto	**P**: preço de custo (R$)	**V**: preço de venda (R$)
I	2,80	2,80+2,80 x 0,4=3,92
II	5,00	5,00+5,00 x 0,4=7,00
III	8,25	8,25+8,25 x 0,4=11,55
IV	9,45	9,45+9,45 x 0,4=13,23
V	10,00	2 x 7,00=14,00
	...	...
	P	P+P x 0,4

O aluno poderá descrever oralmente os procedimentos e em seguida empregar a noção de variável para indicar genericamente o preço de venda (V) dos produtos em função do preço de custo (P): V = P + P x 0,4. (BRASIL, 1998, p. 119).

Ao analisar os PCN (1998), percebemos que no documento existem fortes indícios que justificam o ensino das noções básicas de funções no Ensino Fundamental, sobretudo da função afim. Mas para o ensino deste conteúdo matemático nesta fase de escolaridade, o documento sugere que o professor realize um trabalho que não carregue muitas definições, pois o principal objetivo do ensino desse conteúdo nesse momento é o desenvolvimento das noções da Álgebra e trazer à tona os diferentes significados desse importante ramo da

Matemática, além de preparar o aluno para desenvolver esse conhecimento de maneira mais ampla no Ensino Médio.

Quanto à função da Matemática no Ensino Fundamental em preparar o aluno para desenvolver seus conhecimentos de maneira mais ampla no Ensino Médio, os PCNEM (2000), destacam:

> A essas concepções da Matemática no Ensino Médio se junta a ideia de que, no Ensino Fundamental, os alunos devem ter se aproximado de vários campos do conhecimento matemático e agora estão em condições de utilizá-los e ampliá-los e desenvolver de modo mais amplo capacidades tão importantes quanto as de abstração, raciocínio em todas as suas vertentes, resolução de problemas de qualquer tipo, investigação, análise e compreensão de fatos matemáticos e de interpretação da própria realidade. (BRASIL, 2000, p. 41).

A citação acima vem reforçar a ideia de que o trabalho com função afim no Ensino Fundamental, deve ter o objetivo de apresentar as noções básicas do assunto, sem uma carga excessiva de definições, pois o aluno terá a oportunidade de aprofundar seus conhecimentos nesse assunto no Ensino Médio.

Os PCN+ (2002), com relação às sequências numéricas orientam que é preciso garantir uma abordagem que esteja conectada à ideia de função. Quando essa sequência é uma progressão aritmética, fica evidente a conexão com uma função afim, pois quando o aluno encontra um termo desconhecido em uma progressão aritmética, seja por meio da fórmula do termo geral ou por recursão, ele estará fazendo uso das noções de função afim, mesmo que de forma inconsciente.

O fato comentado acima mostra utilidade do assunto função afim, que é um conteúdo matemático que possibilita a conexão de suas noções com outros assuntos, gerando, assim, uma certa "interdisciplinaridade" dentro da própria Matemática.

No que diz respeito às propostas curriculares, resolvemos analisar a proposta lançada pelo Governo do Estado de São Paulo em 2008. Este documento contempla o ensino de Matemática, tanto no Nível Fundamental, como no Médio e apresenta a Matemática dividida em quatro grandes grupos: números, geometria, grandezas e medidas e tratamento da informação.

Ao analisar o referido documento, constatamos que o assunto função está inserido no bloco grandezas e medidas, mais especificamente no estudo das grandezas. No Ensino Fundamental, o documento apresenta o assunto função afim intitulado como função do 1º grau e sugere que seja trabalhado no 2º bimestre do 9º ano (8ª série) dando um enfoque apenas às noções básicas, a ideia de variação e a construção de gráficos e tabelas que representam este tipo de função.

No Ensino Médio, o documento também apresenta o assunto função afim intitulado como função do 1º grau e sugere que seja trabalhado no 2º bimestre, com o 1º ano desse nível de escolaridade.

É sugestão do documento que, no Nível Médio, o referido assunto seja tratado de forma mais profunda e formal do que no Ensino Fundamental, este fato nos leva a acreditar que justifica a introdução do assunto, mostrando a relação entre duas grandezas, a proporcionalidade direta e inversa existente entre duas grandezas e por fim, a definição de função de 1º grau e a construção e análise de seus gráficos.

A seguir, os quadros a seguir nos dão uma ideia de como os conteúdos matemáticos estão distribuídos no 2º bimestre e em quais anos ou séries do Ensino Fundamental e Médio é sugerida a abordagem do assunto função afim.

Quadro 2.1: Conteúdos de Matemática por série e bimestre do Ensino Fundamental Ciclo II

	5ª Série	6ª Série	7ª Série	8ª Série
2º Bimestre	**Números decimais** • Representação. • Transformação em fração decimal. • Operações. **Sistemas de medida** • Medidas de comprimento, massa e capacidade. • Sistema métrico decimal: múltiplos e submúltiplos da unidade.	**Geometria** • Ângulos. • Polígonos. • Circunferência. • Simetrias. • Construções geométricas. • Poliedros.	**Expressões algébricas** • Equivalências e transformações. • Produtos notáveis. • Fatoração algébrica.	**Álgebra** • Equações do 2º grau: resolução e problemas. **Funções** • Noções básicas sobre função. • A idéia de variação. • Construção de tabelas e gráficos para representar funções de 1º e 2º graus.

Quadro 2.2: Conteúdo de Matemática por série e bimestre do Ensino Médio

	1ª Série	2ª Série	3ª Série
2º Bimestre	**Funções** • Relação entre duas grandezas. • Proporcionalidades: direta, inversa, direta com o quadrado. • Função de 1º grau. • Função de 2º grau.	**Matrizes, determinantes e sistemas lineares** • Matrizes: significado como tabelas, características e operações. • A noção de determinante de uma matriz quadrada. • Resolução e discussão de sistemas lineares: escalonamento.	**Equações algébricas e números complexos** • Equações polinomiais. • Números complexos: operações e representação geométrica. • Propriedades das raízes de uma equação polinomial. • Relações de Girard.

Ao analisar esta proposta percebemos que ela compartilha as ideias da Educação Matemática, sugerindo uma abordagem que pode favorecer o processo de construção do conhecimento e, ao mesmo tempo, vai ao encontro às sugestões feitas pelos PCN de que no Ensino Fundamental devem ser apresentadas apenas as noções básicas de funções, seu aprofundamento deve ocorrer no Ensino Médio.

Prosseguiremos com o estudo da função afim do ponto de vista educacional, fazendo uma análise de alguns livros didáticos.

2.3.2 Como a Função Afim é abordada nos livros didáticos

De maneira geral reconhecemos que o livro didático constitui um elemento de referência para o professor, quanto à formação de sua estratégia de abordagem de um conteúdo programático.

Assim, consideramos muito importante observar propostas de abordagem da função afim na escola, analisando alguns livros didáticos. Selecionamos dois livros que foram utilizados nos últimos 5 anos pelos alunos da escola onde realizamos nosso estudo, pois entendemos que, ao analisar estes livros, poderíamos compreender como os alunos dessa escola poderiam ter seu primeiro contato com a função afim.

Os livros analisados foram:

1. **Matemática e Realidade 8ª série**, Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce e Antonio Machado, Atual Editora, São Paulo – 2005.
2. **Aprendendo Matemática 8ª série**, Giovanni & Parente, FTD, São Paulo – 2002

Os livros acima incluem, em seu conteúdo, a função afim; o livro número 1 apresenta este assunto com o nome de função do 1º grau e o livro número 2 com o nome de função polinomial do 1º grau.

Para realizar nossa análise, entendemos ser importante ressaltar alguns critérios como: o número de páginas destinadas ao assunto que a nosso ver revela a ênfase dada pelo autor ao assunto; a abordagem do conceito e da definição/linguagem e notação e os problemas e exercícios que são apresentados.

Iniciando a análise pelo livro número 1, quanto ao número de páginas constatamos que destina 18 páginas ao assunto, um número que consideramos bom, possibilitou explorar bem as noções a respeito do assunto.

Quanto à abordagem do conceito, acreditamos que a linguagem utilizada na sua introdução, aproxima o assunto de situações que estão presentes no dia a dia de nossa sociedade.

O livro inicia os estudos da função afim com um capítulo intitulado de funções representadas por uma reta. Neste capítulo, antes de definir este tipo de função, os autores dão alguns exemplos de situações que são possíveis de ser vivenciadas pelas pessoas no dia a dia e a representação gráfica destas situações, que caracterizam funções crescente, decrescente e constante. Após uma pequena discussão destas situações, é apresentada a definição de função do 1º grau da seguinte maneira:

> Uma função definida para todo x real por uma fórmula do tipo $y=ax+b$, em que a e b são números reais conhecidos e $a \neq 0$, é denominada função do 1º grau. (IEZZI; DOLCE; MACHADO, 2005, p. 276).

Após a definição, os autores apresentam os coeficientes presentes na representação algébrica nesse tipo de função, discutem a finalidade de cada um deles na representação gráfica, procurando relacionar o coeficiente a com o crescimento e o decrescimento das funções e, também, comentam a respeito da taxa de variação que é constante neste tipo de função.

A nosso ver, a linguagem adotada pelos autores e a abordagem do conceito facilitam na construção dos conhecimentos desse tipo de função por parte do aluno.

Assim, os problemas e exercícios propostos no livro, a nosso ver, são adequados ao assunto, procuram mesclar situações de contexto apenas matemático, com aquelas que apresentam um contexto mais voltado a situações do dia a dia, também, existem alguns exercícios que relacionam função com outros ramos da Matemática, como por exemplo, a geometria. Acreditamos que o modo como os problemas e exercícios são apresentados no livro, possam contribuir para o processo de formação de conceito pelo aluno, bem como que, posteriormente, o aluno sintetize as ideias já trabalhadas.

Analisando o livro 2, percebemos que destina quatro páginas para o assunto, que denomina como função polinomial do 1º grau. O livro inicia um capítulo com o título de função polinomial do 1º grau, com apenas 4 páginas, que consideramos pouco, pois o autor deixou explorar algumas propriedades que poderiam ser exploradas, como por exemplo, a representação algébrica da função quando a representação gráfica da mesma é uma reta paralela ao eixo $0x$. O livro também não explora o significado dos coeficientes linear e angular, não relaciona a taxa de variação representada pelo coeficiente angular com a inclinação da reta que representa graficamente a função e, também, não relaciona a proporcionalidade com este assunto, relação esta que julgamos fundamental.

Vale a pena ressaltar que todas esses itens que não são explorados no livro 2 aparecem no livro 1, seja como definições ou em exercícios que levam o aluno a chegar a tais conclusões.

O capítulo destinado a este assunto no livro 2, inicia-se com o exemplo de um atleta que corre com uma velocidade constante de 3 metros por segundo. A seguir são apresentados uma tabela e um gráfico mostrando que a distância percorrida varia em função do tempo, evidenciando que a representação gráfica é uma reta e que isto ocorrerá em todas as funções desse tipo. Em seguida, os autores definem função polinomial do 1º grau da seguinte maneira:

> Chamamos de função polinomial do 1º grau a função $f : R \to R$ definida pela fórmula matemática: $f(x) = ax + b$ (com *a*, *b* reais e $a \neq 0$).
>
> O gráfico da função polinomial do 1º grau é sempre uma reta. (GIOVANNI; PARENTE, 2002, p. 164).

A nosso ver, a abordagem do conceito é feita de uma forma que não julgamos muito adequada, pois é dado um único exemplo e depois, em seguida já é exposta a definição.

Quanto aos exercícios e problemas propostos, o livro apresenta seis atividades, sendo cinco são exercícios de contexto matemático e um problema que mostra a aplicação da função na medicina. Acreditamos que da maneira como os problemas e exercícios são propostos no livro, o desenvolvimento do conceito de função afim seja contemplado, mas de forma limitada, pois não apresenta uma relação do assunto em estudo com outras áreas da realidade e, até mesmo, com outros ramos da Matemática.

2.3.3 Comparação entre a Proposta e os Livros

Após concluir a análise dos dois livros usados pelos alunos na escola onde realizamos nosso estudo, achamos interessante fazer um comparativo sobre a proposta curricular do Estado de São Paulo e os livros analisados para encerrar o capítulo.

Com relação ao livro “Matemática e Realidade de Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce e Antonio Machado”, observamos que apresenta o assunto função afim de maneira a ampliar os conhecimentos algébricos do aluno, mostrando uma nova concepção da Álgebra, o uso das letras como variáveis.

Percebemos, ainda, que a apresentação do conteúdo é feita de uma maneira que valoriza uma abordagem das noções básicas, com pouco formalismo e poucas definições, valorizando a construção do conceito por parte do aluno. Este fato fez com que considerássemos que o livro segue as recomendações dos PCN (1998) e da proposta curricular do Estado de São Paulo implantada em 2008.

Quanto ao livro "Aprendendo Matemática de Giovanni e Parente" apresenta, também, uma abordagem que valoriza as noções básicas do assunto em questão, trazendo nos textos uma abordagem pouco formal sem muitas definições. Este fato fez com que concluíssemos que o livro segue as recomendações feitas pelos PCN (1998); em contrapartida, o fato de não serem exploradas todas as noções de função afim, como também não apresentar problemas e exercícios que relacionem o assunto com fatos da realidade e com outros ramos da Matemática, concluíssemos que a abordagem deste assunto neste livro não atende totalmente às recomendações da proposta curricular do Estado de São Paulo.

Apoiados nas leituras dos PCN, da proposta curricular e na análise dos livros que fizemos, concluímos que o livro número 1, no que se diz respeito a função afim, está de acordo com os documentos acima citados. Já o livro número 2, está parcialmente de acordo com tais documentos.

CAPÍTULO III

SUSTENTAÇÃO TEÓRICA

INTRODUÇÃO

Neste capítulo, as ideias teóricas que fundamentaram nosso estudo, serão apresentadas. A primeira delas vem das abordagens de modelagem e modelação matemática em que nos apoiamos, sobretudo nas ideias defendidas por Bassanezi.

A segunda ideia teórica que também utilizamos é a da Educação Crítica e, ainda, a Educação Matemática Crítica que mantêm estreita relação com a modelagem matemática.

Após, apresentaremos uma discussão a respeito do emprego da modelagem no ensino da Matemática.

Ao final, apresentaremos um estudo de quatro dissertações de mestrado e uma tese de doutorado que tratam da função afim, da modelagem matemática, da resolução de problemas ou uma combinação desses temas.

Desse modo, nosso objetivo, ao buscarmos estes estudos, foi conhecer mais o universo onde nossa pesquisa está inserida.

3.1 O QUE É MODELAGEM MATEMÁTICA

Atualmente, a modelagem matemática vem sendo considerada como uma das abordagens pedagógicas para o ensino de Matemática. Documentos oficiais, como os PCN (1998), fazem menção à atividades desse porte. Neste contexto, Barbosa (2001), entende modelagem como um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade. Estas se constituem como integrantes de outras disciplinas ou do dia a dia.

Segundo Bassanezi, modelagem matemática

> é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. (BASSANEZI, 2006, p. 31).

Assim, é possível perceber que a modelagem matemática possibilita a obtenção e validação de modelos por parte do indivíduo, esses modelos criados a partir de situações da vida real, explicados por meio da Matemática e interpretados na linguagem usual. Seguindo este raciocínio, faremos uso das palavras de Biembengut e Hein (2007), que comparam a ideia de modelagem com o trabalho de um escultor com argila, produzindo um objeto, sendo este objeto o modelo matemático.

A modelagem é eficiente, a partir do momento em que nos conscientizamos de que estamos sempre trabalhando com a aproximação da realidade, ou seja, que estamos elaborando sobre representações de um sistema ou parte dele.

Jacobini e Wodewotzki (2001) explicam que um modelo é a representação de alguma situação relacionada com o mundo real feita através de uma linguagem matemática.

Nessa direção, McLone (1984 *apud* BASSANEZI, 2006, p. 44) dá uma definição bem simples para modelagem matemática, por meio do esquema abaixo.

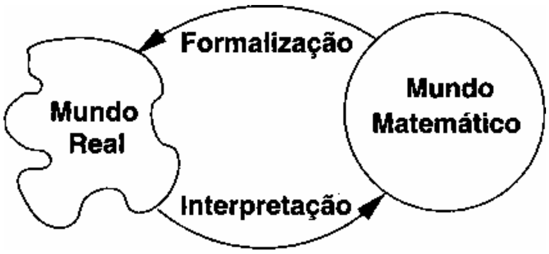


Figura 3.1: Esquema simplificado de modelagem matemática.

O esquema acima nos leva a entender que a essência de um trabalho com modelagem é a criação de modelos visando explicar matematicamente situações oriundas da realidade, possibilitando que o indivíduo perceba a presença da Matemática em situações vivenciadas por ele. Além do conhecimento matemático, estão envolvidos nesse processo a criatividade e a intuição do indivíduo, que lhe darão suporte para adaptar corretamente as ferramentas matemáticas adequadas à situação.

Segundo Bassanezi (2006), o processo de modelagem envolve as etapas de experimentação, abstração, resolução, validação e modificação. Etapas estas que vamos comentar cada uma delas.

Experimentação – é uma atividade na qual são obtidos os dados. Os métodos experimentais quase sempre são ditados pela própria natureza do experimento e da pesquisa. Nesta fase a participação de um matemático é de fundamental importância, pois ele vai direcionar os trabalhos posteriores no sentido de facilitar o cálculo dos parâmetros envolvidos nos modelos matemáticos.

Abstração – é a fase de formulação de modelos matemáticos, nesta fase procura-se estabelecer a seleção das variáveis, a formulação dos problemas, a formulação de hipóteses e a simplificação.

Resolução – é quando ocorre a obtenção de um modelo, ou seja, quando se consegue substituir a linguagem natural das hipóteses para uma linguagem matemática coerente.

Validação – é a fase na qual serão aceitos ou não os modelos propostos. Nesta fase, os modelos juntamente com as hipóteses que lhes são atribuídas, são testados em confronto com dados empíricos, comparando suas previsões e soluções com os valores que são obtidos no sistema real.

Modificação – nesta etapa, pode ocorrer de alguns fatores ligados ao problema original, promover a aceitação ou a rejeição do modelo, se rejeitado serão necessárias novas adaptações ao modelo existente ou obtenção de um novo.

Não podemos deixar de lembrar que a validade ou riqueza de um modelo não estão somente ligadas à sofisticação matemática presente, mas à sua capacidade de traduzir para a linguagem matemática situações oriundas de diferentes contextos.

A Matemática e a realidade podem se conectar por meio da modelagem, essa conexão pode ser feita pelo uso de processos matemáticos, com o objetivo de analisar, estudar, explicar situações da vida cotidiana que nos cercam.

Ao contrário do que se pensa, a modelagem matemática não é uma ideia recente, existem indícios de que ela esteve envolvida na construção histórica de muitas teorias científicas e, em particular, das teorias matemáticas.

3.2 A MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO

O ambiente de aprendizagem da modelagem pode se configurar por meio de três níveis, que não significam uma prescrição, mas pelo contrário, é uma teorização crítica da prática corrente. Trata-se de zonas de possibilidades sem limites claros que ilustram a materialização da modelagem em sala de aula. Neste sentido, Barbosa (2001) descreve estes níveis como segue:

> Nível 1. Trata-se da "problematização" de algum episódio "real". A uma dada situação, associam-se problemas. A partir das informações qualitativas e quantitativas apresentadas no texto da situação, o aluno desenvolve a investigação do problema proposto.
>
> Nível 2. O professor apresenta um problema aplicado, mas os dados são coletados pelos próprios alunos durante o processo de investigação.
>
> Nível 3. A partir de um tema gerador, os alunos coletam informações qualitativas e quantitativas, formulam e solucionam problemas. (BARBOSA, 2001, p. 8).

Sendo assim, podemos entender que o trabalho com modelagem pode ser iniciado de três maneiras diferentes, como apresentadas na descrição acima, sendo que, no nível 3, os alunos parecem ser mais independentes, pois a coleta de informações, a formulação e a resolução dos problemas são feitas por eles próprios, tendo pouca interferência do professor. Acreditamos que este nível seja mais interessante ao educando, pois ele participa de todo o processo, mas em contrapartida aparenta ser o mais complicado de ser desenvolvido, visto que o professor pode perder o controle da situação e o foco da aprendizagem pode ser desviado.

A modelagem pode ser um caminho para despertar nos estudantes o interesse pela Matemática, sendo que este tipo de trabalho propõe ao estudante uma maneira de aprender investigando por meio de situações-problema que têm a sua origem em situações da vida cotidiana.

Segundo Campos, a modelagem matemática no ensino é

> a metodologia que utiliza a ideia da modelagem em cursos regulares do sistema educacional. A modelagem constitui, então, um método de ensino-aprendizagem que pode ser empregado em diversos níveis de ensino, desde a matemática elementar até a pós-graduação. (CAMPOS, 2007, p. 69)

Podemos salientar ainda, que esta metodologia pode:

- ✓ estimular a criatividade do aluno;
- ✓ desenvolver a habilidade na resolução de problemas;
- ✓ melhorar a compreensão dos conceitos matemáticos;
- ✓ promover o interesse pela disciplina;

✓ aproximar a Matemática de outras áreas do conhecimento;

✓ ressaltar a importância da Matemática na formação do aluno.

No processo evolutivo da Educação Matemática, a inclusão de aspectos como a resolução de problemas e modelagem tem sido defendida por vários educadores envolvidos com o ensino de Matemática (D' Ambrosio 1993; Barbosa, 2001; Jacobini e Wodewotzki, 2001; Bassanezi 2006, entre outros). Isto significa que, para este grupo de educadores, os conteúdos devem ser ensinados de maneira matematicamente significativa, considerando as realidades do sistema educacional. Blum (1989 *apud* BASSANEZI) dá alguns argumentos para esta inclusão:

> 1) Argumento formativo – enfatiza aplicações matemáticas e a performance da modelagem matemática e resolução de problemas como processos para desenvolver capacidade em geral e atitudes dos estudantes, tornando-os explorativos, criativos e habilidosos na resolução de problemas.
>
> 2) Argumento de competência critica - focaliza a preparação dos estudantes para vida real como cidadãos atuantes na sociedade, competentes para ver e formar juízos próprios, reconhecer e entender exemplos representativos de aplicações de conceitos matemáticos.
>
> 3) Argumento de utilidade - enfatiza que a instrução matemática pode preparar o estudante para utilizar a matemática como ferramenta para resolver problemas em diferentes situações e áreas.
>
> 4) "Argumento intrínseco - considera que a inclusão de modelagem, resolução de problemas e aplicações fornecem ao estudante um rico arsenal para entender e interpretar a própria matemática em todas suas facetas".
>
> 5) Argumento de aprendizagem - garante que os processos aplicativos facilitam ao estudante compreender melhor os argumentos matemáticos, guardar os conceitos e os resultados e valorizar a própria Matemática.
>
> 6) Argumento de alternativa epistemológica - A modelagem também se encaixa no Programa Etnomatemática que propõe um enfoque epistemológico alternativo associado a uma historiografia mais ampla. Parte da realidade e chega, de maneira natural e através de um enfoque cognitivo com forte fundamentação cultural, à ação pedagógica. (BLUM, 1989 *apud* BASSANEZI, 2006, p. 36-37).

Com os argumentos citados acima, percebem-se os benefícios que a modelagem pode trazer para o estudante, já que ela contribui para o desenvolvimento de habilidades em resolução de problemas, tornando o aluno mais criativo, proporcionando a formação de juízo próprio e facilitando na aprendizagem dos conteúdos. Todos estes ganhos justificam-se pela característica da modelagem que permite que o estudante parta de sua realidade e chegue de maneira natural à ação pedagógica, processo esse que possibilita a adequação perfeita da modelagem no Programa Etnomatemática.

A Etnomatemática é o estudo das técnicas matemáticas usadas por diferentes grupos culturais. Técnicas estas que são usadas para a resolução de problemas que nascem nos próprios grupos. Estes grupos fazem uso da modelagem para desenvolver suas técnicas. A relação entre a modelagem e a Etnomatemática, pode ser entendida como descreve D'Ambrosio (1993, p. 7) por meio da figura abaixo.

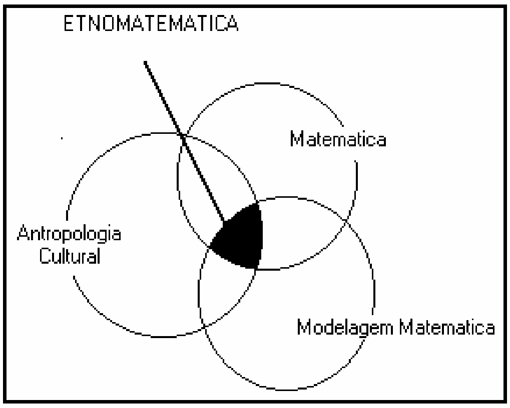


Figura 3.2: A etnomatemática como inter-relação entre três disciplinas

Pelo que podemos observar na figura acima, a modelagem matemática é um dos três elementos que compõem a Etnomatemática, ou seja, é um dos elementos que formam o tripé de sustentação do Programa Etnomatemática. Além disso, a figura acima nos deixa antever que as técnicas para a resolução de problemas cotidianos usadas por diversos povos, parecem ser desenvolvidas por meio de um processo de modelagem, podendo seu uso ser consciente ou não. Assim, Matemática serve como ferramenta para a solução de problemas em diversas áreas do conhecimento, como por exemplo, na Física, na Engenharia, na Economia e na Informática. Mas existe muita dificuldade de mostrar toda essa aplicação no ensino da Matemática na Educação Básica.

Nesse sentido, Garding (1981 apud BASSANEZI, 2006) observa que os três pilares da educação das pessoas no século XIX eram Ler-Escrever-Contar, e a matemática vinha em terceiro lugar e tinha como objetivo ensinar algoritmos para as quatro operações aritméticas e familiarizar o aluno com sistema de peso, volume, dinheiro e tempo. Podemos notar que não havia uma preocupação com uma Matemática investigativa e crítica, o aluno deveria dominar algoritmos para realizar operações sem se preocupar com a análise dos resultados, ou seja, os objetivos com o ensino da Matemática não permitiam despertar no aluno um olhar crítico para o que estava sendo ensinado.

Acreditamos que este fato histórico seja um dos fatores que contribuem para a dificuldade em se dar significado prático para muitos conteúdos ensinados na educação básica, sendo este um momento crucial na formação do indivíduo, no qual se formam as opiniões, a capacidade de análise e o senso crítico.

Bassanezi (2006) posiciona-se da seguinte maneira quanto ao ensino da Matemática nas escolas:

> O desenvolvimento de novas teorias matemáticas e suas apresentações como algo acabado e completo acabaram conduzindo seu ensino nas escolas de maneira desvinculada com a realidade, e mesmo do processo histórico de construção da matemática. Assim é que um teorema é enunciado, seguindo o seguinte esquema: “enunciado → demonstração → aplicações”, quando de fato o que poderia ser feito é sua construção na ordem inversa (a mesma que deu origem ao teorema), isto é, sua motivação (externa ou não à matemática), a formulação hipóteses, a validação das hipóteses e novos questionamentos, e finalmente seu enunciado. (BASSANEZI, 2006, p. 36).

Realizando um trabalho nesta ordem inversa sugerida por Bassanezi (2006), estaríamos possibilitando aos alunos a construção de seu próprio conhecimento, seguindo o processo da modelagem e conjugando verdadeiramente o binômio ensino-aprendizagem.

3.2.1 O que é Modelação Matemática

A modelagem matemática, como metodologia de ensino, parte de uma situação/tema sobre a qual desenvolve questões cujas respostas são encontradas por meio da Matemática. Sem sombra de dúvida, trata-se de uma forma extremamente prazerosa que proporciona por parte de quem aprende a construção dos conhecimentos matemáticos de maneira significativa. Mas existe também a dificuldade de adequação do currículo legalmente estabelecido.

Diante disso, devem ser feitas algumas adaptações que tornem possível a utilização da modelagem como metodologia de ensino, sem perder a linha mestra que é a pesquisa e a posterior criação de modelos pelos alunos, sem deixar de cumprir o currículo estabelecido pelo sistema educacional. Esse método que visa a utilização da modelagem matemática com algumas adaptações que atendam o programa a ser cumprido em cursos regulares, é denominado modelação matemática (modelagem em Educação).

Segundo Biembengut e Hein (2007), a modelação matemática

> norteia-se por desenvolver o conteúdo programático a partir de um tema ou modelo matemático e orientar o aluno na realização de seu próprio modelo-modelagem. Pode valer como método de ensino-aprendizagem de Matemática em qualquer nível escolar, das séries iniciais a um curso de pós-graduação. (BIEMBENGUT e HEIN, 2007, p. 18).

Sendo assim, entendemos que a modelação pode ser de grande valia para os cursos em que se tem um conteúdo programático a ser cumprido, não podendo o professor fugir dos temas apontados nesse programa. Logo, a modelação apresenta uma perfeita adequação nesses cursos, uma vez que os conteúdos matemáticos que serão explorados estão previstos no programa.

A respeito da modelação Biembengut e Hein (2007), comentam:

> Na modelação, o professor pode optar por escolher determinados modelos, fazendo a sua recriação em sala de aula, juntamente com os alunos, de acordo com o nível em questão, além de obedecer ao currículo inicialmente proposto. (BIEMBENGUT e HEIN, 2007, p. 29).

É possível perceber que, na modelação ao contrário da modelagem, o professor pode escolher determinados modelos com os quais deseja trabalhar, sendo que estes modelos serão recriados em sala de aula pelos alunos com auxilio do professor e todos são assuntos previstos no currículo a ser cumprido.

Com os argumentos apresentados acima, concluímos que na educação básica em que se tem um currículo para ser cumprido, uma lista de conteúdos a serem ensinados em um determinado período de tempo, a modelação é uma importante ferramenta para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem de maneira significativa, diferenciando-se da modelagem que no momento em que o tema é escolhido, não se sabe quais são os conteúdos matemáticos que serão explorados.

Para o desenvolvimento de um trabalho seguindo as diretrizes da modelação matemática, são sugeridos quatro passos: o diagnóstico, a escolha de um tema ou modelo matemático, o desenvolvimento do conteúdo programático e a avaliação do processo.

O diagnóstico visa a verificar alguns aspectos que são fundamentais para o planejamento das aulas, tais como:

- ✓ A realidade socioeconômica dos alunos, bem como seus interesses e metas que são essenciais para a escolha do tema;
- ✓ O grau de conhecimento matemático dos alunos que permite estabelecer os conteúdos matemáticos que serão explorados;
- ✓ O horário da disciplina (período diurno, vespertino ou noturno) determina a dinâmica das aulas;
- ✓ O número de alunos que determina a formação de grupos de trabalho;
- ✓ A disponibilidade dos alunos para os trabalhos extraclasse implica diretamente na delimitação dos objetivos do trabalho a ser realizado.

A escolha do tema é de fundamental importância, pois é a partir deste que surgem os modelos que são conteúdos presentes no programa.

No desenvolvimento dos conteúdos programáticos, é recomendado que o professor cumpra cada uma das fases a seguir:

a) Interação

Inicialmente, é feita uma explanação sobre o tema, permitindo uma certa delimitação do aluno com a área em questão. Trata-se de um momento muito importante. A forma com que o professor demonstra seu conhecimento e interesse em relação ao tema pode ser um fator decisivo na motivação dos alunos.

É o momento em que também faz-se um levantamento de questões, com o objetivo de estimular a participação dos alunos com sugestões.

b) Matematização

Momento no qual seleciona-se e formula-se uma das questões levantadas anteriormente, com a finalidade de levar os alunos a proporem respostas. As respostas, certamente, abrirão caminhos para que se consiga atingir as metas propostas.

Na medida em que se torna necessário o uso de um conteúdo programático para a continuidade do processo de obtenção da resposta da questão em jogo, interrompe-se esse processo de exposição e desenvolve-se a Matemática necessária para, posteriormente, retornar ao processo, tendo a certeza de que esta matemática desenvolvida servirá como ferramenta para a continuidade do processo.

Após desenvolver o conteúdo necessário para realizar esta etapa do trabalho, sugere-se que sejam trabalhados exemplos análogos, para que o conteúdo não fique restringido ao modelo.

c) Modelo

O objeto matemático obtido que permite a resolução da questão em jogo, como também de outras questões similares, pode ser considerado um modelo matemático.

A avaliação do processo, último passo no desenvolvimento do trabalho com modelação, consiste em investigar a eficiência do trabalho realizado. Para isso, é interessante que sejam levados em conta dois aspectos:

- ✓ avaliação como fator de redirecionamento do trabalho do professor;
- ✓ avaliação para verificar o grau de aprendizagem do aluno.

Uma avaliação contemplando esses dois aspectos permite ao professor re-planejar seu trabalho, visando melhorar as estratégias que não foram bem sucedidas, com o objetivo de fazer que desapareçam algumas lacunas que ficaram durante o processo de ensino.

3.2.1.1 Resolução de Problemas

O uso da modelagem matemática e da modelação como metodologia de ensino tem como uma de suas finalidades a resolução de problemas que surgem das questões que são levantadas a partir do tema escolhido para a realização do trabalho.

Tanto a modelagem como a modelação procuram desenvolver no aluno a habilidade na resolução de problemas, e a heurística[3] que está presente em todo processo da resolução de um problema pode ser um grande fator de diagnóstico, auxiliando o professor a entender como seus alunos pensam quando estão resolvendo um problema, proporcionando um melhor direcionamento por parte do professor em suas orientações durante esse processo.

Segundo Polya (1995, p. 01), um dos mais importantes deveres do professor é o de auxiliar seus alunos, o que não é fácil, pois exige tempo, prática, dedicação e princípios firmes.

Entendemos que o estudante deve adquirir tanta experiência pelo trabalho independente quanto for possível. Mas se ele for deixado sozinho sem nenhum tipo de ajuda é possível que não consiga nenhum progresso. Por outro lado, se o professor ajudar demasiadamente, nada restará para o aluno fazer. Cabe ao

[3] Segundo Polya (1995, p. 87), a heurística moderna procura compreender o processo de solucionar um problema, particularmente as operações mentais, típicas desse processo, que tenham utilidade. Um estudo consciencioso da heurística deve levar em conta, tanto suas bases lógicas quanto psicológicas.

professor auxiliar seus alunos de maneira que caiba ao estudante uma boa parcela do trabalho.

Quanto à resolução de problemas Polya (1995), afirma:

> [...] é uma habilitação prática como, digamos, o é a natação. Adquirimos qualquer habilitação por imitação e prática. Ao tentarmos nadar, imitamos o que os outros fazem com as mãos e os pés para manterem suas cabeças fora d'água e, afinal, aprendemos a nadar pela prática da natação. Ao tentarmos resolver problemas, temos de observar e imitar o que fazem outras pessoas quando resolvem os seus e, por fim, aprendemos a resolver problemas, resolvendo-os. (POLYA, 1995, p. 03).

Sendo assim, entendemos que no âmbito da sala de aula, o aluno começa a resolver problemas tendo um modelo de referência que, na maioria das vezes, é o professor com suas estratégias. Mas as habilidades para a resolução de problemas só serão desenvolvidas quando o próprio aluno resolve-los.

Quando se trabalha com a resolução de problemas, uma das perguntas mais frequentes é: como resolver um problema? Polya (1995), aponta quatro passos para a resolução de um problema, que são: a compreensão do problema, o estabelecimento de um plano, a execução e o retrospecto.

A compreensão começa pela familiarização com o problema, é o momento no qual são identificados os dados, a incógnita e a condicionante. O segundo passo é o estabelecimento de um plano, nesse momento, procura-se uma conexão dos dados com a incógnita com o objetivo de se estabelecer um plano para sua resolução, às vezes, há necessidade de recorrer a um problema semelhante, caso não consiga uma conexão imediata dos dados com a incógnita. Estabelecido o plano, o passo seguinte é a sua execução, que deve ser feita com muito cuidado, verificando se cada passo executado está correto e se possível demonstrando cada um deles. Uma vez executado o plano, é chegada a hora de realizar um retrospecto, momento no qual se realiza uma reflexão a respeito do problema resolvido, verificando o resultado encontrado, analisando a existência de um outro caminho que leve ao mesmo resultado ou, até mesmo, verificar a aplicabilidade do método empregado em outros problemas.

Ao contrario do que se pensa a resolução de um problema não acaba quando se encontra um resultado satisfatório. A riqueza de um trabalho desse porte está no retrospecto feito após a resolução, pois é nesse momento que se descobrem fatos novos, aprimora-se a resolução feita de maneira que ela se insira de forma natural aos conhecimentos anteriores adquiridos e, também, o indivíduo obterá conhecimentos bem ordenados que o auxiliarão no desenvolvimento da capacidade de resolver problemas.

No trabalho em sala de aula, o retrospecto tem muita valia, pois é o momento em que o professor pode promover uma discussão com os alunos com a finalidade de verificar, entre outros aspectos, os caminhos utilizados na resolução, a existência de mais de uma resposta para o problema proposto, dentre os métodos utilizados quais são os mais adequados. Toda essa discussão pode levar a um refinamento dos métodos utilizados, fazendo com que o grupo chegue a um método comum em que todos os participantes tiveram sua parcela de contribuição, sendo que esse método muitas vezes, pode ser empregado na resolução de outros problemas semelhantes.

Em resumo, o trabalho com a resolução de problemas em sala de aula pode ser benéfico ao processo de ensino-aprendizagem, no sentido de que esse tipo de trabalho desenvolve no aluno a curiosidade da descoberta, a habilidade na elaboração de planos, como também o senso crítico no sentido de verificar a veracidade da solução encontrada. Todos esses benefícios nos levam a concluir que o trabalho com a resolução de problemas faz com que o aluno deixe de ser um espectador (assistindo às aulas), passando a ser o protagonista do processo de ensino-aprendizagem, cabendo ao professor orientá-lo durante todo o processo.

3.3 A RELAÇÃO ENTRE A MODELAGEM MATEMÁTICA, A MODELAÇÃO, A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E ESTE ESTUDO

Os processos dos avanços tecnológicos presentes na sociedade em que vivemos, obrigam o cidadão inserido nela a adquirir uma grande quantidade de informações para acompanhar tais processos. Na busca de compreender estas transformações e até mesmo, a própria tecnologia presente em nosso dia a dia, o indivíduo depara-se com uma ferramenta presente em boa parte desse processo, a Matemática.

A Matemática é uma ferramenta que está presente todo tempo em nossa sociedade e nos possibilita compreender melhor todo esse processo de avanço tecnológico.

Entendemos que muitas situações cotidianas podem ser explicadas por meio de uma relação de dependência, relação essa que, muitas vezes, pode ser entendida como a dependência entre duas grandezas, configurando assim uma relação funcional.

Neste sentido, consideramos que nossa pesquisa ganha importância no âmbito da Educação Matemática, pois procura vincular fenômenos da realidade a um conteúdo matemático presente em nossa realidade escolar e que, muitas vezes, é abordado de forma que o aluno não consegue dar significado a ele.

Partindo desta perspectiva, compreendemos que o uso da modelação vem resgatar seu objetivo primordial, a construção de um ambiente pedagógico que permite ao aluno vivenciar a aplicabilidade dos conteúdos matemáticos, ao mesmo tempo em que desenvolve a capacidade de investigar, trabalhar em grupo, refletir sobre os resultados alcançados, criticar e formar sua própria opinião.

Autores como Barbosa (2001), destacam a importância de promover contextos significativos para o trabalho desenvolvido em sala de aula, de modo que os alunos vivenciem o porquê desse ou daquele conteúdo e apreciem a importância no contexto estudado. Nessa linha, o ensino e aprendizagem na perspectiva da modelagem e da modelação proporciona aos alunos a oportunidade de produzir seus próprios dados, investigar, analisar, criticar, tornando-se assim responsáveis pelo próprio aprendizado.

Tendo a convicção de que vários fenômenos que estão presentes no cotidiano das pessoas, podem ser explicados por meio de uma relação de dependência e, muitas vezes, esta dependência pode ser explicada matematicamente por meio de uma função afim. Entendemos que tanto a modelagem como a modelação podem ser importantes ferramentas para fazer a conexão entre o conteúdo matemático e as situações cotidianas, por meio da resolução de problemas que surgem de questões que são levantadas a partir de um tema escolhido para o desenvolvimento do trabalho.

Uma visão teórica que vem ao encontro das ideias defendidas na modelagem é a Educação Crítica, em especial, a Educação Matemática Crítica, que discutiremos um pouco mais nas seções a seguir.

3.4 A EDUCAÇÃO CRÍTICA

No âmbito da Educação Crítica, a relação entre professor e aluno tem uma importância fundamental. O professor deixa de desempenhar o papel de detentor de todo saber e assume a posição daquele que ensina[4], numa relação com os estudantes que favorece a criação de um ambiente no qual os estudantes tornam-se co-responsáveis por um processo de educação no qual todos crescem.

> As ideias relativas aos diálogos e a relação estudante-professor são desenvolvidas do ponto de vista geral de que a educação deve fazer parte de um processo de democratização. Se queremos desenvolver uma atitude democrática por meio da educação, a educação como relação não deve conter aspectos fundamentalmente não-democráticos. É inaceitável que o professor (apenas) tenha um papel decisivo e prescritivo. Em vez disso, o processo educacional deve ser entendido como um diálogo (SKOVSMOSE, 2001, p. 18).

Assim, ressaltamos três aspectos que julgamos importantes da Educação Crítica. O primeiro é a atribuição dada aos estudantes de uma competência crítica, que envolve os estudantes na tomada de decisões e no controle do processo educacional. O educando passa a ser protagonista do processo de construção de seu próprio conhecimento.

O segundo refere-se ao currículo ou programa das disciplinas, o professor e o aluno adotam uma postura que questionam aspectos, como a aplicabilidade

[4] Tanto professor quanto o aluno, ensinam e se ensinam.

do assunto, quem usa e onde é usado que contexto gerou o assunto, quais suas funções, etc.

O terceiro aspecto está relacionado ao direcionamento para o ensino e aprendizado, baseado em resolução de situações problema. Para a seleção de tais problemas, deve-se levar em conta o que é relevante para os estudantes envolvidos nesse processo.

3.5 A MODELAGEM MATEMÁTICA E A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA

Segundo Skovsmose (2001), a Educação Matemática Crítica preocupa-se com a maneira como a Matemática, em geral, influencia nosso ambiente cultural, tecnológico e político.

Estas influências que a Matemática exerce sobre esses fenômenos sociais podem ser explicadas pela existência de situações que só podem ser compreendidas com auxílio da Matemática, tais situações quando são levadas para dentro de uma sala de aula para explorar a Matemática existente nelas podem ser compreendidas como situações-problema.

Como vimos na primeira seção deste capítulo, a modelagem matemática visa transformar situações da realidade em problemas matemáticos. Neste sentido, entendemos que a modelagem matemática tem uma relação muito estreita com a Educação Matemática Crítica, pois as situações oriundas do cotidiano podem ser explicadas matematicamente, por meio da obtenção e validação de modelos.

A Matemática ensinada na escola básica tem como um de seus objetivos levar o aluno a compreender fenômenos que ocorrem dentro de uma sociedade na qual o individuo está inserido. Dentro desta perspectiva, entendemos que, quando o indivíduo aprende Matemática, ele está sendo alfabetizado matematicamente, pois está fazendo uso da Matemática para realizar uma leitura do mundo onde vive e, consequentemente, organiza os processos sociais.

Para Freudenthal (1973, p. 79), a realidade vivenciada deveria ser a espinha dorsal que une experiências matemáticas. Esta realidade levada para a sala de aula, entendemos que pode ser um fator de motivação para o estudante, pois experiências desse porte possibilitam que o estudante enxergue a Matemática como algo próximo de sua vida cotidiana, quebrando o paradoxo que a Matemática é algo distante da realidade de quem a aprende.

A utilização da modelagem para o ensino da Matemática tem como um de seus pressupostos tornar o estudante apto a criar Matemática a partir das situações que são colocadas em jogo. Nesta perspectiva, Freudenthal (1973) comenta:

> A ciência em sua melhor forma tem sido sempre invenção criativa, e hoje é assim até mesmo em níveis mais baixos do que os dos mestres. O processo de aprendizagem tem de incluir fases de invenção dirigida, isto é, da invenção não no sentido objetivo, mas no sentido subjetivo, visto da perspectiva do estudante. Acredita-se que conhecimento e habilidade adquiridos por reinvenção são mais bem entendidos e mais facilmente preservados que os adquiridos de modo menos ativo. (FREUDENTHAL, 1973, p. 118, tradução nossa).

Assim, podemos entender que o aprendizado das ciências, e principalmente da Matemática, que é a ciência em questão neste trabalho, é mais eficiente quando as habilidades exigidas são desenvolvidas por um processo de reinvenção, no qual o aprendiz participa ativamente de todo o processo, desenvolvendo suas habilidades e aplicando-as em situações reais. Os conhecimentos adquiridos por meio desse processo são preservados, e o aprendiz consegue mais facilmente dar um significado a esses conhecimentos, pois encontrou uma utilidade quando percebeu que, o que aprendeu, pode ser aplicado em situações reais. Assim, podemos conjecturar que um bom caminho para trabalhar os conteúdos matemáticos seria por meio de situações que criassem problemas a serem resolvidos pelos aprendizes e, neste caso, a modelagem, como também a modelação seriam caminhos para a realização de um trabalho desse porte.

Segundo Skovsmose (2001), a seleção de problemas em uma Educação Matemática orientada para a resolução de problemas apresenta a seguinte forma:

> 1) Deveria ser possível para os estudantes perceber que o problema é de importância. Isto é, o problema deve ter relevância subjetiva para os estudantes. Deve estar relacionado a situações ligadas às experiências deles.
>
> 2) O problema deve estar relacionado a processos importantes na sociedade.
>
> 3) De alguma maneira e em alguma medida, o engajamento dos estudantes na situação-problema e no processo de resolução deveria servir como base para um engajamento político e social (posterior). (SKOVSMOSE, 2001, p. 34).

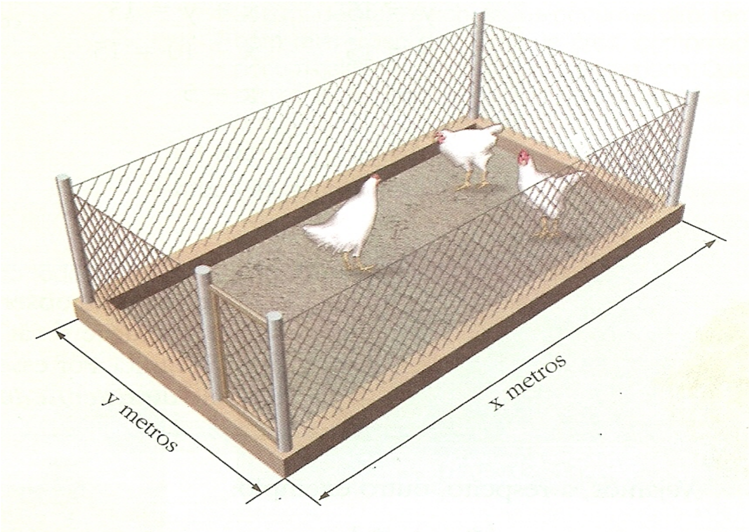
Para que o aprendizado a partir de resolução de problemas seja eficiente, estes devem estar relacionados com as experiências de vida dos estudantes e, também, estar ligados a importantes processos da sociedade, pois é importante que a resolução tenha um engajamento político e social. Desse ponto de vista, fica fácil perceber a ligação existente entre o ensino da Matemática e a Educação Critica, pois o estudante que passa por esse processo, parece compreender melhor não somente o conteúdo ensinado, mas também muitos fenômenos políticos e sociais que permeiam a grande maioria das explicações matemáticas.

A Matemática serve como ferramenta para a resolução de problemas em diversas áreas do conhecimento. Porém existe muita dificuldade de mostrar toda essa aplicação no ensino da Matemática na Educação Básica. A respeito desse assunto Skovsmose (2001, p. 41), afirma que os problemas fundamentais que dizem respeito às aplicações matemáticas não são visíveis de dentro de um processo de modelagem, muito frequentes são os exemplos que mostram pseudoaplicações.

Entendemos que a Matemática ensinada na Educação Básica e principalmente no Ensino Fundamental tem por objetivo fazer com que o aprendiz compreenda melhor o mundo onde vive. O professor tendo consciência desse fato, procura levar para seus alunos situações em que se é possível aplicar o conteúdo em estudo, mas, muitas, vezes estas situações não fazem parte da realidade daquele grupo.

Para ilustrar o que acabamos de dizer, usaremos o problema a seguir como um exemplo de atividade, na qual o professor procura ensinar sistemas do 2º grau a seus alunos de uma escola localizada no centro de uma grande cidade.

Seu Zeca deseja construir um galinheiro de formato retangular e, para cercá-lo, dispõe de 30 m de tela. Quais deverão ser as medidas desse galinheiro (comprimento e largura), se seu Zeca pretende que a área seja de 50 m^2?



Fonte: Aprendendo Matemática, p. 79, 8ª série, Giovanni J. R. & Parente E.,FTD, São Paulo 2002.

Entendemos que esse problema para alunos que vivem no centro de uma grande cidade, não tem muito significado e, por seguinte torna-se desmotivador, pois é muito difícil o galinheiro fazer parte do mundo desses alunos. Para essa clientela, talvez fosse mais interessante apresentar uma situação que falasse sobre a quadra poliesportiva da escola. O problema do galinheiro seria significativo para os alunos de uma escola da zona rural.

Muitas vezes, situações que o professor traz para a sala de aula, dizendo que tem alguma aplicação na vida real, não representam aplicações concretas, pois não passaram por um processo de modelagem dentro daquele determinado grupo. De fato, pode ser que tais situações não tenham mesmo nenhuma aplicação dentro da realidade daquele grupo com que se trabalha. Isto pode fazer com que os aprendizes percam o interesse pela situação, e os conceitos a serem ensinados serão passados de forma pouco significativa. Assim, o estudante começa a ter dificuldade na compreensão e na fixação dos conceitos. Cabe ao educador desenvolver situações “libertadoras”, que deem ao estudante informações sobre modelos matemáticos reais e suas funções.

De modo geral, a modelagem matemática atua como uma ferramenta de extrema importância para a explicação das influências que a Matemática exerce sobre fenômenos político-sociais. Por meio da modelagem, é possível se criar modelos, que são representações fiéis desses fenômenos. Estes modelos possibilitam que o indivíduo parta de uma situação real presente na sociedade e chegue de maneira natural a explicações matemáticas dadas a essas situações.

3.6 ALGUNS ESTUDOS CORRELATOS AO NOSSO

Ao visitar a literatura especializada, temos por objetivo conhecer a partir de estudos científicos relativos à modelagem matemática, resolução de problemas e a função afim. Procuramos trabalhos que tratassem de modelagem, resolução de problemas e função afim ou apenas um dos três assuntos. Tínhamos por objetivo conhecer um pouco do que se tem pesquisado e discutido sobre o ensino da função afim e o uso da resolução de problemas e da modelagem como metodologia de ensino.

Consultamos dois bancos de teses: o da PUC-SP e o da CAPES, consulta esta que nos possibilitou selecionar entre os trabalhos encontrados quatro dissertações de mestrado e uma tese de doutorado. Estes trabalhos foram selecionados porque após uma prévia leitura julgamos que foram os que mais se aproximaram de nosso tema.

Abordando o tema função afim, encontramos, no banco da PUC-SP e da CAPES duas dissertações de mestrado a saber:

a) Edivaldo Pinto dos Santos, “Função Afim y = ax+b: a articulação entre os registros gráfico e algébrico com auxílio de software educativo”, mestrado em Educação Matemática da PUC-SP, 2002.

b) Julienne Jane Barbosa Dornelas, “Análise de uma Sequência Didática para a aprendizagem do conceito de Função Afim”, mestrado em Ensino das Ciências da Universidade Federal Rural de Pernambuco, 2007.

Abordando o tema modelagem matemática, encontramos, no banco da CAPES, duas dissertações de mestrado a saber:

c) Cláudia Regina Confortin Viecili, "Modelagem Matemática: Uma proposta para o ensino da Matemática", mestrado em Educação Ciências e Matemática da PUC-RS, 2006.

Abordando os temas resolução de problemas e função afim, encontramos, no banco da PUC-SP, uma dissertação de mestrado a saber:

d) Wagner Sanches Lopes, "A importância da utilização de múltiplas representações no desenvolvimento do conceito de função: Uma proposta de ensino", mestrado em Educação Matemática da PUC-SP, 2003.

Por fim, abordando os temas modelagem matemática e função afim, encontramos, no banco da CAPES, uma tese de doutorado a saber:

e) Ross Alves do Nascimento, "Modelagem Matemática com simulação computacional na aprendizagem de função", doutorado em Educação da Universidade Federal de Pernambuco, 2007.

A seguir, apresentaremos um resumo de cada um dos estudos acima referidos, seguindo sempre por nossa consideração a cerca das convergências e divergências do estudo em relação ao nosso.

A respeito das dissertações e teses acima citadas, observamos o seguinte:

Santos (2002) tinha por objetivo a construção dos significados dos coeficientes da função afim e desenvolver nos alunos que participaram da pesquisa a habilidade da conversão do registro gráfico para o registro algébrico de uma função afim. Sua pesquisa visava responder às seguintes questões:

- ✓ A ferramenta informática, pelas suas capacidades gráficas, calculatórias e de animação, pode proporcionar um ambiente de aprendizagem propício ao aluno construir seu conhecimento a respeito da conversão do registro gráfico para o algébrico da função afim?

- ✓ O uso de um software do tipo *jogo* ajuda na aprendizagem matemática, de modo que fora do ambiente informático o aluno seja capaz de utilizar tal aprendizagem?

Com a finalidade de responder tais questões, o pesquisador elaborou uma Sequência didática baseada em alguns princípios da informática na Educação e na teoria de Duval (1999). Esta sequência foi desenvolvida com alunos da 2ª série do Ensino Médio num ambiente computacional.

Os resultados obtidos durante a realização da pesquisa apontaram:

- ✓ Observações feitas no pré-teste mostraram a insegurança dos alunos diante das tarefas que lhes pareciam sem sentido. No pós-teste, essas tarefas ficaram visivelmente mais familiares aos alunos.
- ✓ As experimentações comprovaram que a aquisição dos saberes relacionados aos coeficientes da equação $y=ax+b$ por meio da articulação dos registros gráfico e algébrico da função afim, em geral, resistente ao ensino usual é, no entanto, susceptível de saltos qualitativos importantes via a interação aluno/software, ainda que de curta duração, com um ambiente informático.
- ✓ O registro das interações aluno/máquina possibilitou ao pesquisador coletar dados que permitiram identificar fenômenos que dificilmente são perceptíveis nos ambientes usuais.
- ✓ A aquisição de saberes deu-se inicialmente em situações que exigiram a participação ativa do aluno. Em geral, isto se deu por meio da resolução de problemas no computador, que caracterizam o ciclo descrição-execução-reflexão-depuração. O aluno fez uso de conhecimentos que já tinha, como também necessitou buscar novos saberes. Desta forma, o aluno pode agir, expressar-se e desenvolver seu próprio pensamento, dando um encaminhamento lógico às suas ideias, buscando soluções diferenciadas e criativas.
- ✓ A visualização e a experimentação tiveram um papel importante na compreensão de alguns coeficientes da função afim.

- ✓ O software utilizado por apresentar características de um jogo, apresentou uma forma interessante de resolver problemas, pois as atividades foram apresentadas de forma atrativa, favorecendo a criatividade na elaboração das estratégias e na busca da solução. Tudo isso, fez com que os alunos apresentassem um posicionamento positivo diante dos erros, quebrando aquele paradoxo de que o erro é algo negativo.

Destacamos que esta dissertação aproxima-se de nosso trabalho no sentido que nós também temos o objetivo de desenvolver em nossos alunos os significados dos coeficientes da função afim e, também, trabalhamos com as mudanças do registro gráfico para o algébrico e vice-versa. Mas esta dissertação difere de nosso trabalho no sentido que Santos (2002), utiliza como ferramenta para o desenvolvimento de sua sequência um ambiente computacional, enquanto nós utilizamos a resolução de problemas pautada nos princípios da modelagem matemática, fizemos uso desta metodologia para modelar situações que foram apresentadas a nossos alunos.

Dornelas (2007), tinha como objetivo investigar os efeitos de uma sequência didática nas concepções de alunos do 1º ano do Ensino Médio em relação ao conceito de função afim. Seu questionamento era: a aplicação de uma sequência elaborada a partir de problemas de contextos realísticos, enfatizando a ideia de variação entre grandezas (uma dependendo da outra), e a articulação das diferentes representações de uma função produzirá que efeitos didáticos na aprendizagem do conceito de função afim?

Para a realização de tal pesquisa, a autora desenvolveu uma sequência didática composta de duas questões; a primeira apresentava cinco itens a serem respondidos e a segunda três. Esta sequência foi toda desenvolvida em cima da resolução de problemas com contexto realístico, dando ênfase à compreensão da variação de grandezas lineares, privilegiando a articulação entre as representações em linguagem natural, gráfica, algébrica e tabular da função afim, fundamentada em alguns princípios da Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau (1982), segundo a qual os fenômenos que regem o processo de ensino e aprendizagem envolvem três elementos principais: o professor, o aluno e o saber.

Os resultados apresentados mostram que a aplicação de tal sequência permitiu um avanço significativo nas concepções sobre função afim e no conceito de função, no sentido de que propiciou uma melhor compreensão das variáveis da função, bem como o relacionamento entre elas.

Ao comparar a dissertação de Dornelas (2007) e nosso trabalho, destacamos que a dissertação analisada aproxima-se muito de nosso trabalho no sentido de que as atividades foram compostas de situações-problema que eram simulações da realidade, dando ênfase à variação entre duas grandezas e às diferentes representações que uma função pode assumir.

Em contrapartida, o trabalho analisado difere-se do nosso em dois aspectos: primeiro, os participantes da pesquisa no trabalho analisado, os sujeitos, são alunos do 1º ano do Ensino Médio, e os nossos sujeitos são alunos do 7º ano do Ensino Fundamental. A autora fundamenta a elaboração e o desenvolvimento de sua sequência na Teoria das Situações Didática, e nós usamos como fundamentação os princípios da modelagem matemática.

Viecili (2006), apresenta uma pesquisa na qual o principal objetivo é investigar como o emprego da modelagem pode auxiliar na aprendizagem da Matemática. Sua pesquisa visava responder ao seguinte questionamento: como a utilização da modelagem matemática contribui para a construção do conhecimento matemático de alunos da sétima série do Ensino Fundamental?

Para tal investigação, a autora observou o comportamento de um grupo de alunos da 7ª série do Ensino Fundamental perante a apresentação dos conteúdos matemáticos destinados a tal série, mediante a construção de modelos que possibilitassem a resolução de problemas propostos.

Ao final de seu estudo, os alunos participantes da pesquisa passaram por uma avaliação, na qual foi possível constatar que houve uma mudança na concepção dos alunos no que diz respeito ao interesse, à motivação e às concepções com relação à Matemática. Esse fato constatado levou a autora a concluir que a modelagem matemática contribui para a construção do conhecimento matemático de alunos de sétima série do Ensino Fundamental, sendo esta sua resposta ao questionamento que motivou o desenvolvimento de sua pesquisa.

Ao analisar o trabalho acima citado, percebemos que existem alguns aspectos que o aproximam muito de nossa pesquisa. O primeiro aspecto que nos chamou atenção para esta proximidade, foi a fundamentação do trabalho que se baseia nos princípios da modelagem, como o nosso.

O segundo aspecto foi o nível de escolaridade dos alunos que participaram da pesquisa, foi praticamente o mesmo, e na pesquisa de Viecili os alunos eram da 7ª série e os nossos eram do 7º ano que equivale a 6ª série, portanto, na pesquisa analisada os alunos apresentavam um ano a mais de escolaridade. O terceiro aspecto que caracterizou esta proximidade, foi o fato dos participantes pertencerem à escola pública, como aconteceu em nosso trabalho.

O fato que difere a pesquisa analisada de nosso trabalho é que procuramos introduzir a noção de função afim, que não é um conteúdo matemático tradicionalmente previsto para a fase de escolaridade em que se encontravam nossos alunos. Já no trabalho analisado trabalhou-se com mais de um conteúdo matemático, mas todos eram previstos para a fase de escolaridade em que se encontravam os alunos.

Lopes (2003), teve por objetivo avaliar os fenômenos didáticos ocorridos na resolução de problemas, envolvendo a conversão do registro gráfico de uma função afim para o registro algébrico e vice-versa, como também estudar os aspectos relativos ao ensino e aprendizagem quando são trabalhados os conceitos de função, em uma situação concreta de sala de aula com alunos da 8ª série do Ensino Fundamental, de uma escola da periferia da cidade de São Paulo. Sua preocupação era responder às seguintes questões:

- ✓ Que fenômenos didáticos ocorrem, quando o aluno faz o tratamento, dentro de um mesmo registro ou uma conversão entre diferentes registros, nas condições institucionais de ensino em que se deu a pesquisa? Que dificuldades eles encontraram e de que procedimentos utilizaram-se nessa tarefa?

- ✓ Em que medida uma proposta de ensino, voltada às atividades de conversão e tratamento de registros e representação, permite o domínio de aquisições funcionais dos diferentes sistemas de representações requeridos para a formação do conceito de função?

Para o desenvolvimento de tal pesquisa, visando responder aos questionamentos acima citados, o autor desenvolveu uma sequência didática fundamentada nos princípios de Duval (1993) e Caraça (1951) que visava à introdução do conceito de função afim.

Ao analisar os resultados obtidos, o autor destaca que houve uma melhora nas iniciativas e procedimentos dos alunos para efetuar os tratamentos matemáticos, no interesse na execução das atividades. Neste sentido, o autor concluiu que a pesquisa atingiu seus objetivos, mas destaca também algumas limitações presentes no trabalho, em especial, o enfoque dado à variável visual pertinente relativa à inclinação da reta que ficou prejudicada, em função das outras variáveis presentes.

O trabalho descrito acima apresenta uma certa proximidade com o nosso, no sentido de que ambos procuram estudar um método significativo para introdução da função afim, partindo da resolução de problemas, envolvendo tais conceitos. Destacamos, ainda, que os dois trabalhos apresentam atividades que tratam da mudança do registro gráfico para o algébrico e vice-versa com o objetivo de fazer com que o aluno transite entre esses dois registros e perceba a relação presente entre eles.

Nascimento (2007), investigou a modelagem matemática como caminho para a aprendizagem do conhecimento da função afim, quadrática e exponencial em situações que utilizam a construção de simulações no computador.

Seu objetivo geral era identificar as habilidades mobilizadas por estudantes da licenciatura em Matemática na aplicação do conceito de função, explorando uma estratégia de modelagem matemática que fez uso da construção de simulações computacionais por meio do software Modellus. Desse objetivo, surgiram outros mais específicos a saber:

- ✓ Investigar, dentre as abordagens de funções, as habilidades contempladas nos problemas de livros didáticos;
- ✓ Identificar que contextos são explorados nas questões relativas ao ensino de função, presentes nos livros didáticos do Ensino Médio;
- ✓ Levantar o conhecimento e dificuldades dos alunos, quanto às habilidades desenvolvidas para modelar situações-problema relativas ao conhecimento de função;
- ✓ Investigar a modelagem como estratégia de ensino, utilizando o Modellus, na aprendizagem de funções;
- ✓ Analisar o comportamento dos alunos diante de atividades de modelagem sobre o conhecimento de função, utilizando o computador.

Tais objetivos tinham a finalidade de levar o pesquisador a fazer uma análise mais minuciosa dos dados coletados, direcionando suas conclusões no sentido do objetivo geral da pesquisa.

A pesquisa foi realizada com seis alunos de uma faculdade da região metropolitana do Recife. Para a realização de tal estudo, o pesquisador construiu uma sequência composta de três problemas do tipo aberto que seriam modelados por meio de uma função afim, quadrática ou exponencial. Para isso, fiz uso do software Modellus que contribuiu na validação dos modelos desenvolvidos pelos alunos.

Ao analisar os resultados obtidos, o autor concluiu que, ao investigar a abordagem de função em situações de modelagem, ficou evidente que algumas habilidades para modelar são específicas desse tipo de abordagem, e outras são comuns àquelas tratadas nos livros didáticos.

Ele também evidencia que o tratamento dado à aplicação do conhecimento de função utilizando problemas nos quais o estudante constrói o contexto, trouxe para a situação elementos do cotidiano, como é típico em trabalhos com modelagem. Destacando, ainda, que o contexto utilizado pelos estudantes, apesar de semelhantes àqueles explorados em situações-problema contidas nos livros didáticos eram envolvidos com propostas mais elaboradas e bastante discutidas, quando requisitadas pela situação.

Os resultados ainda apontam uma nova forma de abordar o trabalho com modelagem, por meio de problemas do tipo completamente aberto, constituídos de conhecimentos matemáticos como os vivenciados em sala de aula, sem a presença de elementos construtores.

O autor encerra suas conclusões ressaltando que a dificuldade no processo de validação foi minimizada e, também, destaca as potencialidades do uso da modelagem como metodologia de ensino, desenvolvendo no aluno novas habilidades, relacionando o conhecimento com fatos da realidade, valorizando a aprendizagem, entre outras.

A tese analisada aproxima-se do nosso trabalho no sentido de que ambos estudam a função afim e utilizam a modelagem matemática, tanto na sustentação teórica, como na metodologia. Mas em contrapartida, os trabalhos diferenciam-se quanto aos participantes que, na pesquisa citada, eram alunos de nível superior e, também, há uma diferenciação nos conteúdos abordados, pois nós só tratamos da função afim, e o trabalho analisado abordou a função afim, quadrática e exponencial. Vale a pena ressaltar que, na tese em questão, as atividades foram desenvolvidas em um ambiente computacional, enquanto em nosso trabalho os alunos não fizeram uso dessa tecnologia.

Assim, após essa breve revisão bibliográfica acerca dos estudos que se aproximam do nosso, é chegado o momento em que descreveremos em detalhes a pesquisa que realizamos com vistas a atingir nosso objetivo e ter subsídios empíricos para responder à nossa questão de pesquisa. Tal acontecerá no âmbito da representação de nossa metodologia, descrita no próximo capítulo.

CAPÍTULO IV

METODOLOGIA

INTRODUÇÃO

Neste capítulo, descrevemos nossa proposta de pesquisa: seu objetivo, a opção teórico-metodológica e o desenho geral do experimento. Dentro deste último, será apresentado o universo do estudo, quando descreveremos os participantes, os materiais, tanto dos instrumentos diagnósticos como da intervenção de ensino e o desenvolvimento do experimento.

Para a elaboração e definição dos instrumentos diagnósticos e da intervenção de ensino, realizamos uma aplicação preliminar dos mesmos que chamamos de “estudo de eficiência”, cujo objetivo foi calibrar as atividades, tanto no sentido de deixá-las em um nível gramatical compreensível para os alunos, bem como em um nível cognitivo condizente com o ano escolar dos alunos do estudo principal. Esta aplicação aconteceu com um grupo composto por sete alunos, assim seis deles cursavam a 2ª série do Ensino Médio e um a 1ª série, todos já tinham tido aula sobre função afim, ou seja, eram sujeitos que supostamente já conheciam o assunto.

4.1 PROPOSTAS E OBJETIVOS

Nossa pesquisa direcionada a alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, foi elaborada com o propósito de introduzir as noções iniciais da função afim, de maneira significativa. Entendemos que o trabalho realizado desta maneira pode contribuir para a construção do conhecimento do aluno. Desse modo, propusemos um trabalho que não seguisse a linha predominante, tradicional, de definições seguidas de exercícios, observadas na análise de alguns livros didáticos e, pessoalmente, nas sequências desenvolvidas em sala de aula.

Consideramos que o aluno é a parte central da construção de seu conhecimento, cabendo a ele, por intermédio de uma participação ativa, fazer as ligações entre os conteúdos matemáticos em estudo e as situações nas quais ele, eventualmente, depara-se em sua vida diária. A função do professor (nesse caso, o pesquisador) é orientar e conduzir os processos de aprendizagem.

Assim, procuramos elaborar uma intervenção de ensino que partiu de situações-problema que surgiram de questionamentos oriundos de situações vivenciadas pelos alunos, de tal forma eles percebessem a necessidade de usar a Matemática, como ferramenta para a solução de problemas. Nossa hipótese que tal procedimento ajude aos alunos a atribuírem um significado ao conteúdo estudado, assim, favorecendo a interiorização do conceito pertencente à função afim, facilitando sua formalização posteriormente.

Com o intuito de apresentar situações reais, nas quais o aluno possa usar a Matemática, como ferramenta para melhor compreendê-las, nossa intervenção de ensino caracteriza-se de maneira geral, por partir de situações reais para a formalização dos conceitos trabalhados.

Ao final do estudo, esperamos que os alunos tenham construído, de modo significativo, o conceito da função afim. A partir do domínio desse conceito, possam usá-lo como ferramenta na resolução de situações-problema para o melhor entendimento das situações que vivenciam.

4.2 DISCUSSÃO TEÓRICO-METODOLÓGICA

O presente estudo tem um caráter quase-experimental, intervencionista, com o objetivo de introduzir as noções iniciais de função afim para estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental.

Fiorentini e Lorenzato (2006), consideram como estudos experimentais aqueles que visam verificar a validade de determinadas hipóteses sobre algum fenômeno ou situação. Neste sentido, nossa pesquisa procura estudar a relação entre os fenômenos nela envolvidos, procurando saber se um é causa do outro, ou seja, se os resultados por nós alcançados são frutos de nossa intervenção de ensino.

Para verificação das hipóteses, fizemos uso de um experimento que nos ajudou a tirar as conclusões a respeito das hipóteses que formulamos. Rudio (1986), explica que um experimento são situações criadas, dentro ou fora de um laboratório nas quais são usadas técnicas rigorosas, como objetivo de exercer um certo controle sobre as variáveis que vão ser observadas.

Nosso experimento foi constituído de dois grupos, um que chamamos de experimental (GE) e outro de controle (GC). O GE passou por uma intervenção de ensino que visou a introdução das noções iniciais da função afim, já o GC não passou por essa intervenção, teve apenas a função de controle de nosso experimento, servindo como comparativo para o GE, visando evidenciar que a intervenção pela qual o GE passou resultou em alguma mudança nesse grupo.

Mais detalhes sobre nosso experimento serão discutidos na próxima seção deste capítulo.

4.3 DESENHO GERAL DO EXPERIMENTO

Nosso experimento foi aplicado numa escola da rede pública municipal da cidade de Salto de Pirapora, no interior Estado de São Paulo. Trabalhamos com duas turmas de 7º ano, ambas do período da manhã. A primeira, constituiu-se no que passamos a chamar de grupo controle (GC) e a segunda, em que desenvolvemos nossa intervenção de ensino, de grupo experimental (GE). Inicialmente, o GC foi composto por 32 alunos, e o GE por 34 alunos. Em razão das faltas que alguns dos participantes tiveram, seja no pré ou pós-teste, seja na intervenção de ensino, tivemos a mortalidade[5] de oito participantes do GC e cinco do GE, o que fez com que, ao final, o estudo foi realizado com 24 participantes do GC e 29 do GE. Cabe ainda informar que, embora os alunos faltantes não tenham sido considerados participantes do estudo, para efeito de análise, eles sempre que presentes, participavam das atividades com os demais alunos.

A participação do GC na pesquisa resumiu-se na realização de um teste inicial (pré-teste) e um teste final (pós-teste). O pré-teste teve por objetivo diagnosticar os conhecimentos desses alunos sobre o assunto em questão e o pós-teste, o intuito de, após a intervenção no GE, comparar os desempenhos dos estudantes dos dois grupos. Os testes foram aplicados no período de aulas, sendo destinadas duas aulas duplas para cada teste. Para o GC, foram previstos dois encontros, duas aulas duplas (50 minutos cada) no total de 4 horas/aulas, destinadas à aplicação do pré e pós-teste.

O GE participou de nosso experimento realizando o pré-teste, a intervenção de ensino e o pós-teste. Todas estas atividades consumiram sete encontros, todos em aulas duplas (50 minutos cada), totalizando 14 horas/aulas. Vale a pena ressaltar que, o primeiro encontro, foi destinado a aplicação do pré-teste que aconteceu 15 dias, antes do início da intervenção, e do segundo ao sexto encontro aconteceu a intervenção. O sétimo encontro foi dedicado à aplicação do pós-teste, que aconteceu 15 dias após o término da intervenção de ensino.

Quanto à nossa intervenção de ensino desenvolvida no grupo experimental, pretendíamos que o ponto de partida fosse sempre por meio de situações-problema. Dessa forma, nossa intervenção foi elaborada por meio de atividades em etapas, que, a nosso ver, contribuíram para a construção do conceito de função afim. Portanto, iniciamos os estudos por questões ligadas à

[5] O termo mortalidade utilizado acima, refere-se àqueles sujeitos que no momento de nossa análise foram desconsiderados pelo fato de não estarem presentes em, pelo menos, uma das etapas de nosso estudo.

realidade, caminhando para a formalização, ou seja, as atividades caminharam para um sentido mais abstrato.

Destacamos, também, a procura de concretização que possa ocorrer dentro do ambiente de sala de aula, com o objetivo de auxiliar o aluno na construção do conceito envolvido. Para isso, partimos em busca de um tema que pudesse servir como ponto de partida para nossa intervenção de ensino e, ao mesmo tempo, fosse significativo para os alunos.

Na busca de tal tema, decidimos perguntar aos alunos, das atividades que desenvolviam dentro e fora do espaço escolar, quais delas julgavam mais interessante? Dentre várias as respostas, encontramos uma que nos chamou a atenção. A grande maioria dos alunos respondeu que gostava muito das aulas da disciplina de Arte em que a professora juntamente com eles construiu algumas fontes que jorravam água, usando bombas d'água utilizadas em aquários. Um modelo dessas fontes é representado pela figura a seguir.

Figura 4.1: Imagem da fonte que os alunos construíram na aula de Arte

Decidimos então, que as bombas utilizadas nas aulas de Arte seriam o tema que motivaria nossa intervenção de ensino, pois percebemos que a partir destas bombas poderiam surgir questões que gerariam problemas, cujas soluções poderiam ser encontradas por meio de uma função afim.

Sendo assim, utilizamos três bombas de aquários idênticas às que foram utilizadas por estes alunos nas aulas de Arte. Assim, nosso intuito seria fazer com que os alunos conseguissem enxergar um pouco da Matemática presente em um material utilizado por eles para a realização de um trabalho em outra disciplina.

Por se tratar de um método que difere do tradicional, pois é centrado nos princípios da modelação matemática e levando em consideração que foram apresentadas situações problema, nas quais os alunos buscaram dados para a resolução destes em situações reais que foram vivenciadas por eles. Acreditamos que não foi uma experiência nova somente para os alunos, mas também para o pesquisador.

O diagrama a seguir apresenta uma síntese do desenho do experimento utilizado nesta pesquisa.

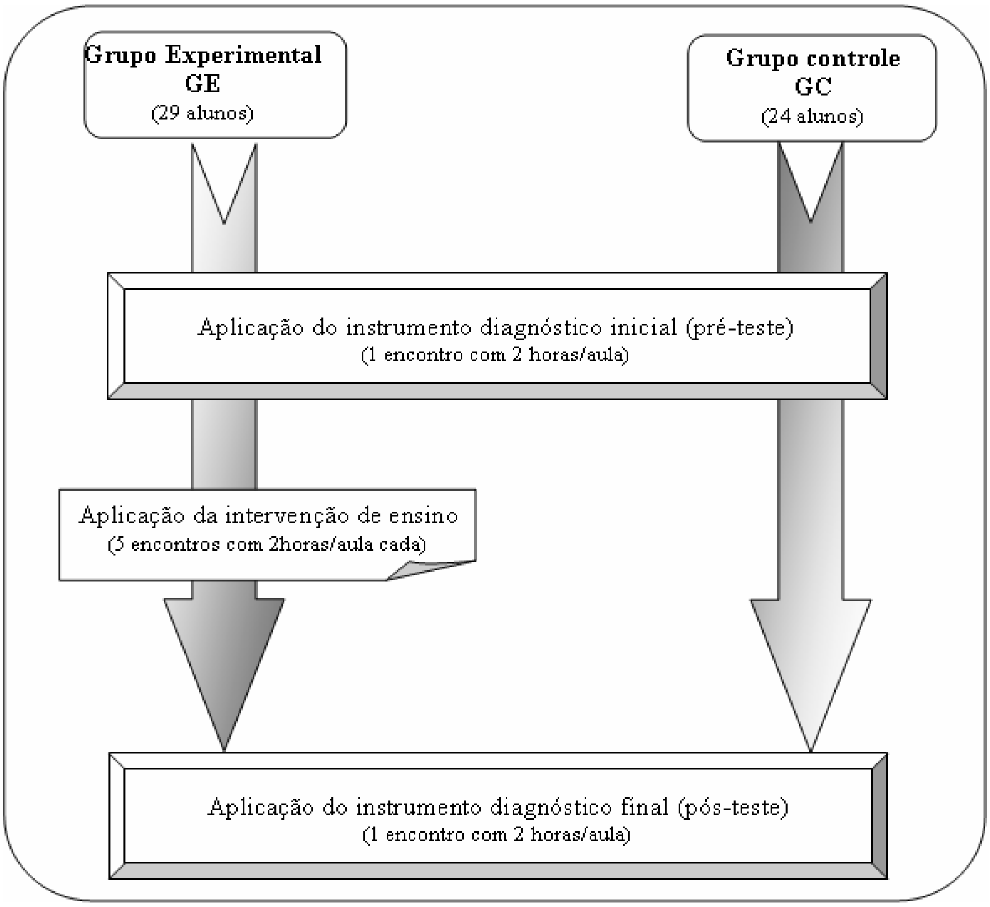


Diagrama 4.1: Síntese do experimento

Voltaremos a discutir maiores detalhes de nossa intervenção de ensino no quinto capítulo (Análises dos Resultados), quando apresentaremos maiores detalhes como se deu a introdução das noções básicas de função afim pelo grupo experimental e compararemos com o grupo controle.

4.3.1 Instrumentos de Avaliação Diagnóstica

Aqui serão descritos os instrumentos diagnósticos que serviram de parâmetros para a avaliação de nossa intervenção que, também, nos ajudaram no entendimento de como se deu a formação do conceito de função afim para esse grupo de alunos. Os instrumentos aqui tratados são os pré e pós-testes, que apresentaremos a seguir.

4.3.1.1 Apresentação e Descrição do Pré-teste

O pré-teste tem a finalidade de avaliar os conhecimentos anteriores do aluno a respeito da função afim e no sentido de servir de termômetro para avaliar se o mesmo domina os conteúdos matemáticos, considerados como conhecimentos prévios para o trabalho que realizamos. A avaliação teve, portanto, a função principal de diagnóstico, para posterior desenvolvimento de uma intervenção de ensino. O pré-teste, também, tem a função de servir de parâmetro para avaliarmos ao final da intervenção se houve a construção do conceito pretendido, por meio da aplicação de um novo teste (pós-teste), cujas atividades, o conhecimento se equivalem e a dificuldade se aproxima.

Nosso pré-teste constituiu-se de dez atividades, as quais no momento da elaboração procuramos empregar alguns termos considerados bastante técnicos e específicos do assunto, tais como função crescente, decrescente ou constante, gráfico da função horária, coeficiente angular e linear da função. Ao usar tais termos, tínhamos o objetivo de diagnosticar o nível de conhecimento dos alunos em relação à função afim.

A seguir, apresentaremos as atividades uma a uma, fazendo após cada apresentação uma discussão sobre as mesmas.

Atividade 01: Uma pessoa fez uma caminhada ao ritmo de 6 km por hora. Que distância esta pessoa percorreu em:

5 HORAS (ESPAÇO PARA OS CÁLCULOS)

Resposta: ____________

Trata-se de uma atividade que envolve as noções de proporcionalidade, comumente utilizadas em problemas que exploram a função afim no contexto da Física mecânica. É um problema de pouca complexidade, com números pequenos (no âmbito das unidades) e, por isso, normalmente é apresentada no início do estudo das funções. Com esta atividade pretendemos observar se o aluno é capaz de reconhecer a relação de dependência entre as grandezas tempo e distância, isto é, que a distância percorrida depende do tempo de caminhada. Nossa expectativa era que a maioria dos alunos tivesse sucesso na realização dessa atividade.

Atividade 02: Um taxista cobra as suas corridas da seguinte maneira: R$ 5,00 como valor fixo inicial da corrida, mais R$ 2,00 por km rodado. Baseado nestas informações preencha a tabela a seguir:

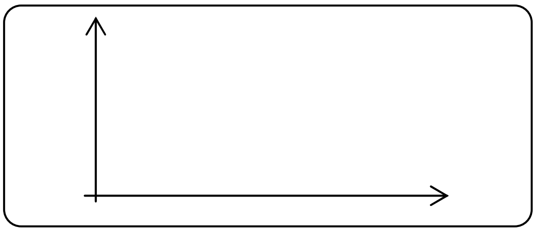
Km rodado	1 km	3 km	5 km	7 km	x km
Total cobrado em (R$)					

(ESPAÇO PARA OS CÁLCULOS)

Esta atividade, também, envolve a ideia de proporcionalidade para completar uma tabela. Consideramos que seja um pouco complexa, pois os alunos poderão sentir dificuldades para escrever uma expressão matemática que permita calcular o valor pago para qualquer distância percorrida. A construção desta expressão é nosso principal objetivo nesta atividade.

Atividade 03: A tabela a seguir representa a variação da temperatura durante um dia na cidade de Sorocaba-SP. Com base nos dados da tabela, construa um gráfico de segmentos da variação da temperatura em função do tempo.

Horário	3h	5h	7h	9h	11h	13h	15h	17h	19h
Temperatura	5ºc	7ºc	10ºc	11ºc	13ºc	17ºc	18ºc	14ºc	9ºc



Esta é uma atividade comumente utilizada na introdução da construção de gráficos, pois familiariza o aluno com o plano cartesiano e reforça o conceito de coordenadas de um ponto.

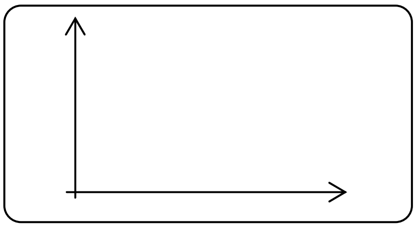
Com esta atividade, pretendemos observar a capacidade de construção de um gráfico por meio dos dados expressos na tabela, mesmo que o gráfico representado por esta situação não seja de uma função afim, nossa maior intenção era que o aluno conseguisse relacionar as grandezas horário e temperatura como pontos do plano cartesiano.

Esta atividade exige uma mudança de registro[6]**,** definida por Duval (1995), que, até então, não foi explorada nas atividades anteriores, pois ela parte do

[6] Segundo Duval (1995), uma mudança de registro ocorre quando há possibilidade de representar o mesmo objeto matemático de outra maneira. Existem dois tipos de mudança de registro, o tratamento e a conversão, sendo que no tratamento transforma-se a representação em uma outra equivalente, permanecendo no mesmo registro, já na conversão transforma-se a representação em outra equivalente, não permanecendo no mesmo registro.
De acordo com Duval (Ibid), para que um conhecimento ou objeto matemático seja colocado em funcionamento é importante que o aprendiz domine mais de um registro, pelo menos dois.

registro das informações contidas em uma tabela e pede-se para que o aluno expresse estas informações num gráfico. Pelo fato de haver uma mudança de registro, algumas dificuldades na execução desta atividade eram esperadas.

Atividade 04: João mora na mesma avenida onde fica sua escola. E está caminhando em direção à escola numa velocidade de 5 km/h em um trecho retilíneo. Considere que o portão de sua casa foi a origem de sua caminhada, isto é, do marco 0 km. A partir destas informações, trace o gráfico da função horária das posições do movimento de João.

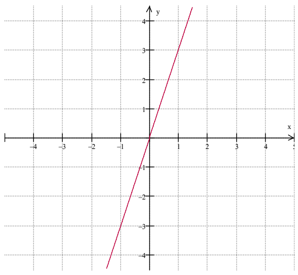
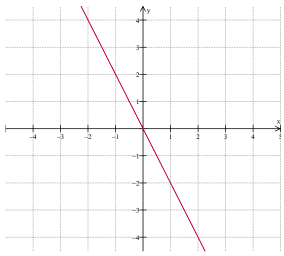
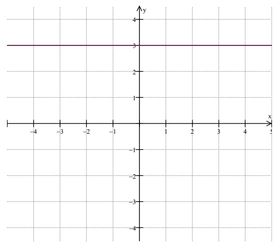


A quarta atividade trata-se da construção do gráfico de uma função afim, a partir das informações dadas no enunciado, o aluno deverá construir o gráfico atribuindo valores para o tempo de caminhada, encontrando a distância correspondente para cada período de tempo, usando os princípios da proporcionalidade. Nossa intenção era que o aluno construísse o gráfico determinando o número de pontos que achasse necessário, utilizando a relação que foi dada entre velocidade e tempo.

Quando no enunciado da atividade usamos o termo gráfico da função horária, nosso intuito era realmente avaliar o grau de conhecimento dos alunos com relação ao assunto.

Dificuldades na atribuição de valores na grandeza tempo e na interpretação do termo gráfico da função horária eram esperadas nesta atividade.

Atividade 05: Classifique as funções que estão representadas a seguir pelos seus gráficos como crescente, decrescente ou constante.

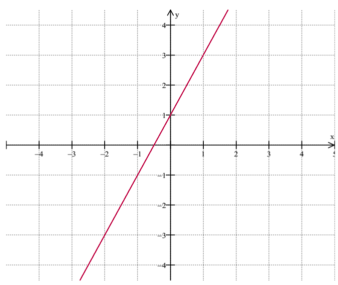
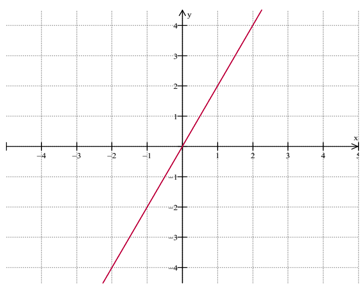




(________________) (________________) (________________)

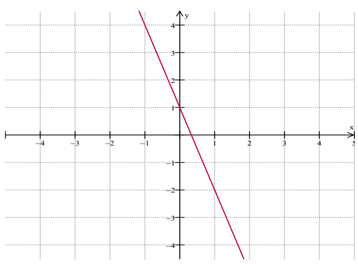
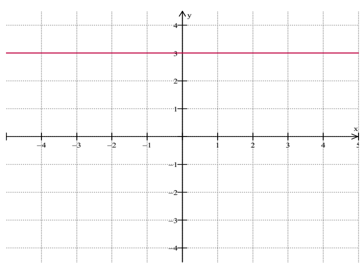
Trata-se de uma atividade típica de análise de gráficos, na qual o aluno deverá observar se as funções são crescente, decrescente ou constante por meio de suas representações gráficas. Nosso intuito ao pedir para que o aluno classificasse a função era diagnosticar se ele reconhecia a representação gráfica de uma função afim crescente, decrescente ou constante. Consideramos uma atividade pouco complexa e entendemos que sua execução não tenha maiores problemas.

Atividade 06: Associe cada uma das funções a seguir às suas respectivas representações gráficas.

(I) $y=2x$ (II) $y=2x+1$ (III) $y=-3x+1$ (IV) $y=3$

( ) ( )

( ) ( )

A atividade acima consiste em encontrar a equação que representa cada uma das retas que constituem cada um dos gráficos, por meio de uma mudança de quadro[7], do quadro algébrico para o quadro gráfico. É uma atividade muito trabalhada quando se tem a intenção de encontrar a representação algébrica da função, partindo da representação gráfica.

Nosso objetivo era observar se o aluno conseguia associar o gráfico à sua função correspondente. Esperávamos que nesta atividade, os alunos não apresentassem maiores dificuldades.

Atividade 07: Considerando que as funções da atividade anterior são do tipo $y=ax+b$, responda:

a) quais são os coeficientes de cada uma destas funções?

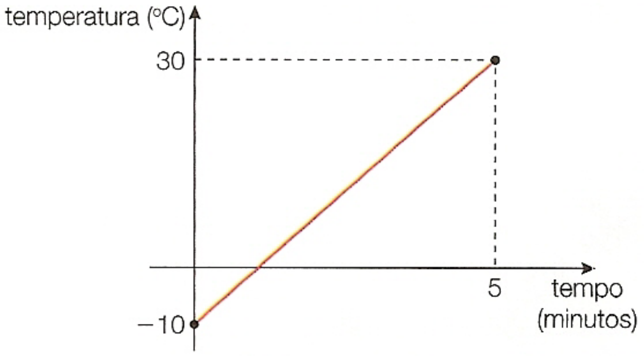
b) analisando as respostas dadas para a atividade 06, o que podemos concluir sobre o coeficiente a?

Trata-se de uma atividade que apresenta um contexto matemático, na qual o aluno deverá identificar os coeficientes de cada uma das funções e explicar qual é a finalidade do coeficiente a. Ao usar no enunciado a palavra coeficientes, pretendíamos diagnosticar se os alunos já traziam algum entendimento dessa palavra no contexto da Matemática.

É uma atividade complexa para os alunos do 7º ano, prevíamos que eles teriam dificuldades para encontrar os coeficientes pedidos no item (a) e o item (b) era diretamente ligado à resolução do a.

[7] De acordo com Douady (1992), um quadro é constituído de objetos de um campo da matemática, de relações entre esses objetos, de suas formulações eventualmente diferentes e das imagens mentais associadas a esses objetos e a essas relações.
Ainda de acordo com Douady (Ibid), uma mudança de quadro é a passagem de um quadro para um outro a fim de obter formulações diferentes de um problema.

Atividade 08[8]: Uma barra de ferro com temperatura inicial de -10° C foi aquecida até 30° C. O gráfico representa a variação da temperatura da barra em função do tempo gasto nesta experiência:



a) Determine a função que fornece a temperatura da barra com a variação do tempo. Ela é uma função crescente ou decrescente?

b) Em quanto tempo, após o início da experiência, a temperatura da barra atingiu 0 ºC

É uma atividade comumente utilizada em problemas que exploram a função afim no contexto da Termodinâmica, é problema complexo, cuja resolução exige uma mudança de registro.

Pretendíamos com esta atividade observar se o aluno possuia a habilidade de transcrever as informações dadas em um gráfico para uma fórmula matemática que lhe permitisse realizar os cálculos do item (b) para encontra a raiz da função.

Por se tratar de uma atividade que exigia uma mudança de registro, acreditávamos que os alunos encontrariam dificuldades em sua realização.

[8] Apesar da atividade não apresentar erros matemáticos, o fenômeno físico nela descrito não pode ser representado graficamente por uma reta, uma vez que o aquecimento de uma barra de ferro é um fenômeno que tende a estabilizar, caracterizando um crescimento assintótico e a reta sempre tende para $+\infty$ ou $-\infty$.

Atividade 09: Um carro mantém uma velocidade constante de 72 km/h durante 10 segundos de seu movimento. Sejam v=f(t) e s=f(t) as funções da velocidade e da distância percorrida em função do tempo.

a) Construa o gráfico da velocidade em função do tempo.

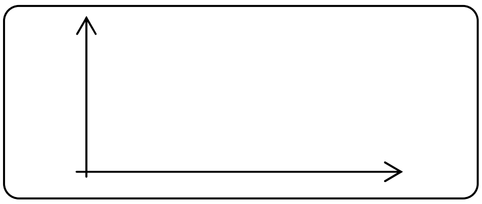
b) Qual é a distância percorrida pelo carro nesses 10 segundos?

c) As funções v=f(t) e s=f(t) são crescente ou decrescente?

Mais uma vez apresentamos uma atividade ligada à Física mecânica. Trata-se de um problema de complexibilidade mediana, nenhum dos itens para ser resolvidos depende do anterior. Então, esperávamos que nos itens a e b os alunos apresentassem poucas dificuldades, já no item (c) as dificuldades seriam maiores. Esta dificuldades podem ser geradas pela notação de função que foi usada no enunciado.

Atividade 10: Construa um gráfico de segmentos com os dados da tabela a seguir.

Distância percorrida	2Km	4Km	6Km	8Km
Tempo	1h	3h	5h	7h



Trata-se de uma atividade com contexto matemático, na qual o aluno deverá construir um gráfico apenas com os dados fornecidos na tabela. Esperava-se que na execução desta os alunos não demonstrassem dificuldades.

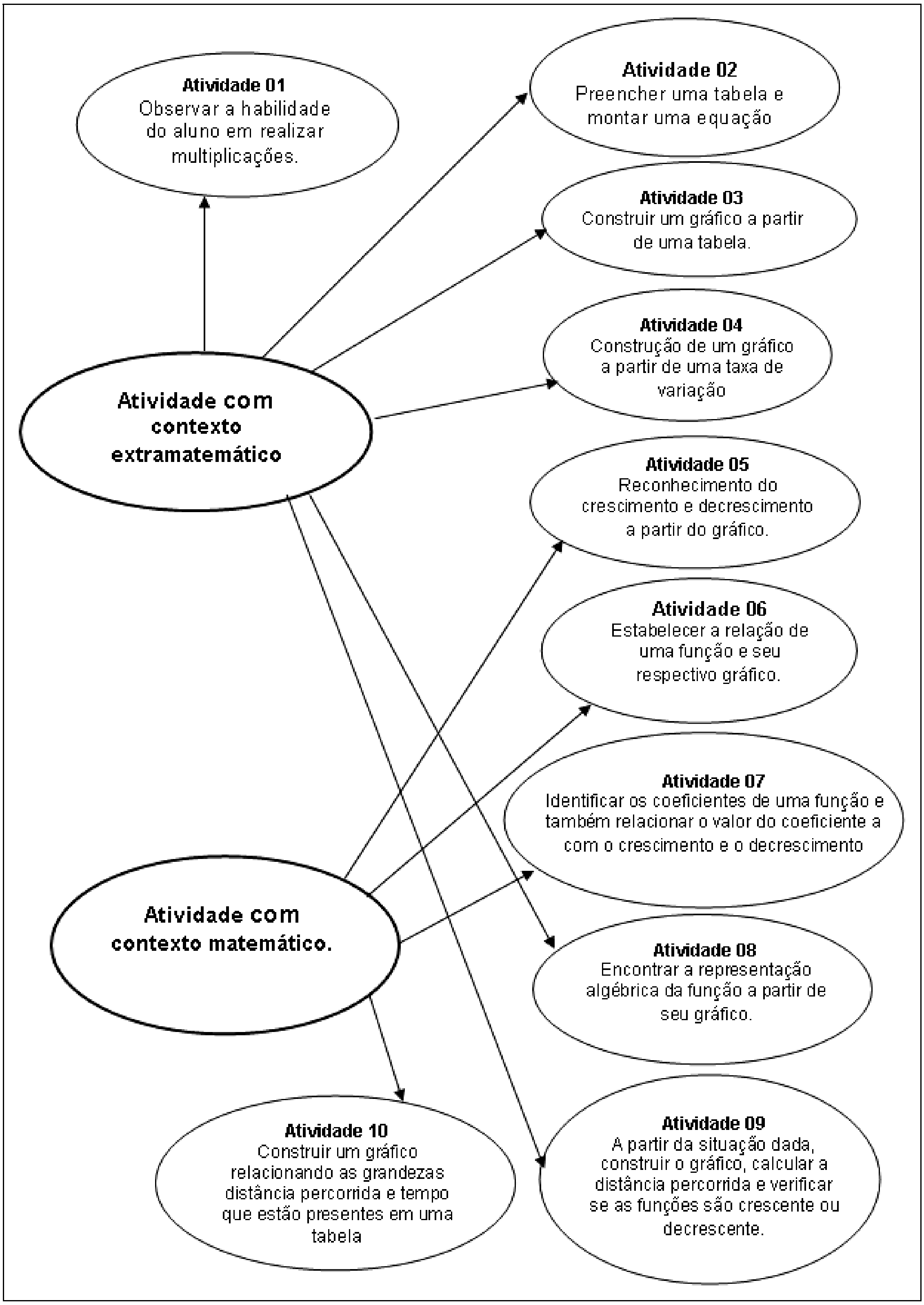


Diagrama 4.2: Classificação das atividades do pré-teste conforme com o tipo de contexto

4.3.1.2 Apresentação e descrição do Pós-teste[9]

O pós-teste é um instrumento com a finalidade de avaliar a compreensão das noções básicas da função afim, após a aplicação de uma intervenção de ensino. Analisando essa lista de atividades com aquela do pré-teste, esperamos observar uma melhora no aproveitamento dos alunos que fazem parte do grupo experimental. Pretendemos observar na ficha desse teste, se os alunos construíram o conceito relativo à função afim.

Procuramos elaborar um pós-teste com atividades equivalentes (quanto ao conteúdo, grau de dificuldade, quantidade, contextualização...) ao pré-teste, com o intuito de obter dados comparativos que expressem com fidelidade os resultados de nosso experimento.

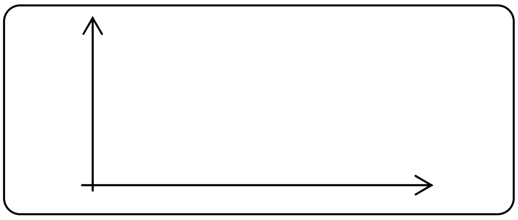
Assim como ocorreu no pré-teste, procuramos elaborar atividades partindo do princípio da resolução de problemas, procurando aproximar as situações apresentadas nas atividades a situações da realidade, pois vale a pena ressaltar que nosso trabalho está fundamentado nos princípios da modelagem matemática com algumas adaptações, caracterizando a modelação matemática. As questões que apresentarem apenas o contexto matemático nos servirão para avaliar a capacidade de abstração presente em cada sujeito participante da pesquisa.

Após o desenvolvimento de uma intervenção de ensino, agora o objetivo é observar se houve aprendizagem do conceito referente à função afim. Assim como no pré-teste, o pós-teste também tem dez atividades que serão discutidas uma a uma.

Atividade 01: A tabela a seguir representa o consumo de água num determinado condomínio, durante algumas horas de um dia. Baseado na tabela a seguir, construa um gráfico de segmentos da variação do consumo em função do tempo.

[9] Como o pré-teste, este teste também se encontra disponível, na íntegra, tal como foi apresentado para os alunos, no anexo I.

Horário	3 h	5h	7 h	9 h	11h	13 h	15 h	17 h	19 h
Consumo em m^3	5 m^3	7 m^3	10 m^3	11 m^3	13 m^3	17 m^3	18 m^3	14 m^3	9 m^3



Esta atividade equivale à atividade 3 do pré-teste e encontra-se inserida no contexto da vida cotidiana das pessoas. Embora reconheçamos que ela não esteja relacionada com a função afim, nosso principal objetivo era investigar se houve compreensão das noções de coordenadas de um ponto. Isto é, se ela permitiria avaliar se, após nossa intervenção, os alunos seriam capazes de transcrever os dados expressos em uma tabela para um gráfico e, assim, realizar uma mudança de registro.

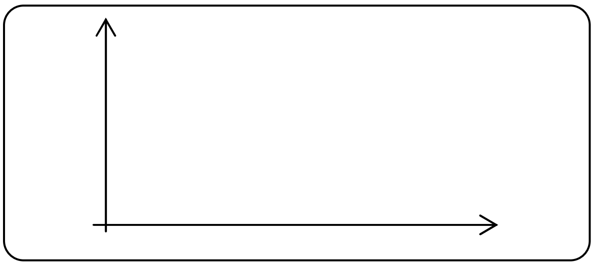
Atividade 02: João é um artesão que confecciona chaveiros de madeira. Sabendo que ele é capaz de confeccionar 6 chaveiros em uma hora, quantos chaveiros ele confeccionará em:

5 HORAS (ESPAÇO PARA OS CÁLCULOS)

Resposta: ________________

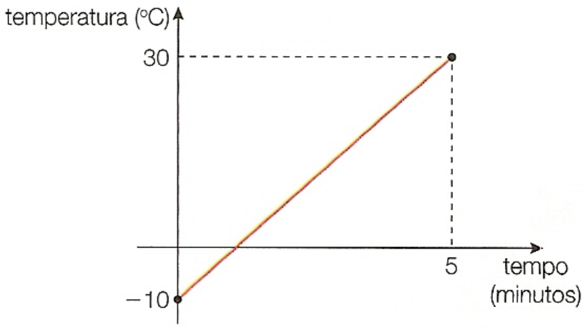
É uma atividade que apresenta um contexto da vida cotidiana equivalente à primeira atividade de nosso pré-teste. Pretendíamos com ela investigar se houve aprendizagem no que se diz respeito à dependência entre duas grandezas.

Atividade 03: Uma bomba é capaz de bombear 5 litros d'água por minuto. Considerando que o reservatório que recebe a água desta bomba estava vazio quando ela foi ligada. Construa um gráfico que represente a quantidade de água desse reservatório durante o tempo que a bomba ficou ligada.



Trata-se de uma atividade que apresenta um contexto cotidiano, na qual pretendíamos observar a capacidade dos alunos em construir um gráfico a partir da situação dada. Esta atividade é equivalente a quarta atividade de nosso Pré-teste.

Atividade 04: Uma barra de gelo (água em estado sólido) com temperatura inicial de -10º C foi aquecida até 30º C, passando para o estado líquido. O gráfico representa a variação da temperatura em função do tempo gasto nesta experiência:



a) Determine a função que fornece a temperatura da barra de gelo em relação à variação do tempo. Esta é uma função crescente ou decrescente?

b) Quanto tempo, após o início da experiência, a temperatura atingiu 30º C?

Esta atividade equivale a oitava de nosso pré-teste, trata-se de uma atividade de contexto cotidiano, na qual pretendíamos observar a eficácia de nossa intervenção de ensino, no que diz respeito a uma mudança do registro gráfico para o registro algébrico e a interpretação de um gráfico que representa uma função afim.

Atividade 05: Uma bomba é capaz de bombear 120 litros d'água por hora. Seja v=f(t) a função da quantidade d'água em função do tempo.

a) Construa, no espaço a seguir, o gráfico da quantidade d'água em função do tempo. Considere a quantidade de água em litros e o tempo em minutos.

Cole aqui seu gráfico

b) Qual é a quantidade de água bombeada após 10 minutos?

c) A função v=f(t) é crescente ou decrescente?

Trata-se de uma atividade que apresenta um contexto cotidiano, equivalente a nona atividade de nosso pré-teste. Pretendíamos com esta atividade verificar se os alunos desenvolveriam as noções de construção de gráficos de uma função, interpretação de gráficos e análise do crescimento e decrescimento de uma função afim.

Atividade 06: Construa um gráfico de segmentos com os dados da tabela a seguir.

x	2	4	6	8
y	3	6	9	12

Cole aqui seu gráfico

A atividade acima apresenta um contexto matemático e equivale à décima atividade de nosso pré-teste, cujo objetivo era observar se foram desenvolvidas as habilidades da passagem do registro em forma de tabela para o registro gráfico.

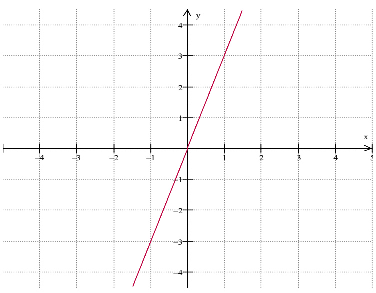
Atividade 07: Um motoboy cobra seus serviços da seguinte maneira: R$ 5,00 como valor fixo inicial da corrida, mais R$ 2,00 por km rodado.

Com base nessas informações, preencha a tabela a seguir:

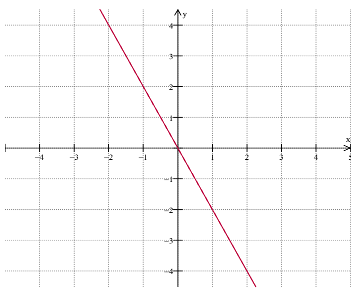
Km rodado	1 km	3 km	5 km	7 km	X km
Total cobrado em (R$)					

Esta atividade equivale a segunda de nosso pré-teste. Trata-se de uma atividade de contexto cotidiano, na qual pretendíamos observar se foram desenvolvidas pelos alunos as habilidades em relacionar duas grandezas que apresentam uma relação de dependência.

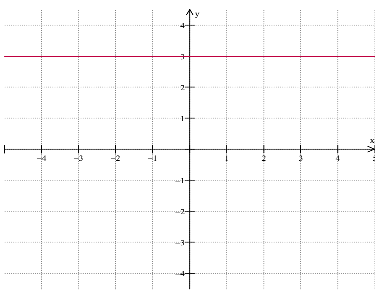
Atividade 08: Classifique as funções que estão representadas a seguir pelos seus gráficos, como crescente, decrescente ou constante.



(________________)



(________________)



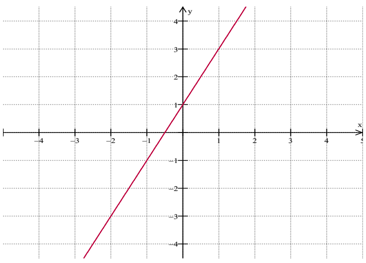
(________________)

A atividade acima apresenta um contexto matemático, equivale a quinta atividade de nosso pré-teste. Nesta atividade, tínhamos como objetivo verificar se foram desenvolvidas nos alunos as habilidades de analisar se uma função é crescente, decrescente ou constante por meio de sua representação gráfica.

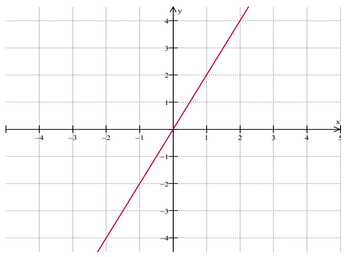
Atividade 09: Associe a representação algébrica de cada uma das funções a seguir às suas respectivas representações gráficas.

FUNÇÕES:

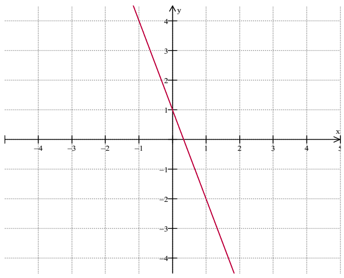
(I) y=2x **(II) y=2x+1** **(III) y=-3x+1** **(IV) y=3**



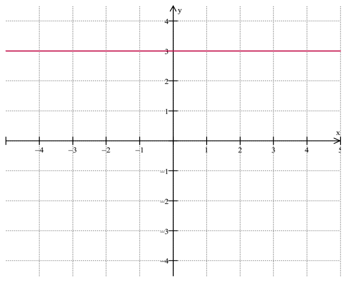
( )



( )



( )



( )

Apresentamos acima uma atividade equivalente a sexta atividade de nosso pré-teste. É uma atividade de contexto matemático, cujo objetivo era observar se com nossa intervenção de ensino os alunos desenvolveriam as habilidades de associar a representação algébrica à respectiva representação gráfica de uma função afim.

Atividade 10: Considerando que as funções da atividade anterior são do tipo $f(x)=ax+b$, responda:

a) Quais são os coeficientes angular e linear de cada uma delas?

b) Analisando as quatro funções apresentadas na atividade 09 e suas respectivas respostas, o que podemos concluir sobre o coeficiente angular?

A atividade acima apresenta um contexto matemático, equivale a sétima atividade de nosso teste inicial e tinha por objetivo observar o nível de compreensão que os alunos tiveram em nossa intervenção de ensino, quando foram trabalhados os coeficientes, seus significados e as alterações que ocorrem na representação gráfica de uma função, quando o coeficiente angular varia.

4.3.2 Apresentação e Descrição da Intervenção de Ensino

Nossa intervenção de ensino voltou-se para a resolução de situações-problema, dentro da abordagem da modelação matemática, que acreditamos, oferecer-nos-à subsídios para trabalhar o conceito de função afim, a partir desses problemas. Os problemas surgiram a partir de questionamentos relacionados ao funcionamento de algumas bombas d'água utilizadas em aquários. Um tipo de bomba semelhante às que usamos em nossa intervenção de ensino foi anteriormente usada pelos alunos nas aulas de Arte, para a construção de algumas fontes que estão, atualmente, na secretaria da escola.

Temos razões que consideramos relevantes e que nos levam a acreditar que a utilização dessas bombas, agora como instrumentos de estudo que deram origem a grande parte das situações-problema de nossa intervenção, foi o fator motivador para a participação dos alunos nas atividades planejadas, pois estes tiveram a oportunidade de aplicar conceitos matemáticos em situações vivenciadas por eles, que até então provavelmente não tinham atentado para a Matemática presente nelas.

Para cada conceito abordado, procuramos partir de uma situação concreta inserida num contexto cotidiano, modelada que, aos poucos, apresentou apenas um contexto matemático, seguindo na direção do abstrato. Em outras palavras, a direção das atividades propostas na intervenção partiu da contextualização cotidiana (concreto) para a institucionalização formal (abstração). Então, ao final de cada encontro, o conceito foi institucionalizado de uma maneira formal e, no final dos segundo e quarto encontros os alunos receberam uma ficha de atividades para resolver em casa. Na primeira ficha, as atividades versavam sobre as noções de função afim estudadas nos dois primeiros encontros, e a segunda ficha abordou as noções presentes nos terceiro e quarto encontros. Estas fichas tinham a finalidade de avaliar individualmente o aprendizado de cada um dos alunos e foram discutidas no início do terceiro e quinto encontro, respectivamente.

Para a realização das atividades de nossa intervenção, os alunos trabalharam divididos em duplas, mantendo sempre a mesma dupla ao longo de toda a intervenção de ensino. Os cinco encontros compreenderam o desenvolvimento de 14 atividades que foram propostas todas por meio de fichas.

Acreditamos que o trabalho em dupla auxiliou o desenvolvimento das atividades por parte dos alunos, principalmente na primeira, em que um dos alunos tinha de manusear o cronômetro e o outro observar a quantidade de água no recipiente. Além disso, também, o trabalho em dupla é benéfico para a troca de informações entre os indivíduos que compõem a dupla. Esta troca promoveu uma maior exploração dos conceitos presentes em cada uma das atividades, coisa que individualmente acreditamos que ficaria um pouco prejudicada.

Com relação às fichas de atividades, cada uma foi preenchida com data, uma identificação da dupla (D1, D2, D3,...) e os nomes dos alunos que compuseram a dupla. Para cada atividade, foi escolhido entre os próprios parceiros da dupla um único indivíduo que seria responsável pelo preenchimento da ficha.

Em todo encontro, as fichas (uma por dupla) foram recolhidas como documento de participação, para análise do pesquisador e, se necessário, um retorno a dupla quanto ao conteúdo. Ao recolher a ficha de atividades de cada dupla, fornecemos a cada um dos alunos uma ficha contendo as mesmas atividades para que estes se documentassem e fizessem suas anotações.

Dentre as atividades, houve aquelas cuja execução necessitou de papel quadriculado e régua graduada, cujo objetivo era levar o aluno a construir o gráfico de uma função e perceber que este precisaria seguir uma escala, para que suas propriedades não fossem descaracterizadas e que, posteriormente, sua interpretação fosse feita de maneira correta.

Toda atividade proposta e realizada em sala foi, de início, discutida por cada dupla isoladamente, após a observação de uma situação que serviu de inspiração para a criação dos problemas propostos, para, então, haver uma discussão com todos os alunos da classe, formando um grande grupo.

Acreditamos que cada atividade tenha levado cerca de 25 minutos para ser resolvida, mesmo considerando as observações, discussões e conclusões das duplas. Portanto, procuramos distribuir as atividades ao longo dos encontros, de modo que permitisse que os alunos participassem de maneira ativa e, ainda, dentro do tempo previsto.

Tendo a segurança de que a maioria das duplas concluiu a atividade proposta, abrimos um espaço para a discussão das respostas encontradas. Buscar-se-á encontrar uma resposta comum (ou equivalente), embora os caminhos fossem distintos. Tal busca viabilizou a institucionalização dos conceitos, feita com uma mediação de nossa parte. A discussão isolada nas duplas e, posteriormente, os debates com a classe foram uma boa oportunidade, para que os alunos verbalizassem as observações feitas e, ainda, para o desenvolvimento de um raciocínio lógico que lhes permitisse defenderem suas opiniões, a partir de observações empíricas. Permitiram, também, que os alunos verificassem a existência de outras soluções, diferentes das que encontraram, mas igualmente possíveis.

Acreditamos que, para o sucesso da intervenção proposta, foi essencial que o pesquisador aprendesse a ouvir e tecer comentários sempre que os alunos apresentassem suas respostas, não os deixando sem retorno. Assim, nossa intenção era estar atentos para constantemente nos dirigirmos a cada dupla solicitando delas que falassem o que pensavam, como ilustrado pela figura a seguir.

Figura 4.2[10]: Interação do pesquisador com as duplas na realização das atividades

[10] Todas as imagens de alunos que constam neste trabalho, foram divulgadas com o consentimento do menor e prévia autorização por escrito de seu responsável.
As autorizações dos responsáveis encontram-se no anexo VI, no capítulo VIII deste trabalho.

Desta forma, a intervenção de ensino foi constituída de cinco encontros, correspondendo dez aulas de 50 minutos cada. Esta distribuição foi feita seguindo o horário e o calendário da escola, onde a intervenção foi aplicada. Estes encontros estão apresentados, de maneira sucinta, no quadro a seguir:

Quadro 4.1: Resumo da intervenção de ensino a ser aplicada no grupo experimental

ENCONTROS (tipo de aula)	OBJETO DE ESTUDO	OBJETIVO	Nº DE ATIVIDADES (conteúdos)
1º (aula dupla)	-RELAÇÃO DE DEPENDÊNCIA ENTRE DUAS GRANDEZAS -EXPRESSÕES MATEMÁTICAS QUE MOSTRAM A RELAÇÃO DE DEPENDÊNCIA ENTRE DUAS GRANDEZAS	TRABALHAR CONCEITOS DE BASE PARA O ENTENDIMENTO DA FUNÇÃO AFIM, A SABER: EXPRESSÕES ALGÉBRICAS, RELAÇÃO DE DEPENDÊNCIA ENTRE DUAS GRANDEZAS.	3; VERIFICAR A RELAÇÃO DE DEPENDÊNCIA ENTRE DUAS GRANDEZAS; ENCONTRAR UM TERCEIRO VALOR RELACIONANDO ESTAS DUAS GRANDEZAS E PREENCHER UMA TABELA ENCONTRANDO UMA EXPRESSÃO MATEMÁTICA QUE SATISFAÇA A SITUAÇÃO DADA.
2º (aula dupla)	-CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS -CONVERSÃO DE TABELAS PARA GRÁFICOS -CONVERSÃO DE UMA EXPRESSÃO MATEMÁTICA PARA UM GRÁFICO	CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE GRÁFICO DE UMA FUNÇÃO AFIM E AS MANEIRAS DE CONSTRUIR ESTE GRÁFICO	3; CONSTRUÇÃO DE UM GRÁFICO POR MEIO DE UMA TABELA DADA, E CONSTRUÇÃO DE UM GRÁFICO POR MEIO DE UMA EXPRESSÃO MATEMÁTICA.
3º (aula dupla)	-MUDANÇA DA REPRESENTAÇÃO GRÁFICA PARA A REPRESENTAÇÃO ALGÉBRICA DE UMA FUNÇÃO AFIM -ANÁLISE DO CRESCIMENTO OU DECRESCIMENTO DE UMA FUNÇÃO, POR MEIO DA OBSERVAÇÃO DE GRÁFICOS	-ESCREVER A EXPRESSÃO MATEMÁTICA QUE REPRESENTA UM GRÁFICO QUE RELACIONA DUAS GRANDEZAS -RECONHECER O CRESCIMENTO E O DECRESCIMENTO DE UMA FUNÇÃO AFIM OBSERVANDO GRÁFICOS	2; RELACIONAR UM GRÁFICO COM SUA EXPRESSÃO MATEMÁTICA CORRESPONDENTE, ESCREVER A EXPRESSÃO MATEMÁTICA QUE REPRESENTA UM DETERMINADO GRÁFICO E CLASSIFICAR AS FUNÇÕES COMO CRESCENTE E DECRESCENTE POR MEIO DE SUAS REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS.
4º (aula dupla)	-ANÁLISE DO CRESCIMENTO OU DECRESCIMENTO DA FUNÇÃO, POR MEIO DA OBSERVAÇÃO DAS EXPRESSÕES MATEMÁTICAS	-CONSTRUÇÃO DOS CONCEITOS DE COEFICIENTE ANGULAR E LINEAR E AS ALTERAÇÕES QUE O COEFICIENTE ANGULAR ACARRETA NUMA FUNÇÃO DESTE TIPO	2; IDENTIFICAR OS COEFICIENTES DE UMA FUNÇÃO E OBSERVAR SE UMA FUNÇÃO É CRESCENTE OU DECRESCENTE OBSERVANDO APENAS A SUA REPRESENTAÇÃO ALGÉBRICA.
5º (aula dupla)	-MUDANÇA DA REPRESENTAÇÃO GRÁFICA PARA A REPRESENTAÇÃO ALGÉBRICA DE UMA FUNÇÃO AFIM -ANÁLISE DO CRESCIMENTO OU DECRESCIMENTO DE UMA FUNÇÃO, POR MEIO DA OBSERVAÇÃO DE GRÁFICOS -ANÁLISE DO CRESCIMENTO OU DECRESCIMENTO DA FUNÇÃO, POR MEIO DA OBSERVAÇÃO DAS EXPRESSÕES MATEMÁTICAS	-DISCUTIR A SEXTA FICHA DE ATIVIDADE	-NESTE ENCONTRO NÃO SERÁ PROPOSTO NENHUMA ATIVIDADE.

O primeiro encontro tratou das noções necessárias para o início do estudo da função afim, sendo nosso foco principal discutir com os alunos a relação de dependência entre duas grandezas, o que julgamos ser essencial para a apropriação desse conceito e, ainda, trabalhar algumas expressões algébricas. Isto ocorreu em uma aula dupla (duas horas/aula).

Do segundo ao quinto encontro (10 horas/aula), o objetivo foi: a construção do conceito de gráfico de uma função, a mudança do registro algébrico para o registro gráfico, o crescimento e decrescimento e as influências dos coeficientes no comportamento da representação gráfica dessas funções.

A seguir, descreveremos com detalhes cada encontro.

1º ENCONTRO: Relação de dependência entre duas grandezas e expressões matemáticas que evidenciam esta relação (aula dupla).

Este primeiro encontro teve por objetivo institucionalizar a relação de dependência existente entre duas grandezas que estabelecem uma relação funcional. Ainda pretendeu-se promover a reflexão de que toda relação desse tipo pode ser representada por uma expressão matemática.

Neste encontro, desenvolvemos três atividades, todas por meio de fichas. A primeira contou com o auxílio da modelagem de uma situação que envolvia três bombas d’água e um cronômetro.

Iniciamos o encontro dividindo a classe em duplas e nomeando-as da seguinte maneira: (D1, D2, D3,...).

É importante informar que, antes dos alunos adentrarem à sala de aula, colocamos em cima da mesa do professor 3 bombas d’água idênticas aquelas que foram usadas pelos alunos nas aulas de Arte.

Para a realização deste experimento, usamos dois recipientes transparentes, nos quais o primeiro tinha uma marca vermelha a dois litros e o segundo a cada meio litro, possibilitando a visualização dos alunos. Estes recipientes receberam a água com um corante azul que foi bombeada pelas bombas, como mostra a figura a seguir.

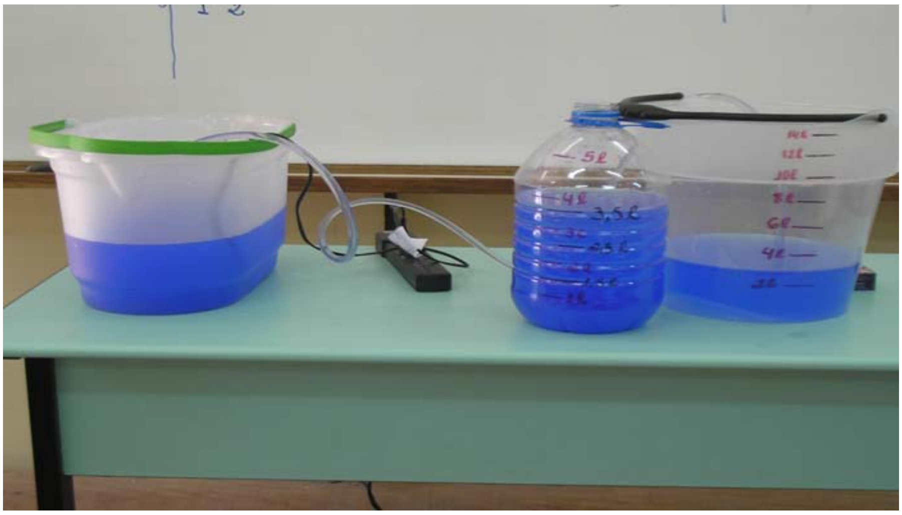


Figura 4.3: Material usado no experimento

Para cada uma das duplas entregamos um cronômetro e uma ficha (ficha de atividade 1).

Após distribuídas as fichas e os cronômetros, colocamos em funcionamento uma bomba por vez e pedimos para que um dos alunos da dupla que manuseasse o cronômetro e o outro que observasse o volume d'água no recipiente, pois foi este aluno deveria observar o volume d'água e avisar ao outro quando parar o cronômetro. Dessa maneira, os alunos resolveram a primeira atividade da ficha.

Ficha de atividade 01

Atividade 01: Observe as bombas A, B e C em funcionamento e responda: quantos litros d'água a bomba A é capaz de jogar em 1 minuto? E a bomba B? E a C?

Atividade 02: Com base no que se pode observar na atividade anterior, responda: quantos litros d'água a bomba B é capaz de jogar em 6 minutos?

Atividade 03: Uma bomba tem a capacidade de jogar 4 litros d'água em um minuto com base nestas informações preencha a tabela a seguir:

Tempo (em minutos)	1 min.	2 min.	5 min.	7 min.	x min.
Litros d'água					

A primeira atividade da ficha 1 teve o objetivo de explorar a capacidade de observação e comparação dos alunos, pois por meio da observação teriam condições de realizá-la.

Com as respostas obtidas na primeira atividade, os alunos responderam a segunda, a que teve por objetivo verificar a habilidade dos alunos em realizar as multiplicações. Por fim, a terceira atividade teve o propósito de fazer com que os alunos completassem a tabela e chegassem a uma expressão matemática que representasse a situação proposta.

Após a conclusão das três atividades abrimos um espaço para debates, no qual cada dupla comentou a resposta encontrada para cada atividade e como chegou a tal resposta. Lembrando que o objetivo desse espaço de discussão foi permitir o diálogo matemático entre os alunos, de forma que chegassem a um consenso sobre uma resposta única para todas as duplas, embora algumas delas tivessem seguido caminhos distintos.

Após estas discussões encerramos, o encontro institucionalizando todos os conceitos aprendidos com estas atividades.

2º ENCONTRO: Construção de gráficos de uma função afim (aula dupla).

Com este encontro, pretendíamos que os alunos desenvolvessem as habilidades necessárias para construção de gráficos de uma função, partindo de uma tabela ou de uma expressão matemática. Os alunos partiram de situações envolvendo umas das bombas usadas nas atividades do primeiro encontro, a situação permitiu que os alunos coletassem dados observando o funcionamento da bomba e criassem modelos que permitiriam a resolução do problema proposto.

Os alunos foram separados aos pares, mantendo os mesmos do primeiro encontro. Cada dupla recebeu uma ficha com três atividades e uma folha de papel quadriculado, na qual construíram os gráficos solicitados. Para começar a responder a primeira atividade, tiveram de observar a bomba C em funcionamento e verificar quantos litros d’água esta bomba seria capaz de bombear em um minuto. A maneira na qual se deu a realização das atividades no segundo encontro pode ser observada pelas figuras 4.4 e 4.5 apresentadas a seguir.

Figura 4.4: Uma das duplas do GE observando o funcionamento da bomba C

Após esta observação, os alunos responderam às atividades contidas na seguinte ficha.

Ficha de atividade 02

Atividade 01: Observe a bomba em funcionamento, preencha a tabela a seguir e com as informações desta tabela construa um gráfico de segmentos.

Tempo (min.)	3 min.	6 min.	9 min.	15 min.	21min.
Litros d'água					

Atividade 02: Um outro tipo de bomba, com uma potência diferente da citada na atividade anterior, é capaz de jogar água de acordo com a seguinte expressão $L=3t$, sendo L a quantidade de litros d'água bombeados por esta bomba e t o tempo que ela gasta para jogar uma certa quantidade de água em minutos. Com base nestas informações, preencha a tabela a seguir e construa um gráfico de segmentos.

t	$L=3t$
1	
2	
3	
4	

Atividade 03: Um reservatório tem a capacidade de armazenar 30 litros d'água. Nele já continha 5 litros quando foi aberta uma torneira para enchê-lo, esta lança no reservatório 2 litros de água por minuto. Sabendo que a expressão matemática que representa o volume do reservatório com o passar do tempo é $v=2t+5$, construa um gráfico de segmentos que representa o volume desse reservatório em função do tempo.

Figura 4.5: Uma das duplas do GE construindo os gráficos solicitados

Como uma das finalidades de nosso trabalho é partir de situações reais (concreto) até chegar a situações mais formais (abstratas), o segundo encontro começou com a apresentação de uma situação que serviu para que os alunos criassem um modelo que possibilitou a resolução da primeira atividade, cujo objetivo fazer era com que os alunos apresentassem, como produto final um gráfico de segmentos que relacionasse as grandezas litros e minutos.

Já as duas últimas atividades que compuseram esta ficha, os alunos se depararam com situações de contexto cotidiano, mas não foram simuladas perante os alunos como ocorreu com a primeira. As duas atividades também objetivavam a construção de um gráfico de segmentos; na segunda, os alunos deveriam partir do preenchimento de uma tabela por meio de uma expressão matemática dada e, na terceira, foi dada apenas a expressão matemática. Acreditamos que a primeira atividade ajudou muito na resolução das duas últimas.

Após o término das três atividades, destinamos um momento para debate e discussões entre as duplas para que discutissem os resultados alcançados.

Ao final das discussões, institucionalizamos todos os conceitos que se objetivavam com as atividades, definindo o conceito de plano cartesiano, ponto e coordenadas de um ponto.

No final deste encontro, distribuímos para cada um dos alunos uma ficha com três atividades, para que resolvessem em casa e entregassem no próximo encontro que se iniciaria com a discussão das atividades desta ficha, cujo conteúdo seria referente às atividades desenvolvidas nos dois primeiros encontros.

Ficha de atividade 03

Atividade 01: Sabe-se que o quilograma do pão francês custa R$ 3,00 na padaria do Sr. Joaquim. Quanto pagará uma pessoa que comprar 7 quilogramas desse tipo de pão?

Atividade 02: Um pintor de paredes cobra por seu serviço R$ 5,00 o metro quadrado de parede que pinta mais R$ 25,00 que é um valor fixo cobrado pela visita. Tendo como base as informações acima, preencha a tabela a seguir.

m^2 de parede	2	6	10	14	x
Valor cobrado em (R$)					

Atividade 03: Considere as seguintes funções definidas de R em R, preencha as tabelas a seguir e construa a representação gráfica de cada uma em um plano cartesiano.

a)

x	$y=5x$
1	
2	
3	
4	

b)

x	$y=2x+1$
-2	
-1	
0	
1	

Após estas atividades resolvidas em casa pelos alunos, esperávamos que usassem grande parte dos conceitos vistos nos dois primeiros encontros. As atividades foram discutidas com os alunos no início do terceiro encontro, e com a primeira pretendíamos explorar nos alunos a capacidade em realizar multiplicações; com a segunda, objetivávamos com preenchimento da tabela que o aluno conseguisse escrever uma expressão matemática que representasse a situação proposta de uma forma geral; e a terceira, tinha por objetivo a construção das representações gráficas das expressões dadas por meio do preenchimento de tabelas.

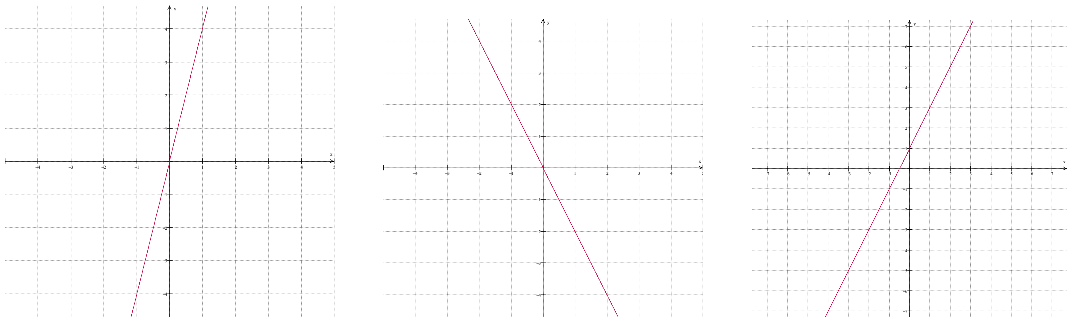
3º ENCONTRO: Discussão das atividades feitas em casa, mudança do registro gráfico para o registro algébrico e reconhecimento do crescimento e o decrescimento de uma função afim, por meio de sua representação gráfica (aula dupla).

O encontro iniciou-se com a discussão das atividades da ficha 3. Nesse momento, cada aluno poderia mostrar como resolveu cada atividade e discutir com os colegas e com o pesquisador porque utilizou tais técnicas para desenvolver a tarefa.

Após o término destas discussões, os alunos acomodaram-se com seus respectivos parceiros e distribuímos uma ficha com duas atividades, que apresentaremos a seguir.

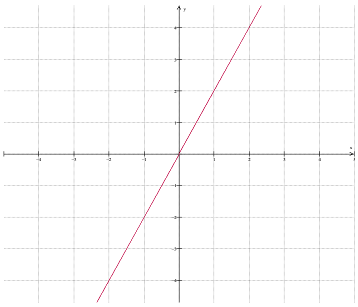
Ficha de atividade 04

Atividade 01: Escreva a expressão matemática que representa cada um dos gráficos a seguir.

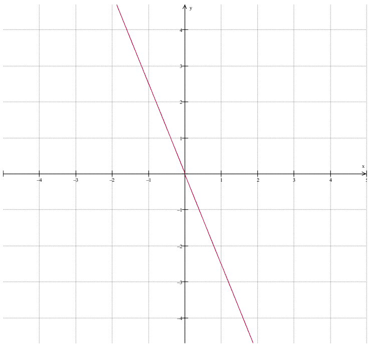


Atividade 02: Cada um dos gráficos a seguir representa uma situação, em que foi utilizada uma bomba d'água parecida com a que vem sendo usada em nossas atividades. Observe os gráficos e classifique as funções que os representam como: crescente, decrescente ou constante.

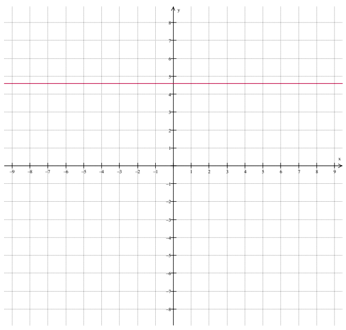
a) Uma bomba foi ligada para encher um reservatório, sabendo que ela tem a capacidade de jogar 2 litros d'água a cada minuto e que o gráfico a seguir representa o volume desse reservatório em função do tempo, sendo x o tempo transcorrido e y o volume.



b) Uma bomba foi colocada para retirar água de uma piscina. O gráfico a seguir mostra a quantidade de água contida na piscina durante o tempo em que a bomba permanece ligada, sendo que x representa o tempo em minutos e y a quantidade de água em m^3.



c) A professora Mariquinha resolveu montar um aquário com seus alunos. Para que os peixes mantenham-se vivos é necessário colocar uma bomba no aquário, com a finalidade de circular a água nele contida, produzindo, assim, oxigênio para os peixes.
O gráfico apresentado a seguir mostra o volume da água contida no aquário durante o tempo que a bomba fica ligada, sendo x o tempo em minutos e y o volume do aquário em litros.



Para a realização das atividades contidas nesta ficha, principalmente a segunda, colocamos uma das bombas que foram usadas em nosso experimento para bombear água de um recipiente para outro e pedimos para que os alunos observassem o que aconteceu com a quantidade de água do recipiente que estava recebendo esta água. Achamos também necessário que observassem o que estava acontecendo com a água do recipiente onde estava a bomba.

Esperávamos com este experimento que os alunos construíssem a ideia de função crescente e decrescente.

E por fim, levamos os alunos para uma visita à sala de Ciências, onde há um aquário, pedimos para que observassem o que aconteceu com a quantidade de água existente nesse aquário durante todo tempo que estiveram lá. Esperávamos que, desta observação, eles desenvolvessem a noção de função constante.

4º ENCONTRO: Noções dos coeficientes angular e linear e as alterações que o coeficiente angular acarreta no comportamento gráfico da função (aula dupla).

O quarto encontro iniciou-se com a distribuição das fichas contendo duas atividades para cada uma das duplas. As atividades propostas apresentaram apenas contexto matemático, não partiram de uma situação real. Nosso intuito seria observar se os alunos conseguiam abstrair alguns conceitos presentes nessas atividades que foram trabalhados em outras que decorreram de situações de contextos realísticos, vivenciadas por eles.

Achamos conveniente, apenas que antes do início da realização das atividades, que o pesquisador fizesse uma pequena explanação sobre o que seriam os coeficientes angular e linear numa função do tipo $y=ax+b$.

Ficha de atividade 05

Atividade 01: Nas funções a seguir encontre o coeficiente angular e linear.
a) $y=2x+1$ b) $L=-3t$ c) $f(t)=-4t-3$ d) $f(x)=5$

Atividade 02: Complete as tabelas a seguir e construa um gráfico de seguimentos para cada uma delas.

a)

t	$f(t)=3t$
-2	
-1	
0	
1	
2	

b)

x	$f(x)=-3x$
-2	
-1	
0	
1	
2	

c)

x	$y=3x-1$
-2	
-1	
0	
1	
2	

Analisando os gráficos construídos, o que você pode concluir sobre o coeficiente angular e o linear?

Esperávamos que para a realização da primeira atividade contida nesta ficha, os alunos usassem os conceitos de coeficiente angular e linear que foram apresentados no início do encontro. Já na segunda atividade, esperava-se que os alunos usassem os conhecimentos de construção de gráficos trabalhados no segundo encontro, refletissem sobre o que fizeram e chegassem a uma conclusão sobre a influência do coeficiente angular e linear no comportamento da representação gráfica de uma função afim.

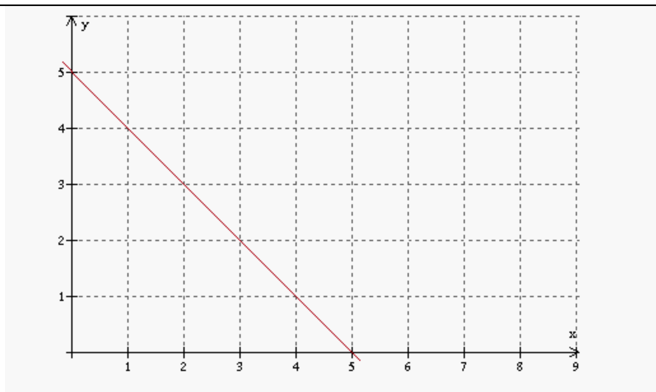
Quando todas as duplas concluíram as atividades, foi destinado um tempo para que discutissem as respostas dadas para cada uma das atividades, com a finalidade de se chegar a uma resposta comum a todas as duplas, como mostra a figura a seguir.

Figura 4.6: Discussão dos alunos a respeito das respostas encontradas

Depois desta discussão, institucionalizamos os conceitos vistos no encontro.

No final do encontro, cada aluno recebeu uma ficha com uma atividade versando sobre o conteúdo estudado nos terceiro e quarto encontros. Pretendíamos com esta ficha reforçar o conteúdo trabalhado nos dois últimos encontros.

Ficha de atividade 06



Atividade: O gráfico a seguir representa o volume de uma caixa d'água de uma residência em função do tempo, sendo x o tempo em horas e y o volume em m^3. Observe o gráfico e responda:

a) Qual é a expressão matemática que representa o volume da caixa em função do tempo?
b) Qual é o volume da caixa no instante $x=0$?
c) Quantas horas levará para caixa estar vazia?
d) O gráfico acima representa uma função crescente, decrescente ou constante? Justifique sua resposta.
e) Quais são os coeficientes da função que correspondem à representação gráfica acima?

A atividade contida na sexta ficha foi discutida no quinto encontro, no qual foi realizado o fechamento de nossa intervenção de ensino, a atividade tinha por objetivo explorar todos os conceitos trabalhados durante nossa intervenção. Após a discussão da sexta ficha de atividades, destinamos um momento para que os alunos expusessem algumas dúvidas que tinham ficado durante a intervenção com o objetivo de reforçar os conceitos trabalhados nos encontros anteriores.

CAPÍTULO V

ANÁLISE DOS RESULTADOS

INTRODUÇÃO

Este capítulo trata da análise dos resultados obtidos na aplicação dos instrumentos diagnósticos (testes) nos dois grupos, tanto naquele em que foi aplicada a intervenção de ensino (GE), como no que serviu de comparação (GC).

Faremos dois tipos de análise dos testes. Um primeiro, quantitativo, relacionado aos acertos e um outro relativo aos aspectos qualitativos das respostas dadas pelos participantes. No que diz respeito à parte quantitativa, observaremos primeiro, o desempenho geral dos dois grupos para, finalmente, olhar esse desempenho por sujeito. A parte qualitativa da análise dos testes diz respeito unicamente aos participantes do GE. Nela, procuraremos identificar as estratégias usadas por esses alunos, a partir dos estudos dos tipos de erros cometidos por eles e, ainda, observar se o grupo formou um conceito a respeito da função afim.

Antes de iniciar à análise propriamente dita, gostaríamos de discutir um pouco sobre a nossa amostra.

Queremos relembrar que dois critérios foram considerados na seleção de nossa amostra. Primeiro que os grupos fossem constituídos por alunos do 7º ano da mesma escola, oriundos de classes nas quais o pesquisador lecionava e, segundo, que os mesmos estivessem presentes em todas as etapas do estudo (nos testes de avaliação diagnóstica e, para o GE, nos encontros da intervenção de ensino). Assim, tivemos algumas mortalidades dos sujeitos pesquisados, ficando o GE com 29 alunos, e o GC com 24 alunos.

Outro ponto importante a esclarecer diz respeito à ordem das atividades apresentadas nos testes (pré e pós). Embora estas tivessem equivalência matemática e, algumas vezes, fossem exatamente a mesma atividade, a ordem de apresentação nos testes foi alterada para, assim, minimizar a possibilidade de eventual memorização por parte dos participantes. Esta correspondência encontra-se apresentada no quadro a seguir.

Quadro 5.1: Equivalência entre as atividades

Pré	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Pós	2	7	1	3	8	9	10	4	5	6

Para efeito de discussão, referimo-nos às questões de ambos os testes como sendo numeradas de 1 a 10 conforme apresentamos no pré-teste. Dessa forma, o leitor deve considerar sempre a correspondência presente no quadro acima. Assim, por exemplo, quando nos referirmos à atividade 10, estaremos nos referindo à atividade 10 do pré-teste, cuja atividade matematicamente equivalente no pós-teste foi a de número 6.

Uma última observação importante que ainda gostaríamos de fazer diz respeito à representatividade de nossa amostra. De fato, não temos a pretensão de extrapolar nossos resultados para além do universo de nosso estudo, uma vez que este é pequeno. Mas, apesar disso, nossos resultados podem trazer contribuições relevantes para o entendimento de como se dá a formação do conceito relativo à função afim. Estamos confiantes que, ao término deste trabalho, estaremos apresentando algumas pistas que julgamos significativas sobre o processo de ensino-aprendizagem deste conteúdo.

5.1 ANÁLISE QUANTITATIVA DOS INSTRUMENTOS DIAGNÓSTICOS (PRÉ E PÓS-TESTE)

Como foi dito anteriormente, esta seção é destinada à análise dos resultados de nosso trabalho. Primeiro faremos uma análise do desempenho geral quanto ao desempenho cada grupo, seguida de uma análise geral do desempenho nas atividades conforme o contexto apresentado em cada uma delas; e uma outra com o objetivo de diagnosticar os tipos de erros cometidos pelos alunos.

Antes de iniciar esta primeira parte da análise, achamos conveniente relembrar que nossos testes foram aplicados em duas turmas do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola de autarquia municipal, localizada no município de Salto de Pirapora, interior de São Paulo.

Cada uma dessas das constituiu um grupo, denominados GE e GC, sendo que o GE contou com 29 sujeitos e o GC com 24, totalizando 53 alunos participantes do trabalho.

Para dar mais confiabilidade aos resultados obtidos, utilizamos testes estatísticos e, para tal, fizemos uso do software SPSS (Statistical Package for Social Science). Foi escolhido o teste t de Student para comparar os grupos, uma vez que esse teste é indicado para comparar duas amostras independentes, com dados ordinais. Já para comparar o desempenho do GE no pré e no pós-teste, utilizamos o teste t de Student para amostras emparelhadas, por ser adequado para comparar duas amostras relacionadas.

5.1.1 Análise Geral do Desempenho dos Grupos

Iniciaremos a análise apresentando um panorama geral do desempenho do GE e do GC em relação ao pré-teste e ao pós-teste.

Fazendo uso do teste t de Student para amostras independentes, analisamos se há diferença estatisticamente significativa no desempenho dos grupos em ambos testes. Assumimos as seguintes hipóteses estatísticas:

H_0: $\mu_c = \mu_e$ (a média de acertos do grupo controle é igual à média de acertos do grupo experimental). Logo, não há diferença estatisticamente significativa entre os grupos. Esta é denominada de hipótese nula, da qual o teste estatístico parte.

H_1: $\mu_c \neq \mu_e$ (a média de acertos do grupo controle é diferente da média de acertos do grupo experimental). Logo, há diferença estatisticamente significativa entre os grupos, esta é denominada hipótese alternativa, pois é gerada pelo pesquisador.

Para que possamos decidir entre quais das hipóteses deveremos aceitar, de acordo com o teste usado adotamos um nível de significância $\alpha = 0{,}05$. Se o p-valor encontrado no teste for maior que α, devemos aceitar H_0. Porém, se o p-valor for menor que α, devemos aceitar H_1.

A figura 5.1 a seguir apresenta o resultado do teste t de Student para a comparação dos desempenhos dos grupos, no pré e pós-teste, por meio de uma tabela e de um boxplot.

teste / grupo		N	Média	DP	t(51)	p-valor
pré-teste	**GC**	24	3,58	2,12	-0,554	0,582
	GE	29	3,86	1,53		
pós-teste	**GC**	24	6,58	2,87	-5,450	0,000
	GE	29	12,76	5,22		

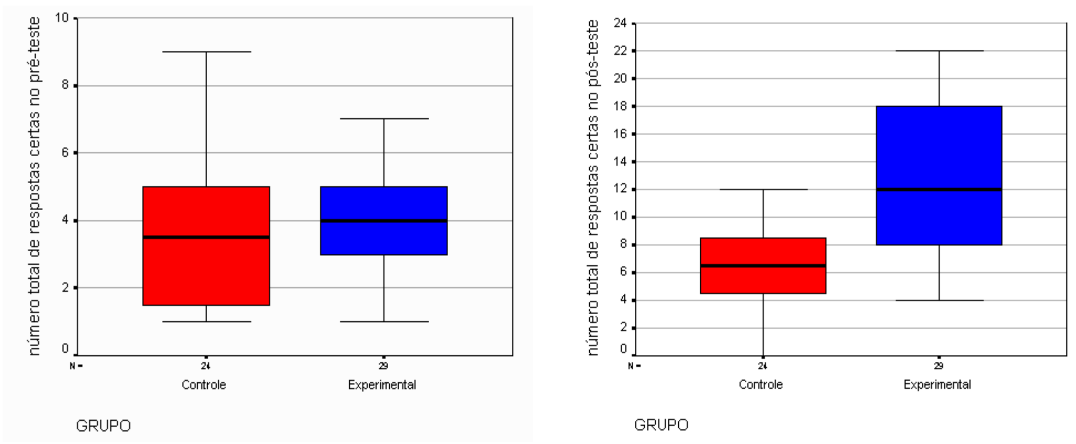


Figura 5.1: Desempenho geral do GC e do GE nos testes diagnósticos

Observando a figura 5.1 é possível notar que o desempenho dos grupos foi muito próximo no pré-teste, sem diferença significativa entre eles, conforme comprova o teste t de Student (t (51) = -0,554; p = 0,582). Podemos, dizer que os dois grupos partiram de patamares similares no teste inicial, o que nos leva a aceitar H_0.

Quanto ao pós-teste, observamos, ainda a partir da figura 5.1, que os grupos apresentaram diferenças significativas nos seus desempenhos, conforme mostra o resultado do teste t de Student (t (51) = -5,450; p = 0,000). Podemos, então, afirmar que o crescimento do GE foi significativamente maior do que o do GC, rejeitando assim H_0 e aceitando H_1.

Considerando que os dois grupos partiram de patamares próximos e chegaram a patamares distintos, com nítida superioridade no desempenho do GE sobre o GC, e que entre a partida (pré-teste) e a chegada (pós-teste), o GE passou por uma intervenção de ensino, enquanto o GC não teve qualquer tipo de intervenção a cerca do conteúdo, então, é razoável supor que o crescimento apresentado pelos alunos do GE pode ser explicado pela intervenção de ensino pela qual passaram. Este resultado já era esperado, visto que apenas o GE estudou o conteúdo função afim.

A análise apresentada acima tratou os grupos como um todo, sem considerar os desempenhos dos alunos dentro de cada grupo. Embora essa análise tenha permitido uma visão geral do desempenho dos grupos, ela não permite, por exemplo, avaliar se essa intervenção foi eficiente, no sentido de observar o que aconteceu com os alunos que, no momento do pré-teste, apresentaram um baixo desempenho. Cabe salientar que o objetivo de nossa intervenção foi fazer com que todos aprendessem, mas o foco principal era resgatar os que menos sabiam.

Para analisar tal eficiência da intervenção, faremos uma análise de regressão, modelando os acertos no pós-teste em função dos acertos no pré-teste, para os dois grupos.

Para esse teste, adotaremos o nível de significância $\alpha = 0{,}05$ e as seguintes hipóteses:

$$\begin{cases} \text{H}_0\text{: } y \neq ax + b \ \text{(}y\text{ não pode ser modelado por uma reta).} \\ \text{H}_1\text{: } y = ax + b \ \text{(}y\text{ pode ser modelado por uma reta).} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{se p} > \alpha \Rightarrow \text{aceita H}_0 \\ \text{se p} < \alpha \Rightarrow \text{rejeita H}_0 \text{ e aceita H}_1 \end{cases}$$

grupos	Coeficientes	F(1,22)	R^2	p-valor
GC	0,990	25,464	0,536	0,000
	3,035			
		F(1,27)		
GE	0,871	1,881	0,065	0,182
	9,393			

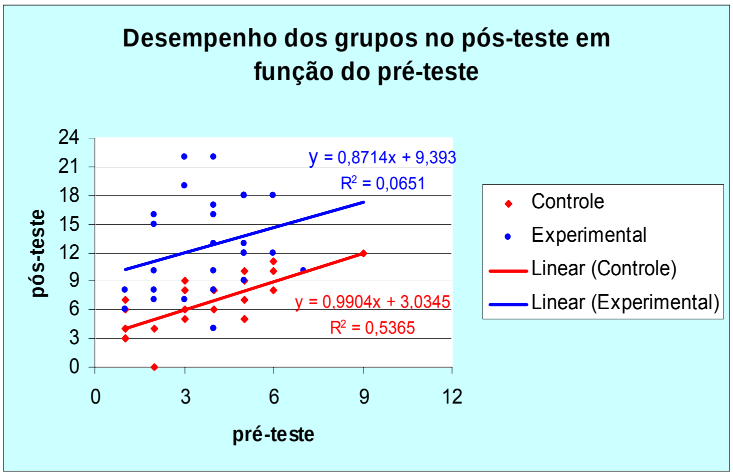


Figura 5.2: Análise de regressão linear dos grupos

Ao Observar a figura 5.2, temos que, para o grupo controle, o teste de regressão apresentou o seguinte resultado: F(1,22) = 25,464; p = 0,000 (rejeita H_0 e aceita H_1): $y = 0{,}990x + 3{,}035$, R^2 = 53,6%. Isso nos indica que o modelo apresentado acima é adequado para modelar a nuvem de pontos que representa o comportamento dos alunos desse grupo, ou seja, y depende de x. Isso significa que, para cada ponto no pré-teste, o aluno obteve 0,99 pontos no pós-teste, aumentando em média três pontos no intercepto, sendo que 53,6% da variação de y foi explicada pela variação de x, ou seja, 53,6% da variação no pós-teste fica explicada pela variação do pré-teste.

O fato que acabamos de relatar acima, não é bom do ponto de vista da aprendizagem, pois nos dá a entender que as diferenças apresentadas entre os alunos do GC no pré-teste foram mantidas no pós. Em outras palavras, os alunos que acertaram pouco no pré-teste continuaram a acertar pouco no pós-teste, e os com maior sucesso, mantiveram esse sucesso. Por isso o modelo linear é adequado para esse grupo.

Com relação ao grupo experimental (GE), o teste de regressão mostrou o seguinte resultado: F(1,27) = 1,881; p = 0,182 (aceita H_0) $y = 0{,}871x + 9{,}393$, R^2 = 6,5%. Isso significa que o modelo não é adequado para modelar a nuvem de pontos apresentada no gráfico da figura 5.2. Em outras palavras, y independe de x, ou seja, o desempenho no pós-teste não depende do desempenho no pré-teste. Então, concluímos que não importa se o aluno foi bem ou mal no pré-teste, uma vez que no pós-teste todos se saem bem, como mostra o intercepto 9,393, isto é, os alunos desse grupo ganham em média 9,3 pontos de partida, além dos 0,871 do pré-teste.

Este fato que acabamos de relatar é muito importante para nós, pois mostra que os maiores beneficiados com a intervenção de ensino foram os alunos com menor desempenho no início. Assim, confirmamos que a intervenção reduziu as diferenças de desempenho dos alunos dentro do GE.

Após, a análise do desempenho geral de cada grupo, comparando um com o outro, e a diferença de desempenho dos alunos do pré para o pós-teste, dentro de cada grupo, passaremos a analisar o desempenho do GE, segundo as atividades contidas nos testes, conforme o contexto presente em cada uma delas.

5.1.2 Análise Geral do Desempenho do Grupo Experimental por Atividade

Após termos analisado o desempenho dos dois grupos, constatando a existência de uma diferença de desempenho estatisticamente significativa a favor do GE, comparando os dois grupos e, também, evidenciando um aumento significativo no desempenho do GE, comparando o pré-teste com o pós-teste acreditamos que agora seja o momento de fazermos um estudo mais detalhado em cima do desempenho apresentado pelos alunos do GE. Iniciaremos tal estudo, analisando o desempenho apresentado por esse grupo nas atividades que compuseram o pré e o pós-teste conforme o tipo de contexto presente em cada uma delas.

5.1.2.1 Análise do desempenho geral do grupo experimental por atividade conforme o tipo de contexto

Como relatamos o GE apresentou um aumento de desempenho significativo, comparando o pré com o pós-teste e considerando que este aumento foi fruto da intervenção de ensino pela qual esse grupo passou. Assim, decidimos agora analisar o desempenho desse grupo nas atividades que compuseram os testes conforme o contexto presente em cada uma delas. Para realizar tal análise, também, usamos o software SPSS e fizemos uso do teste t de Student para amostras emparelhadas, comparando o desempenho do GE nas atividades de mesmo contexto do pré-teste, com o desempenho apresentado no pós-teste nessas mesmas atividades. Nosso interesse aqui foi procurar entender se o tipo de contexto foi um fator que influenciou nas respostas dos alunos e, consequentemente, no desempenho do grupo.

Tanto o pré-teste como o pós-teste apresentaram atividades que contemplavam dois tipos de contextos que classificamos como contexto matemático e contexto extramatemático, como apresentado no capítulo IV que trata de nossa metodologia.

O quadro a seguir permite distinguir as atividades que apresentam tais contextos.

Quadro 5.2: classificação das atividades do pré e do pós-teste de acordo com o tipo de contexto

CONTEXTO MATEMÁTICO	CONTEXTO EXTRAMATEMÁTICO
Atividade 05	Atividade 01
Atividade 06	Atividade 02
Atividade 07	Atividade 03
Atividade 10	Atividade 04
	Atividade 08
	Atividade 09

Iniciaremos a análise pelas atividades que apresentaram o contexto matemático, para tanto adotamos um nível de significância $\alpha = 0,05$ e as seguintes hipóteses:

H0: $\mu_{c.mat.pré} = \mu_{c.mat.pós}$ (a média de acertos do GE nas atividades de contexto matemático no pré-teste é igual à média de acertos nas atividades de mesmo contexto no pós-teste). Logo, esse grupo não apresenta diferença de desempenho estatisticamente significativa nesse contexto.

H1: $\mu_{c.mat.pré} \neq \mu_{c.mat.pós}$ (a média de acertos do GE nas atividades de contexto matemático no pré-teste é diferente da média de acertos nas atividades de mesmo contexto no pós-teste). Logo, esse grupo apresenta diferença de desempenho estatisticamente significativa nesse contexto.

A seguir a mostra os resultados que obtivemos quando aplicamos o teste estatístico para analisar o desempenho do GE nas atividades de contexto matemático no pré e no pós-teste.

teste	contexto	N	Média	DP	t(28)	p-valor
Pré-teste.	**matemático**	29	3,03	1,40	-6,709	0,000
Pós-teste	**matemático**	29	7,31	3,51		

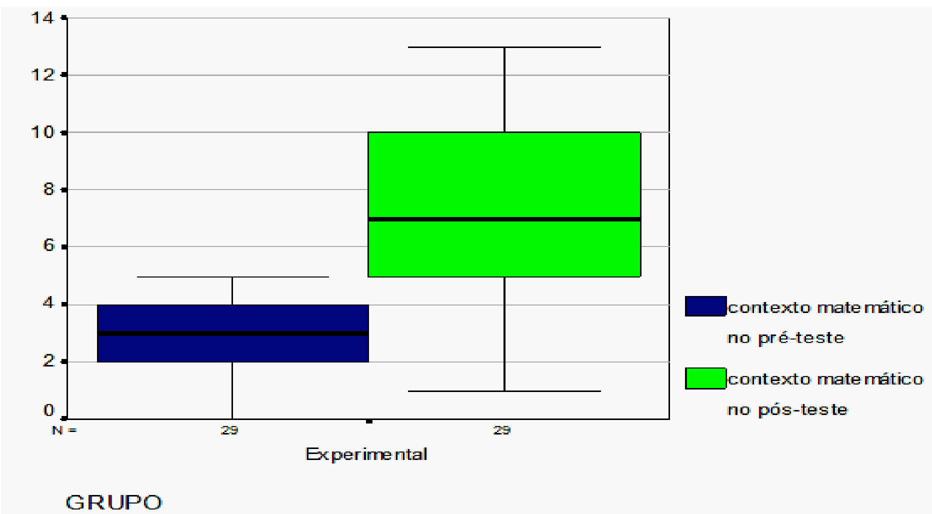


Figura 5.3: Desempenho do GE nas atividades de contexto matemático

Observando a figura 5.3, notamos um crescimento no desempenho do GE nas atividades de contexto matemático, comparando o pré com o pós-teste. Tal diferença podemos dizer que não ocorreu ao acaso, ela é estatisticamente significativa, como comprovado pelo teste t de Student ($t(28) = -6{,}709$; $p = 0{,}000$). Como o teste estatístico apresenta $p < \alpha$, então, devemos rejeitar H_0 e aceitar H_1, ficando assim comprovada a diferença significativa de desempenho do GE nas atividades de contexto matemático, comparando o pré com o pós-teste.

A análise acima mostra que o GE apresentou uma melhora de desempenho nas atividades de contexto matemático comparando o pré-teste com o pós-teste, diferença esta que não ocorreu ao acaso, como ficou comprovado pelo teste estatístico. Acreditamos que um motivo que justifique tal melhora de desempenho seja a intervenção de ensino, pela qual o grupo foi submetido no intervalo de tempo entre o pré e o pós-teste. Vale a pena ressaltar que a intervenção de ensino tinha como objetivo partir de situações reais (concreto) caminhando no sentido da formalização (abstrato). Então, é conveniente afirmar que a intervenção de ensino foi eficiente no sentido que contribuiu para melhorar o desempenho dos alunos do GE nas atividades de contexto matemático, visto que não apresentavam em seu contexto situações ligadas à realidade, estando estritamente ligadas ao formalismo matemático, exigindo do aluno um certo nível de abstração.

De acordo com Biembengut (2007), um dos objetivos da modelação é melhorar a apreensão dos conceitos matemáticos. Partindo deste pressuposto, e levando em consideração que, para a realização das atividades de contexto matemático era exigido que o aluno fizesse uma aplicação direta do conceito de função afim, sendo que, estas atividades não traziam em seu bojo um contexto que exigisse do aluno uma interpretação que fosse além a linguagem matemática. Então, após constatarmos pela análise apresentada acima que o GE apresentou um melhor desempenho nas atividades de contexto matemático no pós-teste, entendemos que a intervenção de ensino contribuiu para a apreensão do conceito de função afim por parte desses alunos.

Tal como procedemos com a análise do desempenho do GE nas atividades de contexto matemático, também analisaremos como foi o comportamento do GE nas atividades de contexto extramatemático, usando o mesmo teste estatístico, o mesmo nível de significância e as seguintes hipóteses:

H$_0$: $\mu_{c.ex.mat.pré} = \mu_{c.ex.mat.pós}$ (a média de acertos do GE nas atividades de contexto extramatemático no pré-teste é igual à média de acertos nas atividades de mesmo contexto no pós-teste). Logo, esse grupo não apresenta diferença de desempenho estatisticamente significativa nesse contexto.

H$_1$: $\mu_{c.ex.mat.pré} \neq \mu_{c.ex.mat.pós}$ (a média de acertos do GE nas atividades de contexto extramatemático no pré-teste é diferente da média de acertos nas atividades de mesmo contexto no pós-teste). Logo, esse grupo apresenta diferença de desempenho estatisticamente significativa nesse contexto.

A figura a seguir mostra o resultado que obtivemos após aplicarmos t de Student para analisar o desempenho do GE nas atividades de contexto extramatemático.

teste	contexto	N	Média	DP	t(28)	p-valor
Pré-teste.	**Extramatemático**	29	0,83	0,47	9,685	0,000
Pós-teste	**Etra-matemático**	29	5,45	2,56		

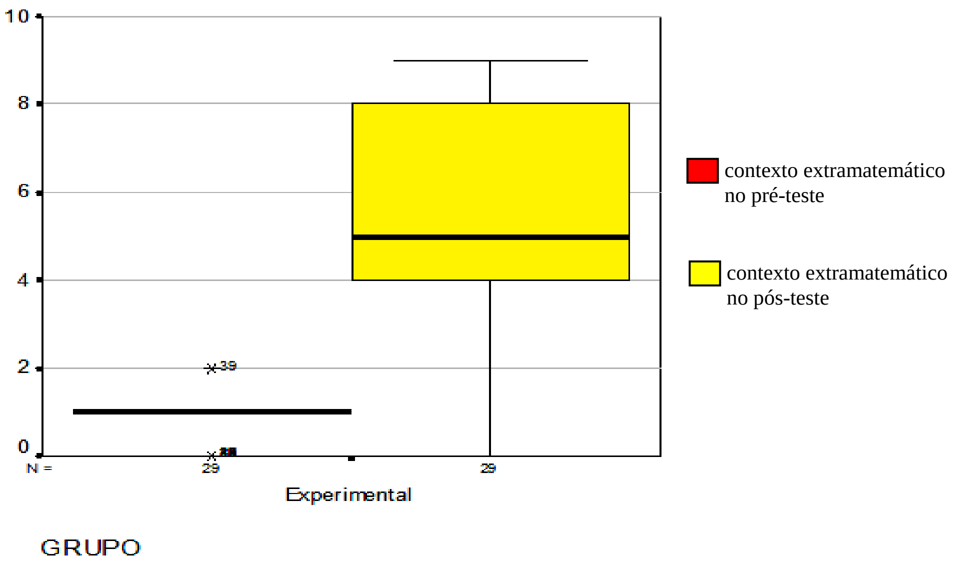


Figura 5.4: Desempenho do GE nas atividades de contexto extramatemático

Observando a figura 5.4, é possível notar que o GE apresentou um desempenho nas atividades de contexto extramatemático no pós-teste superior ao pré-teste, havendo uma diferença significativa entre os desempenhos, como comprovado pelo teste t de Student para amostras emparelhadas ($t(28) = -9{,}685$; $p = 0{,}000$).

O resultado do teste estatístico apresentado acima mostra que $p < \alpha$, então, rejeitamos H_0 e aceitamos H_1. Isso nos mostra que a diferença de desempenho apresentada pelo grupo nas atividades de contexto extramatemático não ocorreu ao acaso e sim muito provavelmente por influência da intervenção de ensino realizada com esse grupo.

A análise acima mostra que a intervenção de ensino foi eficiente no sentido de melhorar o desempenho do GE nas atividades de contexto extramatemático. Convém ressaltar que essa intervenção de ensino contou com situações ligadas à realidade, uma vez que está fundamentada em alguns princípios da modelagem matemática com algumas adaptações, caracterizando, assim, a modelação matemática.

Levando que essas atividades eram problemas de contextos realísticos, e que um dos objetivos da modelação é desenvolver nos alunos habilidades para resolver problemas, sem deixar de lado os resultados apontados na análise, então, é conveniente considerarmos que a intervenção contribuiu para que esses alunos desenvolvessem habilidades para resolver problemas, uma vez que a intervenção foi fundamentada nos princípios da modelação.

Após realizarmos a análise do desempenho do GE nas atividades de mesmo contexto comparando o pré-teste com o pós-teste, acreditamos que seria interessante analisar o desempenho desse grupo nas atividades de contextos diferentes dentro do mesmo teste. Isso é o que faremos na próxima seção.

5.1.2.2 Análise do desempenho geral do grupo experimental por atividade, conforme o tipo de contexto, comparando os contextos presentes nas atividades dentro do mesmo teste (contexto matemático x contexto extramatemático)

Com o intuito de observar como foi o desempenho dos alunos do GE nas atividades de contexto matemático e nas de contexto extramatemático, como também comparar o desempenho desses alunos nas atividades de contexto matemático com as de contexto extramatemático, faremos aqui uma análise com o objetivo de observar em qual dos contextos os alunos partiram com melhor desempenho (pré-teste) e, ao final, em qual chegaram com melhor desempenho (pós-teste).

Neste sentido, vale a pena ressaltar que o objetivo da intervenção de ensino que ocorreu entre o teste inicial e o teste final, também, era reduzir a diferença de desempenho dos alunos nos dois contextos, pois quanto menor essa diferença maior será nossa convicção de que os alunos apresentarão poucas dificuldades em resolver problemas que apresentam um contexto ou outro, ou seja, quanto menor a diferença, maiores as chances de concluirmos que o tipo de contexto não presente nas atividades não interferiu no desempenho do grupo.

Iniciamos a análise comparando as atividades de contexto matemático com as de contexto extramatemático no pré-teste. Para tanto, usamos o teste estatístico t de Student para amostras emparelhadas, adotando o nível de significância $\alpha = 0{,}05$, tendo as seguintes hipóteses:

H$_0$: $\mu_{c.mat.pré} = \mu_{c.ex.mat.pré}$ (a média de acertos do GE nas atividades de contexto matemático no pré-teste é igual à média de acertos nas atividades de contexto extramatemático também no pré-teste). Logo, o grupo não apresenta diferença de desempenho estatisticamente significativa entre esses contextos.

H$_1$: $\mu_{c.mat.pré} \neq \mu_{c.ex.mat.pré}$ (a média de acertos do GE nas atividades de contexto matemático no pré-teste é diferente da média de acertos nas atividades de contexto extramatemático, também, no pré-teste). Logo, esse grupo não apresenta diferença de desempenho estatisticamente significativa entre esses contextos.

A figura 5.5 a seguir mostra, o resultado do teste estatístico que aplicamos para comparar o desempenho do GE nas atividades de contexto matemático com aquelas de contexto extramatemático no pré-teste.

contexto	N	Média	DP	t(28)	p-valor
Mat.	29	2,33	1,08	6,683	0,000
Ex. mat	29	0,92	0,52		

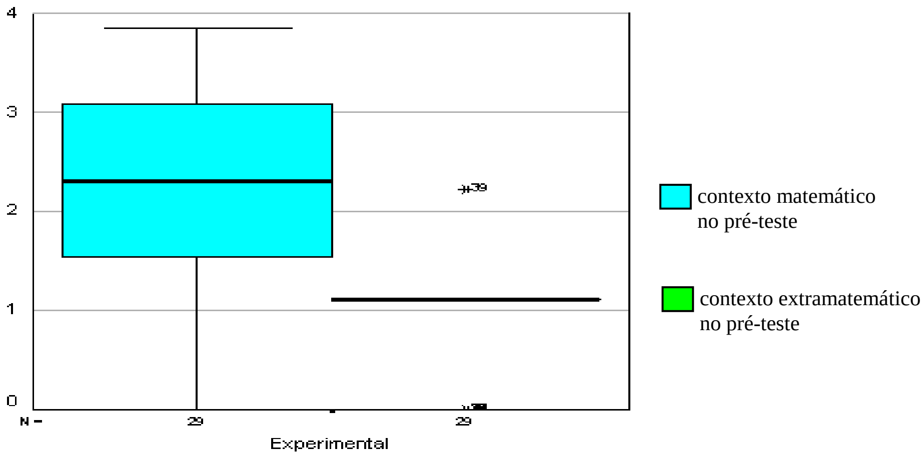


Figura 5.5: Desempenho do GE nas atividades de contexto matemático, comparando com aquelas de contexto extramatemático no pré-teste

Como é possível observar na figura 5.5, os alunos do GE apresentaram no pré-teste um desempenho melhor nas atividades de contexto matemático do que naquelas de contexto extramatemático. Isso ficou comprovado com o resultado do teste t de Student ($t(28) = 6,683$; $p = 0,000$) que apontou uma diferença estatisticamente significativa, comparando o desempenho desse grupo nas atividades de contexto matemático com as de contexto extramatemático. Como o teste estatístico apresenta $p<\alpha$, então, aceitamos H_1 que comprova essa diferença.

A análise acima aponta que os alunos do GE partiram com um desempenho melhor nas atividades de contexto matemático. Então, temos que verificar se a intervenção de ensino foi eficiente no sentido de reduzir essa diferença ou até mesmo eliminá-la.

Com o intuito de observar se a diferença apresentada entre os contextos no pré-teste deixou de existir no pós-teste, realizamos a análise dos contextos no pós-teste, tal como fizemos no pré-teste, adotando o mesmo teste estatístico, e o mesmo nível de significância e as seguintes hipóteses:

H$_0$: $\mu_{c.mat.pós} = \mu_{c.ex.mat.pós}$ (a média de acertos do GE nas atividades de contexto matemático no pós-teste é igual à média de acertos nas atividades de contexto extramatemático, também, no pós-teste). Logo, esse grupo não apresentou diferença de desempenho estatisticamente significativa entre esses contextos.

H$_1$: $\mu_{c.mat.pós} \neq \mu_{c.ex.mat.pós}$ (a média de acertos do GE nas atividades de contexto matemático no pós-teste é diferente da média de acertos nas atividades de contexto extramatemático, também, no pós-teste). Logo, esse grupo não apresentou diferença de desempenho estatisticamente significativa entre esses contextos.

A figura 5.6 a seguir mostra os resultados que obtivemos comparando o desempenho do GE nas atividades de contexto matemático com as de contexto extramatemático no pós-teste.

contexto	N	Média	DP	t(28)	p-valor
Mat.	29	5,62	2,70	-0,812	0,424
Ex. mat	29	6,05	2,84		

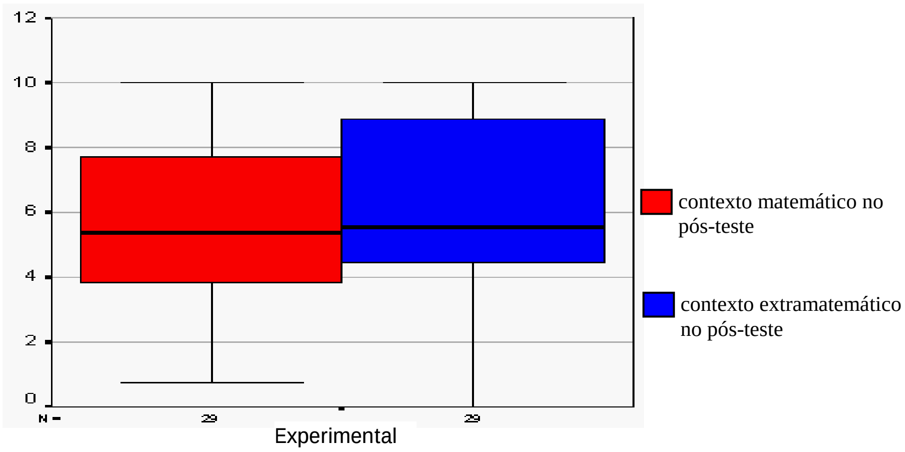


Figura 5.6: Desempenho do GE nas atividades de contexto matemático, comparando com aquelas de contexto extramatemático no pós-teste

A figura acima nos mostra que a diferença apresentada pelo GE nas atividades de contextos diferentes não permaneceu no pós-teste. Isso ficou comprovado pelo teste t de Student ($t(28) = -0,812$; $p = 0,424$), que apresenta $p > \alpha$, aceitando H_1, portanto, ficou comprovado que a intervenção de ensino foi eficiente no sentido de reduzir ou, até mesmo, eliminar essa diferença.

Um fator que acreditamos que justifique essa equiparação no desempenho do GE nas atividades de contexto extramatemático com as de contexto matemático, pode ser o fato de que a intervenção de ensino pela qual o grupo passou foi fundamentada nos princípios da modelagem matemática, com algumas adaptações, caracterizando, assim, a modelação matemática.

Diante dos resultados apresentados acima, ainda, podemos inferir que a intervenção de ensino contribuiu para a aprendizagem desses alunos, pois segundo Bassanezi (2006), tanto a modelagem, como a resolução de problemas por apresentarem aspectos aplicativos facilitam ao estudante compreender melhor os argumentos matemáticos, guardar os conceitos e os resultados e valorizar a própria Matemática.

Os resultados do teste estatístico apresentado na figura 5.6, permitiram afirmar que, no pós-teste, os alunos do GE apresentaram desempenhos similares nas atividades de contexto matemático e nas de contexto extramatemático. Isso para nós é muito satisfatório, pois mostra que esses alunos desenvolveram habilidades para resolver problemas independente do contexto apresentado, coisa que não acontecia no pré-teste.

Após analisar o desempenho geral do GE nas atividades de acordo com o tipo de contexto presente em cada uma delas, como também o desempenho nos diferentes contextos, surge a necessidade de realizarmos uma análise qualitativa, analisando os procedimentos adotados por esses sujeitos quando responderam as atividades presentes no pré-teste e no pós-teste.

5.2 ANÁLISE QUALITATIVA DOS PROCEDIMENTOS DOS SUJEITOS NO PÓS-TESTE

Como dissemos anteriormente, esta seção será destinada à análise dos erros observados nos procedimentos adotados pelos sujeitos quando responderam as atividades presentes tanto no teste inicial (pré-teste), quanto no teste final (pós-teste).

5.2.1 Análise dos Procedimentos dos Sujeitos – Classificação dos Erros

Com o objetivo de identificar os principais raciocínios e procedimentos que conduziram os alunos ao insucesso, analisaremos a qualidade dos procedimentos que utilizaram para responder às atividades.

Para esta análise, decidimos agrupar os erros em categorias, de acordo com as características mais evidentes em cada um deles. Vale a pena ressaltar que tivemos casos em que encontramos vários tipos de erros na realização da atividade. Nesses casos, levamos em consideração aquele que julgamos que foi primordial para o insucesso do aluno. Com isso, foi possível comparar os tipos de erros cometidos pelo GE em ambos os testes.

Identificamos oito categorias de erros, as quais apresentaremos a seguir:

E1: Relativo à proporcionalidade

E2: Referente à ideia de variável

E3: Relativo à construção de gráficos

E4: Não reconhece no gráfico as informações sobre a função afim

E5: Não conhece os coeficientes de uma função afim

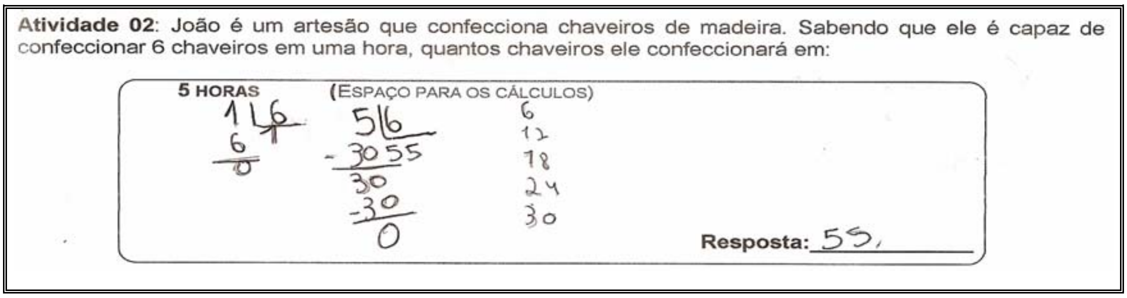
E6: Desconhecimento da relação do coeficiente angular da função afim com seu crescimento/decrescimento

E7: Não reconhece a expressão algébrica de uma função afim por meio de sua representação gráfica

E8: obtenção de informações (explícitas ou implícitas) presentes no gráfico da função

Entendemos que o aluno cometeu o erro do tipo E1 – *relativo à proporcionalidade* – quando, no momento da resolução da atividade, o aluno não soube identificar a proporção existente entre as grandezas nela envolvidas. Consideramos que esse tipo de erro está diretamente relacionado com a construção do conceito de função afim, uma vez que a noção proporcionalidade é o principal elemento para a construção do conceito desse tipo de função.

Ilustramos esse tipo de erro com a figura 5.7, que apresenta a resolução da atividade 2 presente no pós-teste. Esta atividade consiste em calcular a quantidade de chaveiros que um artesão confecciona.


Atividade 02: João é um artesão que confecciona chaveiros de madeira. Sabendo que ele é capaz de confeccionar 6 chaveiros em uma hora, quantos chaveiros ele confeccionará em:

5 HORAS (ESPAÇO PARA OS CÁLCULOS)

Resposta: 55

Figura 5.7: Resolução da atividade 2 do pós-teste pelo aluno S4 do GE

No exemplo acima, o aluno demonstrou não ter compreendido que existe uma proporção direta entre a quantidade de horas trabalhadas e o número de chaveiros confeccionados, ou seja, a cada hora que se passa seis novos chaveiros serão confeccionados.

A categoria E2 – *referente à ideia de variável* – representa o erro devido ao desconhecimento de que as letras quando desempenham a função de variável não representam um único número e sim números genéricos. Entendemos que esse tipo de erro está diretamente ligado com a compreensão da representação algébrica da função afim; é fundamental entender a letra como variável para compreender a representação algébrica de uma função.

A figura 5.8 traz a resposta dada por um aluno do GE para a atividade 2 do pré-teste que solicitava o preenchimento de uma tabela.

Atividade 02: Um taxista cobra as sua corridas da seguinte maneira: R$ 5,00 como valor fixo inicial da corrida, mais R$ 2,00 por km rodado.
Baseado nestas informações, preencha a tabela abaixo:

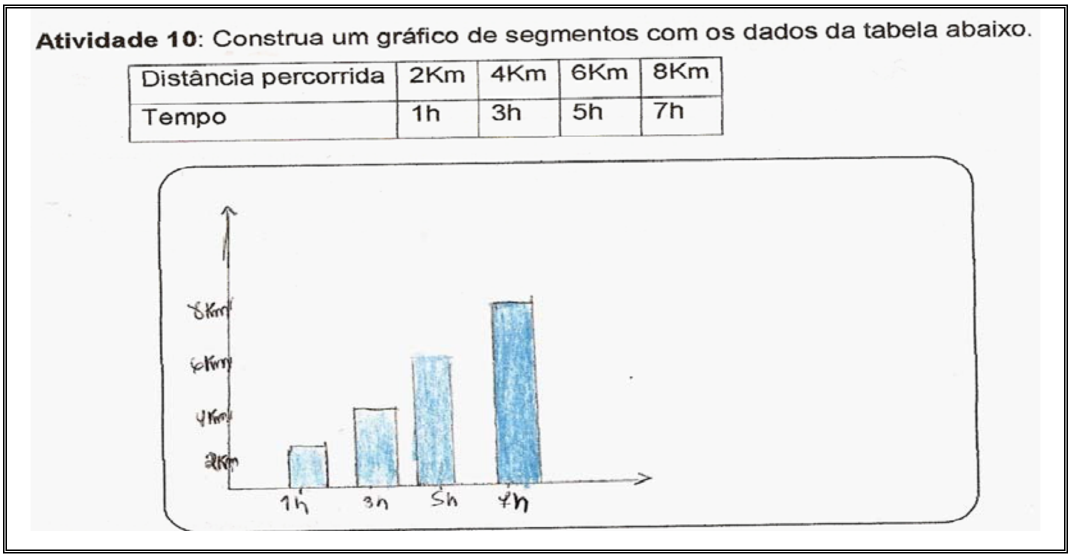
km rodado	1 km	3 km	5 km	7 km	X km
Total cobrado em (R$)	7,00	11,00	15,00	19,00	23,00

Figura 5.8: Resolução da atividade 2 do pré-teste pelo aluno S2

Pela resposta do aluno, ficou evidente que ele considerou a letra x como um valor fixo e não como uma variável. Uma vez que na tabela os quilômetros rodados estão aumentando de duas em duas unidades, acreditamos que o aluno considerou x como sendo 9 quilômetros.

Consideramos que foi cometido o erro do tipo E3 – *relativo á construção de gráficos* – quando o aluno, na resolução, construiu um gráfico diferente do solicitado pela atividade. Em nosso entendimento, esse tipo de erro não traz grandes prejuízos à compreensão do conceito da função afim, como traz os outros dois erros que apontamos anteriormente, mas limita a compreensão desse conceito em diferentes representações. No caso, o estudo de um gráfico (o comportamento da reta) pode contribuir muito para o desenvolvimento do conceito desse tipo função.

A figura a seguir nos dá um exemplo de erro que se enquadra nessa categoria, cometido pelo aluno S2 na atividade 10 do pré-teste. A atividade solicitava a construção de um gráfico de segmentos por meio de uma tabela dada.


Atividade 10: Construa um gráfico de segmentos com os dados da tabela abaixo.

Distância percorrida	2Km	4Km	6Km	8Km
Tempo	1h	3h	5h	7h

Figura 5.9: Resolução da atividade 10 do pré-teste pelo aluno S2 do GE

Ao analisar a atividade representada pela figura 5.9, fica evidente que o aluno desconhece o tipo de gráfico solicitado na atividade, o que o levou a construir um gráfico de barras ao invés do gráfico de segmentos que foi solicitado. O gráfico construído pelo aluno é utilizado para valores discretos, já o gráfico solicitado serve para valores contínuos, como é o caso das grandezas do problema apresentado. Assim, o gráfico construído em nada auxilia o aluno a perceber a relação funcional entre as duas variáveis do problema.

Entendemos que o aluno cometeu um erro do tipo E4 – *não reconhece no gráfico as informações sobre a função afim* – quando, no momento da resolução da atividade, ele não conseguiu identificar se o gráfico apresentado na atividade representava uma função crescente, decrescente ou constante.

Para nós, a análise do gráfico de uma função é de suma importância para a construção do conceito de função, pois muitas informações relevantes que estão por traz de um fenômeno, modelado por uma função, podem ser apresentadas por meio de um gráfico e o início de sua análise é justamente a análise do comportamento da função.

Exemplificamos esta categoria de erro por uma das resoluções observadas na atividade 8 do pós-teste do aluno S25. A atividade solicitava que as funções que estão representadas por meio de seus gráficos fossem classificadas como: crescente, decrescente ou constante.

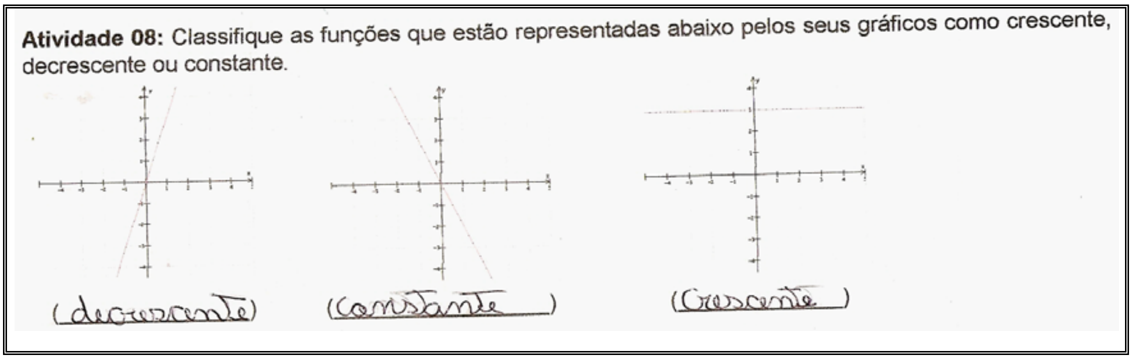
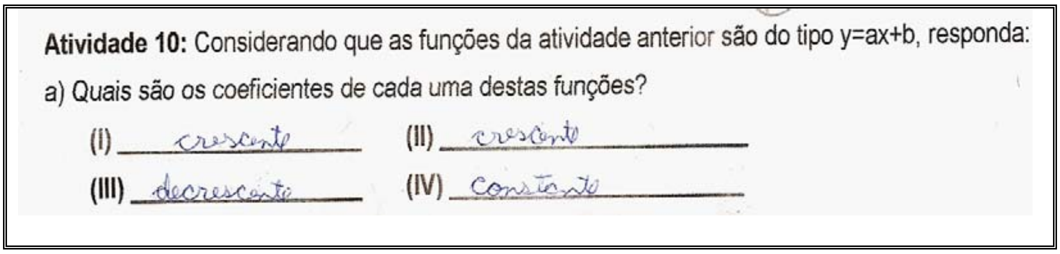


Figura 5.10: Resolução da atividade 8 do pós-teste pelo aluno S25

Na atividade ilustrada pela figura 5.10, percebemos que o aluno não consegue classificar corretamente nenhuma das três funções que estão representadas graficamente na atividade.

A categoria E5 – *não conhece os coeficientes de uma função afim* – representa um erro relativo à identificação do coeficiente angular e linear na representação algébrica de uma função. Esse tipo de erro está diretamente ligado à representação algébrica da função afim, como também à ideia de proporcionalidade que está presente nesse tipo de função. Portanto, entendemos que, para a compreensão da representação algébrica de uma função desse tipo, é fundamental ter conhecimento de seus coeficientes.

Exemplificamos esta categoria pela resposta dada por um aluno ao item (a) da atividade 10 do pós-teste. Esse item consiste que o aluno identifique os coeficientes das funções apresentadas na atividade 9.



Atividade 10: Considerando que as funções da atividade anterior são do tipo y=ax+b, responda:

a) Quais são os coeficientes de cada uma destas funções?

(I) crescente (II) crescente

(III) decrescente (IV) constante

Figura 5.11: Resolução do item a da atividade 10 do pós-teste pelo aluno S31

No exemplo acima é possível notar que o aluno deu uma resposta totalmente diferente da que foi solicitada. Duas hipóteses podem ser levantadas a respeito dessa atividade: a primeira, é que talvez, o aluno não tenha entendido o que foi solicitado e a segunda, que achamos a mais provável, é que ele não soube localizar os coeficientes da função e decidiu "chutar" as respostas para não deixar a atividade em branco.

Quanto ao erro do tipo E6 – *desconhecimento da relação do coeficiente angular de uma função afim com o seu crescimento/decrescimento* – consideramos que, embora de reconheça o coeficiente angular de uma função, o aluno ainda não consegue relacionar esse coeficiente com o comportamento do gráfico da função. Esse tipo de erro está diretamente ligado à associação da representação algébrica com a representação gráfica de uma função afim, uma vez que o coeficiente angular determina o crescimento ou o decrescimento de uma função afim.

Como exemplo desse tipo de erro, consideramos uma das resoluções apresentadas para a atividade 10 do pós-teste. Esta atividade solicitava que o aluno identificasse o coeficiente angular e linear das funções apresentadas na atividade 9 e chegasse a alguma conclusão a respeito do coeficiente angular.

Atividade 10: Considerando que as funções da atividade anterior são do tipo y=ax+b, responda:

a) Quais são os coeficientes de cada uma destas funções?

(I) A = 2 L = 0 (II) A = 2 L = 1

(III) A = -3 L = 1 (IV) A = 3 L = 0

b) analisando as quatro funções apresentadas na atividade 09 e suas respectivas respostas, o que podemos concluir sobre o coeficiente **a**?

Eles mudam o valor.

Figura 5.12: Resolução da atividade 10 do pós-teste pelo aluno S28

Observando a figura 5.12, o item b da atividade representada pela figura pede exatamente, para que o aluno chegue a uma conclusão a respeito do coeficiente angular. No entanto, a resposta dada por esse aluno não foi a conclusão que esperávamos, pois nossa esperança era que relacionasse o coeficiente angular com o crescimento e o decrescimento da função.

Classificamos um erro do tipo E7 – *não reconhece a expressão algébrica de uma função afim por meio de sua representação gráfica* – quando, por exemplo, o aluno não consegue associar a uma expressão algébrica uma dada representação gráfica.

Tomamos como exemplo desse tipo de erro uma resposta dada a atividade 9 do pós-teste, pelo aluno S34 (ver figura 5.13):

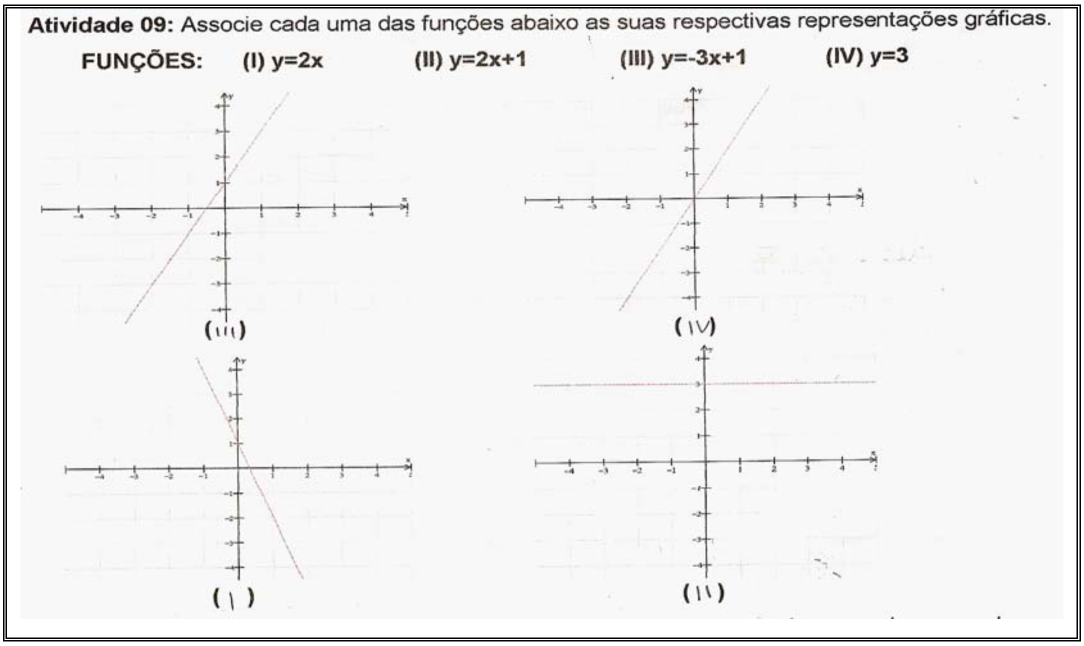
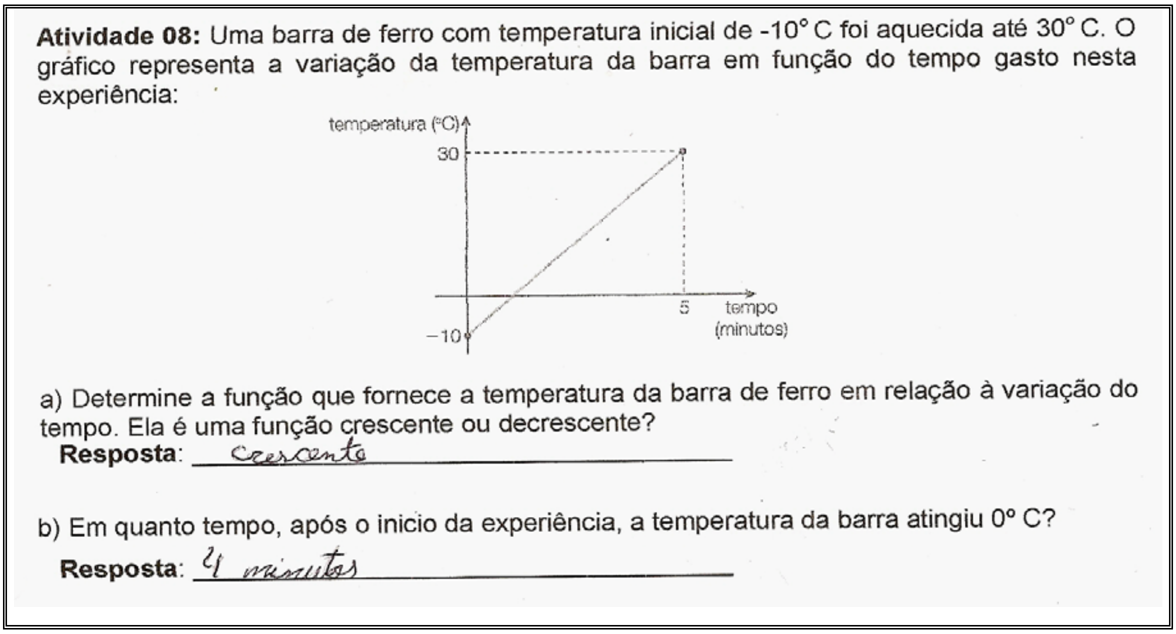


Figura 5.13: Resolução da atividade 9 do pós-teste pelo aluno S34

Na realização da atividade 9 apresentada na figura acima, o aluno não conseguiu associar corretamente nenhuma das expressões algébricas a seus respectivos gráficos.

Quanto à categoria de erro E8 – *obtenção de informações (explicitas ou implícitas) presentes no gráfico da funçã*o – consideramos que esse tipo de erro foi cometido quando o aluno não consegue localizar uma dada informação presente na representação gráfica de uma função, ou não consegue fazer uma leitura do gráfico que vá além dos dados que nele estão representados. Entendemos que esse tipo de leitura gráfica é fundamental para uma análise mais aprofundada da situação que o gráfico está representando.

Para exemplificar essa categoria de erro, consideramos uma das resoluções da atividade 8 do pré-teste, ilustrada pela figura a seguir.



Atividade 08: Uma barra de ferro com temperatura inicial de -10° C foi aquecida até 30° C. O gráfico representa a variação da temperatura da barra em função do tempo gasto nesta experiência:

a) Determine a função que fornece a temperatura da barra de ferro em relação à variação do tempo. Ela é uma função crescente ou decrescente?

Resposta: crescente

b) Em quanto tempo, após o inicio da experiência, a temperatura da barra atingiu 0º C?

Resposta: 4 minutos

Figura 5.14: Resolução da atividade 8 do pré-teste pelo aluno S4

Na resolução apresentada na figura 5.14, entendemos que a função pedida no item (a) é uma informação que está implícita no gráfico; não é dada, mas o gráfico dispõe de informações que possibilitam encontrá-la. Já a resposta do item (b), depende diretamente da resposta dada ao item a). Assim, o item (b), também, necessita de uma informação que não está explicita no gráfico, mas com as informações apresentadas no gráfico e a resposta do item (a), também, é possível encontrá-la. Das respostas dadas por esse aluno, só está correta parte do item (a) que é uma informação que está explicita no gráfico da atividade. O restante do item (a) e todo o item (b), que exigiam a identificação de informações implícitas, o estudante não foi capaz de identificar.

Os quadros a seguir, apresentam um panorama dos tipos de erro cometidos pelos alunos do GE nas atividade. O primeiro quadro refere-se ao pré-teste e o segundo ao pós-teste. As notações utilizadas são as das categorias de erros representadas pela letra E (em cor vermelho), as atividades em branco foram simbolizadas pela letra ”B” (em preto), aquelas que o aluno explicitamente afirmou não saber responder pelo símbolo NS (em verde) e as corretas pela letra “C” (em azul).

Quadro 5.3: Desempenho do GE no pré-teste

TESTE	SUJEITO	ATIVIDADES																					
		A1	A2	A3	A4	A5a	A5b	A5c	A6I	A6II	A6III	A6IV	A7aI	A7aII	A7aIII	A7aIV	A7b	A8a	A8b	A9a	A9b	A9c	A10
PRÉ-TESTE	S1	E1	NS	E3	E3	B	B	B	C	E7	E7	E7	E5	E5	E5	E5	E6	E7	E8	E3	E8	E4	E3
	S2	C	E2	E3	E3	C	C	C	C	E7	E7	E7	E5	E5	E5	E5	E6	E7	E8	E3	E8	E4	E3
	S3	C	E2	E3	NS	C	C	C	C	E7	E7	E7	NS	NS	NS	NS	NS	E7	E8	NS	E8	E4	E3
	S4	C	E2	E3	NS	C	C	C	C	E7	E7	C	E5	E5	E5	E5	E6	E7	E8	NS	B	B	E3
	S8	E1	E2	E3	NS	E4	E4	C	E7	E7	E7	C	NS	NS	NS	NS	NS	E7	E8	NS	E8	E4	E3
	S9	E1	B	E3	NS	C	C	C	E7	C	E7	E7	E5	E5	E5	E5	NS	E7	E8	NS	NS	E4	E3
	S10	C	E2	E3	E3	C	E4	E4	E7	C	E7	C	E5	E5	E5	E5	E6	E7	E8	E3	E8	E4	E3
	S11	C	E2	E3	NS	E4	E4	C	E7	E7	E7	E7	E5	E5	E5	E5	NS	E7	E8	NS	E8	E4	E3
	S12	C	E2	E3	E3	C	C	C	E7	E7	E7	E7	NS	NS	NS	NS	NS	E7	E8	E3	E8	E4	E3
	S13	C	E2	E3	E3	E4	E4	C	E7	C	E7	E7	E5	E5	E5	E5	NS	E7	E8	NS	NS	NS	E3
	S14	C	B	E3	NS	E4	C	E4	E7	E7	E7	E7	E5	E5	E5	E5	NS	E7	E8	NS	NS	NS	E3
	S15	C	E2	E3	E3	C	C	C	E7	E7	C	C	E5	E5	E5	E5	E6	E7	E8	E3	E8	E4	E3
	S16	C	E2	E3	NS	C	C	C	E7	E7	E7	C	E5	E5	E5	E5	E6	E7	E8	NS	NS	E4	E3
	S17	C	E2	NS	E3	E4	E4	C	E7	E7	E7	E7	E5	E5	E5	E5	E6	E7	E8	E3	E8	E4	E3
	S18	C	E2	C	E3	C	C	C	E7	E7	C	C	NS	NS	NS	NS	NS	NS	NS	E3	E8	E4	E3
	S19	C	E2	E3	E3	C	C	C	E7	E7	E7	C	E5	E5	E5	E5	NS	E7	E8	E3	E8	E4	E3
	S20	C	E2	E3	E3	E4	E4	C	C	C	E7	E7	E5	E5	E5	E5	NS	E7	E8	E3	E8	E4	E3
	S21	C	E2	E3	E3	E4	E4	E4	C	E7	C	E7	C	NS	NS	NS	NS	E7	E8	E3	E8	E4	E3
	S22	C	E2	E3	E3	E4	E4	E4	C	E7	E7	C	NS	NS	NS	NS	NS	E7	E8	NS	E8	E4	E3
	S23	E1	E2	NS	E3	C	C	C	E7	E7	E7	E7	NS	NS	NS	NS	NS	E7	E8	NS	E8	E4	E3
	S24	C	NS	E3	NS	C	C	C	E7	E7	E7	C	NS	NS	NS	NS	NS	E7	E8	E3	NS	NS	E3
	S25	C	E2	E3	E3	C	E4	E4	E7	E7	E7	E7	NS	NS	NS	NS	NS	E7	E8	B	E8	E4	E3
	S26	E1	E2	E3	E3	C	C	C	E7	E7	E7	E7	E5	E5	E5	E5	NS	E7	E8	E3	E8	E4	E3
	S28	C	E2	E3	NS	C	C	C	E7	C	E7	C	NS	NS	NS	NS	NS	E7	E8	NS	NS	NS	E3
	S29	C	E2	E3	NS	C	C	C	C	E7	E7	E7	NS	NS	NS	NS	NS	E7	E8	NS	E8	E4	E3
	S30	C	E2	E3	E3	E4	E4	E4	C	C	C	C	E5	E5	E5	E5	NS	E7	E8	E3	E8	E4	E3
	S31	C	E2	E3	E3	C	C	C	E7	E7	E7	E7	NS	NS	NS	NS	E6	E7	E8	NS	E8	E4	E3
	S32	C	E2	E3	E3	E4	E4	E4	E7	E7	E7	E7	E5	E5	E5	E5	NS	E7	E8	E3	E8	E4	E3
	S34	C	E2	E3	NS	C	C	C	E7	E7	E7	E7	E5	E5	E5	E5	E6	E7	E8	E3	E8	E4	E3

LEGENDA

C – certo - B – branco - E – errado - NS – não sei

Quadro 5.4: Desempenho do GE no pós-teste

TESTE	SUJEITO	ATIVIDADES																					
		A1	A2	A3	A4	A5a	A5b	A5c	A6I	A6II	A6III	A6IV	A7aI	A7aII	A7aIII	A7aIV	A7b	A8a	A8b	A9a	A9b	A9c	A10
PÓS-TESTE	S1	E1	E2	E3	B	E4	C	E4	C	E7	E7	E7	E5	E5	E5	E5	NS	E7	C	E3	E8	C	C
	S2	C	E2	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	E5	C	E6	C	C	C	C	C	C
	S3	C	C	C	C	E4	E4	C	E7	C	E7	C	NS	NS	NS	NS	NS	C	C	C	C	C	E3
	S4	C	C	C	C	C	C	C	E7	E7	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	E3
	S8	C	E2	C	C	E4	E4	C	E7	C	E7	C	C	C	C	C	E6	C	C	C	C	E4	C
	S9	C	E2	E3	E3	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	E8	C	E3
	S10	C	E2	C	E3	C	C	C	E7	E7	E7	C	E5	E5	E5	E5	NS	C	C	E3	E8	C	C
	S11	C	E2	E3	C	C	C	C	E7	E7	E7	C	E5	E5	E5	C	NS	C	C	E3	C	C	E3
	S12	C	E2	C	C	E4	E4	C	E7	E7	E7	E7	E5	E5	E5	E5	E6	E7	E8	NS	B	B	E3
	S13	C	E2	C	E3	E4	E4	C	C	C	C	C	C	C	C	C	E6	C	C	C	C	E4	C
	S14	C	E2	E3	C	C	C	C	C	C	C	C	E5	C	C	C	NS	C	C	NS	E8	C	C
	S15	C	E2	C	C	C	C	C	C	E7	E7	C	C	C	C	C	E6	C	C	C	C	C	C
	S16	C	E2	E3	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C
	S17	C	E2	E3	C	C	C	C	C	C	C	C	E5	E5	E5	E5	C	C	C	NS	NS	NS	E3
	S18	C	E2	E3	E3	C	C	C	E7	C	E7	E7	E5	E5	E5	E5	E6	C	C	E3	C	C	C
	S19	C	C	C	C	C	C	C	E7	E7	C	C	C	C	C	E5	NS	C	C	C	C	C	C
	S20	C	E2	C	C	C	C	C	E7	E7	E7	C	C	C	C	E5	E6	C	C	C	C	C	C
	S21	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C
	S22	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C
	S23	E1	E2	E3	NS	C	C	C	E7	C	C	E7	E5	E5	E5	E5	NS	C	C	E3	E8	E4	C
	S24	C	E2	C	C	C	C	C	C	E7	E7	C	E5	E5	E5	E5	NS	E7	C	C	C	C	C
	S25	C	E2	E3	E3	E4	E4	E4	E7	E7	E7	E7	E5	E5	E5	E5	E6	E7	E8	C	C	C	C
	S26	C	E2	C	C	C	C	C	C	E7	C	C	C	C	C	C	E6	C	C	C	C	C	C
	S28	C	E2	E3	E3	C	C	C	C	E7	E7	C	C	C	C	C	E6	C	C	NS	B	B	E3
	S29	C	E2	C	C	C	C	C	C	E7	E7	C	E5	E5	E5	E5	E6	C	C	E3	E8	C	C
	S30	C	E2	C	E3	C	C	C	E7	E7	E7	C	E5	E5	E5	E5	NS	C	C	B	B	B	C
	S31	C	E2	E3	E3	C	C	C	E7	E7	E7	C	E5	E5	E5	E5	C	C	E8	E3	E8	C	E3
	S32	C	E2	E3	C	C	C	C	E7	E7	E7	C	B	B	B	B	B	C	C	E3	E8	E4	E3
	S34	E1	E2	E3	E3	C	C	E4	E7	E7	E7	E7	E5	E5	E5	E5	NS	C	E8	E3	NS	C	E3

LEGENDA
C – certo - B – branco - E – errado - NS – não sei

Os quadro 5.3 e 5.4, apresentam o desempenho do GE em cada uma das atividades do pré e do pós-teste.

Para uma melhor análise de seus desempenhos decidimos organizar os dados apresentados nos quadros de modo mais sucinto, conforme o quadro a seguir.

Quadro 5.5: Desempenho do GE no pré e pós-teste de acordo com o tipo de erro

Testes / Tipos de erros	**Pré teste**	**Pós teste**	**Diferença entre os erros do pré para o pós-teste**
Branco	8	12	-4
Não sei	107	21	86
E1	5	3	2
E2	26	24	2
E3	73	41	32
E4	52	18	34
E5	69	55	14
E6	9	11	-2
E7	115	59	56
E8	50	11	39

Ao analisar o quadro acima, percebemos de imediato que, no pré-teste, o número de atividades que os alunos não sabiam responder foi grande, chegando a aproximadamente 28,5% do total das respostas possíveis. Já no pós-teste, houve uma queda considerável desse número chegando a aproximadamente 6% do total de respostas possíveis. Com isso, percebemos que, após a intervenção de ensino, os alunos já se sentiam aptos a responder à maioria das atividades, mesmo considerando que nem todas as respostas dadas no pós-testes foram correta.

Na atividade 1, apenas cinco dos 29 alunos, erraram-na no pré-teste. Esses erros foram do tipo E1. Nós já esperávamos esse sucesso, conforme dissemos no capítulo IV, quando foi apresentada essa atividade. No pós-teste, dois dos cinco alunos conseguiram superar suas dificuldades. Então, podemos dizer que a intervenção de ensino foi eficiente na recuperação desses dois alunos.

O erro do tipo E2 foi encontrado 26 vezes no pré-teste e 24 no pós-teste, ele só apareceu na atividade 2. Nessa atividade houve pouca melhora no desempenho dos alunos, comparando o pré com o pós-teste.

Esta dificuldade já era havia sido prevista por nós, por se tratar de uma atividade mais complexa, na qual o aluno, por meio do preenchimento de uma tabela, teria de chegar a uma expressão algébrica.

Uma das razões que pode explicar o baixo rendimento do GE na atividade 2, mesmo após ter passado por uma intervenção de ensino, é que esse alunos tiveram seu primeiro contato com a álgebra durante a realização de nosso trabalho, até então a álgebra era algo desconhecido para eles. Embora o ensino da “álgebra” não tenha sido o foco principal de nosso estudo, é impossível entender o conceito de função afim sem o entendimento da álgebra, já que a função pertence ao campo algébrico. Sendo assim, devemos reconhecer que seria necessário um maior número de encontros nos quais se pudesse trabalhar os conceitos algébricos elementares, que serviriam de suporte para o estudo da função afim.

Na busca de procurar entender melhor o baixo desempenho do grupo na atividade 2, mesmo após uma intervenção de ensino, encontramos nas ideias de Kuchemann uma possível justificativa para esse tipo de erro cometido pelos alunos. Segundo Kuchemann:

> Um dos aspectos mais importantes da álgebra talvez seja a ideia da própria “variável”. Mesmo quando as crianças interpretam as letras como representações de números, há uma forte tendência a considerar que as letras representam valores específicos únicos, como em “*x+3=8*”, e não números genéricos ou variáveis como em “*x+y=y+x*” ou “*A=b.a*”. Kuchemann (1981 apud BOOTH, 1995, p. 31).

Sendo assim, entendemos que houve uma presença muito forte do raciocínio aritmético na realização dessa atividade por parte desses alunos, pois na aritmética os símbolos representam valores únicos, não podendo variar. Isso fica claro ao analisarmos a figura a seguir.

Atividade 07: Um motoboy cobra seus serviços da seguinte maneira: R$ 5,00 como valor fixo inicial da corrida, mais R$ 2,00 por km rodado.
Baseado nessas informações preencha a tabela abaixo:

km rodado	1 km	3 km	5 km	7 km	X km
Total cobrado em (R$)	2,00	4,00	6,00	8,00	10,00

Figura 5.15: Resolução da atividade 7 do pós-teste pelo aluno S1 do GE

Ao analisar a figura acima fica evidente que, para esse aluno, a variável "*x*" representa um valor único, que segundo Booth (1995), não é estranho que as crianças tratem esses novos símbolos da mesma maneira como representam as quantidades.

Quanto aos erros E3 e E4, houve uma diminuição significativa na incidência desses tipos de erros comparando o pré com o pós-teste. Esta diminuição pode ser explicada pela intervenção de ensino pela qual o grupo foi submetido. De fato, entendemos que ela apresentou algumas atividades que ajudaram os alunos tanto na construção de gráficos, como na análise do comportamento da função, por meio de sua representação gráfica. Notamos ainda que a intervenção ajudou mais no reconhecimento das informações do que na construção de gráficos, provavelmente, porque é mais fácil reconhecer algo que já está perceptualmente disponível do que precisar construir algo.

O erro que classificamos como E5 presente nas resoluções do item (a) da atividade 7, mostrou uma pequena diminuição em sua incidência do pré para o pós-teste, chegando no pós-teste a representar, aproximadamente, 47% do total de respostas possíveis para esta atividade. Nossa hipótese para a manutenção da incidência desse tipo de erro é que muitos alunos podem ter imaginado que a resolução dessa atividade dependia das respostas dadas na atividade 6, ou seja, ao invés do aluno responder quais eram os coeficientes das funções representadas graficamente na atividade 6, eles simplesmente respondiam se esses gráficos representavam função crescente, decrescente ou constante. Esta hipótese ganhou força ao constatarmos que a atividade 6 mostrou o mesmo índice de erros do item (a) da atividade 7 no pós-teste, (aproximadamente, 47%). Então, ficou claro que essa relação de dependência entre as atividades, supostamente criada pelos alunos, foi determinante para ocorrência do erro E5 no item a) da atividade 7.

Sobre os erros do tipo E6 cometidos apenas no item (b) da atividade 7, interpretamos que eles estejam intrinsecamente relacionados aos erros cometidos na atividade 6 e, também, no item (a) da atividade 7, pois se os alunos supostamente imaginaram que, para responder ao item (a) da atividade 7, necessitariam das respostas dadas na atividade 6 e, se esta foi respondida de forma incorreta, por consequência não conseguiriam responder ao item (a) nem ao item (b) da atividade 7, portanto, não teriam como concluir qualquer coisa sobre o coeficiente angular. Aqui percebemos um caso de "efeito dominó". Ainda com relação ao erro do tipo E6, analisando o quadro 5.4, percebemos que esse tipo de erro aumenta no pós-teste, mas se analisarmos, também, o quadro 5.3, percebemos que, no pré-teste, uma grande parte dos alunos não sabia responder a atividade, já no pós-teste, grande parte dos deles procurou responder mesmo que de maneira errada.

Quanto ao erro E7 tivemos uma diminuição em sua incidência do pré para o pós-teste em aproximadamente, 49%. Esse tipo de erro teve muita incidência no pré-teste na atividade 6 e no item (a) da atividade 8, conforme podemos constatar observando o quadro 5.3 desse capítulo. Já no pós-teste esse tipo de erro apresenta uma queda considerável se observamos o quadro 5.4, fato esse que deve estar diretamente ligado à intervenção de ensino que ajudou grande parte dos alunos a superarem as dificuldades que apresentavam em associar a uma dada representação gráfica de uma função a sua representação algébrica.

Ainda com relação à atividade 6, vale a pena ressaltar que se trata de uma atividade que exige uma mudança de quadro, do quadro algébrico para o quadro gráfico, de acordo com Douady (1992). Neste sentido, entendemos que a queda do erro do tipo E7 nessa atividade é um indicador de que uma grande parte alunos no pós-teste mostrou dominar a mudança de quadro exigida na atividade.

O erro do tipo E8 apresentou uma diminuição de 78%, tal diminuição talvez seja explicada pelo fato de que a intervenção de ensino foi fundamentada nos princípios da modelação matemática, uma vez que esta metodologia de ensino consiste na criação e validação de modelos pelos alunos, com o objetivo de resolver problemas oriundos de situações realísticas. Partindo desse pressuposto, então, entendemos que a diminuição do erro do tipo E8 seja explicada pelos quatro passos da resolução de um problema segundo, Polya (1995), que é a compreensão do problema, estabelecimento de um plano, a execução e o retrospecto. Portanto, entendemos que os alunos do GE, demonstraram uma melhora nesses quatro passos, comparando o desempenho apresentado no pré-teste com aquele do pós-teste.

De modo geral, a intervenção de ensino pela qual o grupo passou foi eficiente no sentido de diminuir sensivelmente o número de atividades que os alunos não sabiam responder e, também, na diminuição considerável dos erros do tipo E3, E4, E7 e E8. Para esses tipos de erros, consideramos que a intervenção de ensino cumpriu com eficiência seu papel de fazer com que os alunos superassem suas limitações. Por outro lado, temos que, para os erros do tipo E2, E5 e E6, a intervenção de ensino não foi suficiente para gerar uma diminuição significativa nesses tipos de erros, pois no pós-teste esses erros voltaram a incidir com uma pequena diminuição em sua incidência ou, em algumas vezes, chegando até a aumentar, como no caso do E6.

Talvez a intervenção de ensino tivesse que apresentar mais atividades que dessem conta de superar esses erros, ou ainda, um maior número de encontros, uma vez que esse foi o primeiro contato desses alunos com a função afim e, também, com a álgebra.

CAPÍTULO VI

CONCLUSÃO

INTRODUÇÃO

O presente trabalho teve por objetivo estudar as reais possibilidades de se introduzir o conceito de função afim no 7º ano do Ensino Fundamental. Tal estudo foi realizado com alunos advindos de duas turmas de uma escola pública de autarquia municipal localizada na cidade de Salto de Pirapora (interior de São Paulo).

Esses alunos compuseram dois grupos; um deles foi o Grupo Experimental (GE) que passou por uma intervenção de ensino que planejamos com atividades relacionadas à função afim e o outro Grupo Controle (GC), não passou por qualquer tipo de intervenção sobre o tema. Vale a pena ressaltar que ambos os grupos nunca tiveram contato do ponto de vista formal da escola com o objeto matemático função.

O estudo utilizou como principais bases teóricas a proposta da modelagem matemática defendida por Bassanezi (2006), modelação matemática defendida por Biembengut e Hein (2007) e a resolução de problemas defendida por Polya (1995).

Para alcançarmos o objetivo do estudo, traçamos um planejamento cientifico, que envolveu algumas etapas. A primeira foi justificar o interesse e a importância de realizar tal intervenção e, em seguida, apresentamos a problemática para, então, colocarmos explicitamente a questão de pesquisa (Capítulo I).

A segunda foi delinear uma sucinta trajetória histórica, mostrando um pouco da evolução da concepção do objeto matemático função, uma vez que a função afim que é o objeto matemático desta pesquisa, está inserida nesse universo. Ainda, nessa segunda etapa, fizemos uma pequena apresentação de como a escola básica concebe o assunto função afim por meio de documentos oficiais e livros didáticos (Capítulo II).

Em seguida, realizamos várias leituras para a definição de nosso suporte teórico que seria usado na construção da pesquisa. Encontramos nas teorias da modelagem, da modelação, da resolução de problemas, como também na educação crítica e na educação matemática crítica tais subsídios que foram de fundamental importância para o direcionamento de nossa metodologia. Esses construtos teóricos foram discutidos no capítulo III. Completando a parte teórica, realizamos uma revisão bibliográfica das pesquisas correlatas à nossa.

Apoiamo-nos nas ideias teóricas, bem como nas leituras das pesquisas relacionadas a nosso estudo, definimos e construímos nossa metodologia de pesquisa, que tratou de um estudo quase experimental, composto por três etapas: a primeira consistiu na aplicação de um teste diagnóstico inicial (pré-teste), do qual participaram os dois grupos GE e GC. A segunda voltou-se à fase de intervenção de ensino, momento que apresentamos aos alunos do GE algumas noções básicas de função afim, como discutido no capítulo IV. A terceira foi a aplicação do teste diagnostico final (pós-teste), do qual participaram tanto os alunos do GE, como os do GC.

A etapa seguinte de nosso planejamento foi a realização de análise dos dados, delineada em dois momentos: primeiro, em relação aos aspectos quantitativos, nos quais buscamos analisar o desempenho geral dos grupos, como também o desempenho geral do grupo experimental por tipo de atividade, para isso contamos com a ajuda do pacote estatístico SPSS (Statistical Package for Social Sciene). O segundo momento referiu-se à análise dos dados do ponto de vista qualitativo, visando identificar os tipos de erros cometidos pelos alunos, bem como analisar suas estratégias no desenvolvimento das atividades (Capítulo

V). Para tanto apresentaremos na seção (6.1), uma síntese dos resultados para, em seguida retornarmos à nossa questão de pesquisa, com o intuito de respondê-la (seção 6.2). Ao finalizar o presente estudo, serão apresentadas, algumas sugestões para futuras pesquisas.

6.1 SÍNTESE DOS RESULTADOS

Nesta seção, apresentaremos uma síntese dos resultados discutidos no capítulo anterior, referente à análise realizada nos testes diagnósticos.

Inicialmente, observamos que os grupos GE e GC partiram de patamares similares, não havendo diferença estatisticamente significativa em seus desempenhos. Porém, esta similaridade entre os grupos desapareceu no pós-teste (após a intervenção de ensino), com uma diferença estatisticamente significativa a favor do GE. Provavelmente, tal resultado, seja fruto da intervenção de ensino pela qual o GE foi submetido, o que não aconteceu com o GC.

Por outro lado, é importante considerar que o GC, grupo que não participou da intervenção e que serviu de equiparação, também apresentou melhoras em seu desempenho de um teste para outro. Há indícios de que esse avanço esteja ligado à maturidade matemática adquirida pelos alunos que compuseram o grupo no intervalo de tempo de um teste para outro, porém demonstrando desempenho bem aquém daquele demonstrado pelo GE.

Salientamos que o melhor desempenho do GE comparando com o GC no pós-teste apresentou um alto índice de significância estatística. Este resultado nos permite inferir que a intervenção de ensino surtiu resultado satisfatório na aprendizagem desses alunos.

Tal resultado já era esperado, pois segundo Biembengut e Hein (2007), modelação pode ser um caminho para despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ele ainda desconhece. Isso acontece pelo fato de ser dada ao aluno a oportunidade de estudar situações-problema por meio de uma pesquisa, aguçando seu interesse, seu senso critico e sua curiosidade, fazendo assim com que ele avance em sua aprendizagem.

Com relação às atividades que compuseram o pré-teste e o pós-teste, analisamos o desempenho do GE nessas atividades, conforme o contexto de presente em cada uma delas, para tanto classificamos tais atividades em dois grupos, sendo um deles composto por aquelas que apresentavam um contexto que chamamos de matemático e outro com aquelas que apresentavam um contexto que chamamos de extramatemático.

Iniciamos a análise comparando o desempenho do GE nas atividades de mesmo contexto no pré-teste, com o desempenho apresentado por esse grupo nas mesmas atividades no pós-teste. Pela análise constatamos que houve uma melhora no desempenho do GE nas atividades de ambos os contextos, essa melhora apresentou um alto nível de significância, portanto, o grupo apresentou crescimento, tanto nas atividades de contexto matemático, como nas de contexto extramatemático.

Para completar a análise quantitativa, decidimos comparar o desempenho do GE nas atividades de contextos diferentes dentro do mesmo teste diagnóstico.

Ao realizar esta análise no pré-teste, percebemos que o grupo mostrou um melhor desempenho nas atividades de contexto matemático, diferença esta que apresentou um alto nível de significância.

Após a mesma análise ser feita no pós-teste, constatamos que a diferença apresentada no pré-teste desapareceu. Assim, o grupo apresentou desempenhos similares nas atividades de contexto matemático e nas de contexto extramatemático, com ligeira vantagem nas de contexto extramatemático, porem não chegou a ser estatisticamente significativa, conforme o teste t de student comprovou.

Acreditamos que a equiparação de desempenho nas atividades de ambos os contextos seja justificada pelo fato de a intervenção de ensino ter seguido os propósitos da modelação matemática.

Quanto à análise qualitativa, que tratou de classificar os tipos de erros que os alunos cometeram ao longo da realização dos dois testes diagnósticos, foi possível classificar-los em oito categorias, a saber:

E1: Relativo à proporcionalidade

E2: Referente à ideia de variável

E3: Relativo à construção de gráficos

E4: Não reconhece no gráfico as informações sobre a função afim

E5: Não conhece os coeficientes de uma função afim

E6: Desconhecimento da relação do coeficiente angular da função afim com o seu crescimento/decrescimento

E7: Não reconhece a expressão algébrica de uma função afim por meio de sua representação gráfica

E8: obtenção de informações (explícitas ou implícitas) presentes no gráfico da função

Constatamos que o número de erros em quase todas as categorias sofreu uma queda de um teste para outro, porém quando foram observados seus valores relativos, alguns pareciam insistir em permanecer. Este foi o caso das categorias E2, E5 e E6.

Por outro lado, as categorias E3, E4, E7 e E8 apresentaram quedas consideráveis, esse resultado levou-nos a supor dentro dos limites de nossa amostra, que os alunos realmente iniciaram a compreensão do conceito de função afim, adquirindo algumas noções básicas referentes a esse assunto matemático.

Após a apresentação da síntese dos resultados, acreditamos que temos informações suficientes que nos dão subsídios para responder a nossa questão de pesquisa, que é o que faremos a seguir.

6.2 RESPOSTA À QUESTÃO DE PESQUISA

No início deste estudo, levantamos certas dificuldades que encontramos em ralação ao ensino e aprendizagem da função afim, dificuldades estas observadas ao longo de nossa experiência profissional.

Pautados em pressupostos teóricos que sugerem o ensino da Matemática de maneira mais dinâmica, que permite uma maior participação do aluno no processo de ensino-aprendizagem, sugerimos que estas dificuldades sejam minimizadas por um trabalho que privilegia o ensino da função afim, partindo de problemas oriundos de situações vivenciadas pelos alunos. Propomos também que esse assunto fosse tratado de forma antecipada se comparada com o que é tradicionalmente feito no contexto escolar, portanto, os sujeitos que participaram do estudo nunca tiveram contato com esse assunto no contexto escolar e se for considerar o que tradicionalmente acontece na escola, eles teriam o primeiro contato com esse assunto somente 2 anos mais tarde.

Partindo da hipótese de que o entendimento de qualquer assunto matemático, principalmente a função afim depende do modo como o assunto é introduzido. Apoiados nessa hipótese, lançamos mão de nossa questão de pesquisa:

> *QUAIS AS REAIS POSSIBILIDADES DE SE INTRODUZIR O CONCEITO DE FUNÇÃO AFIM NO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL POR MEIO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS?*

Antes de responder à questão de pesquisa, achamos conveniente informar que nosso estudo foi realizado com uma amostra não aleatória, envolvendo uma quantidade pequena de alunos (29 do GE e 24 do GC). Embora tenhamos tratado os dados estatisticamente e nossa amostra tenha sido proveniente de uma escola pública (sistema que absorve a maioria dos estudantes brasileiros), sabemos que não possuímos dados suficientes para extrapolar os resultados aqui obtidos para além de nossa amostra.

Mesmo assim, sentimo-nos confortáveis para pensar que nossos resultados podem contribuir para dar uma pista a respeito da introdução das noções básicas de função afim aqui investigadas, no que diz respeito à construção do conceito de função afim por alunos do 7º ano do Ensino Fundamental.

Diante dos resultados obtidos e limitando-nos sempre ao número de nossa amostra, defendemos a ideia de que a introdução do conceito de função afim por meio da resolução de problemas no 7º ano do Ensino Fundamental é uma alternativa viável, pois algumas noções como o crescimento de uma função, decrescimento de uma função e a construção de gráficos, puderam ser bem trabalhadas com os alunos. O fato deles terem sempre a frente uma situação familiar (como foi o caso da bomba d'água) e instigante, cuja solução envolvia o domínio das noções básicas da função afim, fez com que esses alunos tivessem interesse na aprendizagem dessas noções. Além disso, o resultado de tal aprendizado permitia que os alunos pudessem manipular e obter diferentes comportamentos da bomba d'água, bem como entender os comportamentos de outros fenômenos por meio de sua modelação.

Mesmo outras noções que não foram tão bem-sucedidas, como por exemplo, o uso da ideia da variável, ainda assim acreditamos que a utilização da letra como variável já no 7º ano do Ensino Fundamental é uma estratégia válida. Entendemos que o processo de aprendizagem não se dá de maneira sequencial, pelo contrário, ele ocorre em forma espiral, em que as situações diversificadas vão contribuindo para que a cada nova volta o conhecimento inicial vá se expandindo . Assim, defendemos a importância do aluno, desde cedo, passe a ter contato com as diversas representações que a letra pode ter no contexto da álgebra.

Assim, grande parte do sucesso que os alunos tiveram na realização do teste final seja proveniente do conhecimento construído na resolução de problemas que tiveram origem em situações realísticas vivenciadas por eles durante a intervenção de ensino. Esses problemas despertaram um espírito investigativo nos alunos, fazendo com que aumentasse o interesse pelas aulas de Matemática, contrariando o que habitualmente acontece.

Finalmente, ao refletir sobre o fechamento deste estudo e tendo respondido à nossa questão de pesquisa, temos a convicção de que se faz necessário um trabalho mais consistente em relação a ideia da proporcionalidade que está por trás da função afim, visto que nossa intervenção trabalhou pouco com essa ideia.

6.3 SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

Acreditamos que este estudo poderá trazer contribuições significativas para a discussão científica a respeito da introdução das noções de função afim. Temos, também, a convicção de que, se por um lado, o nos permitiu responder, com razoável certeza, à questão de pesquisa posta em seu início, por outro, várias outras questões passaram a se fazer presente, questões estas que só passaram a povoar nossa mente, porque pudemos concluir satisfatoriamente nosso estudo.

Assim, a partir de nossa conclusão, podemos fazer algumas sugestões para a realização de futuros estudos que objetivem investigar novas abordagens para o ensino da função afim. Desta forma, destacamos duas sugestões de pesquisa com intervenção de ensino.

A primeira sugestão proposta é a realização de uma investigação com maior número de encontros, abordando com mais ênfase a questão da proporcionalidade e salientando o uso da letra como variável. Em nossa intervenção, dedicamos 1 (um) encontro, no qual trabalhamos a ideia de variável por meio de letras. Questionamo-nos se fosse realizado um estudo em que se dobrasse o número de encontros para trabalhar esse conceito, dentro do princípio de modelar situações familiares e que efetivamente fossem geradoras de interesse para os alunos, tal seria suficiente para que o conceito de variável fosse construído pelos alunos.

Outra sugestão seria a realização desse mesmo estudo, com o mesmo número de encontros, só que realizado em dois ambientes distintos: um em que os alunos se usariam papel e lápis (tal qual fizemos) e outro em que lhes seria permitido o uso da ferramenta computacional para a produção, leitura e análise dos gráficos. Pensamos no ambiente computacional porque este costuma ser dinâmico e permitiria uma produção muito maior, mais rápida e acurada de gráficos. Nesse caso, os alunos vivenciariam a situação da bomba d'água no laboratório, mas as atividades referentes a ela seriam realizadas com diferentes ferramentas didáticas. Qual seria o efeito de um e de outro ambiente? Qual traria maior contribuição para a aprendizagem desses alunos? Ou será que seria indiferente, pois o importante seria a modelação da situação e não a ferramenta usada? Para esse estudo, propomos a formação de dois grupos experimentais, ao invés de um experimental e um de controle.

Em ambos os estudos sugeridos, propomos ainda que seja feito, para além de um pós-teste, um "*delay post-test*", digamos uns 6 meses mais tarde. Isto permitiria diagnosticar se, como e quanto eficaz foi a (ou as) intervenção(ões).

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. A. Fundamentos da Didática da Matemática, Curitiba. UFPR, 2007.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática e os professores: a questão da formação, Rio Claro, v. 14, 2001.

BARSA, Enciclopédia. Volume 6, 3ª ed. São Paulo: Barsa Planeta Internacional Ltda, 2005.

BASSANEZI, R. C. ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática, 3ª ed. São Paulo: Contexto, 2006.

BIEMBENGUT, M. S e HEIN, N. Modelagem Matemática no Ensino, 8 ª série. São Paulo: Contexto, 2007.

BONJORNO, J. R., BONJORNO, R. A. e OLIVARES, A. Matemática Fazendo a Diferença, 8ª série. São Paulo: FTD, 2006.

BOYER, C. B. História da Matemática. Trad. Elza F. Gomides. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda, 1974.

BOOTH, L. R. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. In: As idéias da álgebra. Org. Arthur F. Coxford e Albert P. Shulte. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Secretaria de Educação Média Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio): Matemática. Brasília: MEC/SEM, 2000.

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnologia. PCN+ Ensino Médio: Orientações Educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília. MEC/SEMTEC, 2002.

CAMPOS, C. R. A Educação Estatística: Uma investigação acerca dos aspectos relevantes à didática da Estatística em cursos de graduação, Tese de Doutorado, Unesp Rio Claro, 2007.

D'AMBROSIO, U. Etnomatemática: um programa. A Educação Matemática em Revista. Blumenau: SBEM, n. 1, p. 5-11, 1993.

D'AMBROSIO, U. O Programa Etnomatemática e Questões Historiográficas e Metodológicas. VI Congresso Brasileiro de Filosofia. São Paulo, setembro de 1999. Disponível em <http://vello.sites.uol.com.br/ubi.htm>, acesso em 18 de novembro de 2007.

DANTE. L. R. Matemática Contexto e Aplicações, v. 1, São Paulo: Ática, 2000.

DORNELAS, J. J. B. Analise de uma sequência didática para a aprendizagem do conceito de função afim, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal Rural de Pernambuco, 2007.

DOUADY, R. J. Des apports de la didactique dês mathématiques à enseignement. Repères-IREM. Pont-à-Mousson: Topiques Editions, v. 6, 1992.

DUVAL. R. Semiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels. Peter Lang, 1995.

EVES, H. Introdução à História da Matemática. Trad. Higyno H. Domingues. Campinas: UNICAMP, 2004.

FIORENTINI, D. e LORENZATO, S. Investigação em Educação Matemática: Percursos teóricos e metodológicos. São Paulo: Autores Associados, 2006.

FREUDENTHAL, H. Matematics as an education task. Dordrecht: Reidel Publishing Company, 1973.

GIOVANNI, J. R. e PARENTE, E. Aprendendo Matemática.São Paulo: FTD, 2002.

GUIDORIZZI, H. L. Um Curso de Cálculo. Rio de Janeiro: LTC, 2007.

IEZZI, G., DOLCE, O. e MACHADO; A. Matemática e Realidade, 8ª série. São Paulo: Atual Editora, 2005.

IEZZI, G., DOLCE, O., DEGENDZAJN, D., PÉRIGO, R. ALMEIDA, N. Matemática Ciência e Aplicações. São Paulo: Atual Editora, 2004.

IMENES, L. M. e LELLIS, M. Microdicionário de Matemática. São Paulo: Scipione, 1998.

JACOBINI, O. R. e WODEWOTZKI, M. L. L. Modelagem Matemática aplicada no Ensino de Estatística nos cursos de graduação, Rio Claro, v. 14, n. 15, 2001.

LEVIN, J. Estatística Aplicada a Ciências Humanas. Trad. Sérgio Francisco Costa. São Paulo: Editora Harper & Row do Brasil Ltda, 1977.

LOPES, W. S. A importância da utilização de múltiplas representações no desenvolvimento do conceito de função: Uma proposta de ensino, Dissertação de Mestrado, PUC-SP, 2003.

NASCIMENTO, R. A. Modelagem Matemática com simulação computacional na aprendizagem de função, Tese de Doutorado, Universidade Federal de Pernambuco, 2007.

POLYA, G. A Arte de Resolver Problemas. Trad. Heitor Lisboa Araújo. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 1995.

ROSA, M. e OREY, D. C. Um estudo etnomatemático das esteiras (pop) sagradas dos maias. Revista Horizontes, v. 22, n. 1, jan./jun. 2004. Disponível em: <http://www.saofrancisco.edu.br/edusf/publicacoes/RevistaHorizontes/Volume_05/uploadAddress/horizontes-5%5B6283%5D.pdf>. Acesso em: 15 de novembro de 2007.

RUDIO, F. V. Introdução ao projeto de pesquisa. Rio de Janeiro: Vozes, 1986.

SANTOS, E. P. Função Afim y=ax+b: A articulação entre os registros gráfico e algébrico com o auxílio de um software educativo, Dissertação de Mestrado. PUC-SP, 2002.

SÃO PAULO. Secretária de Estado da Educação. Proposta Curricular do Estado de São Paulo: Matemática. São Paulo. SEE, 2008.

SKOVSMOSE, O. Educação Matemática Crítica: A questão da democracia. Campinas: Papirus, 2001.

VIECILI. C. R. C. Modelagem Matemática: Uma proposta para o ensino da Matemática, Dissertação de Mestrado, PUC-RS, 2006.

ANEXOS

ANEXO I

PRÉ E PÓS-TESTE

Nº:

Atividades de Matemática

Nome:____Data:__________

Atividade 01: Uma pessoa fez uma caminhada ao ritmo de 6 km por hora. Que distância esta pessoa percorreu em:

5 HORAS **(**ESPAÇO PARA OS CÁLCULOS)

Resposta:_____________

Atividade 02: Um taxista cobra as sua corridas da seguinte maneira: R$ 5,00 como valor fixo inicial da corrida, mais R$ 2,00 por km rodado.
Baseado nestas informações, preencha a tabela abaixo:

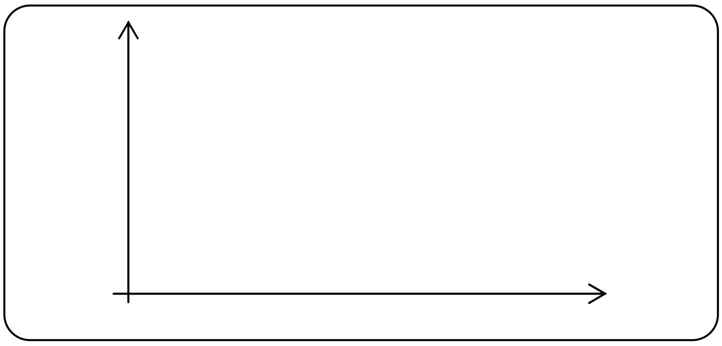
km rodado	1 km	3 km	5 km	7 km	X km
Total cobrado em (R$)					

(ESPAÇO PARA OS CÁLCULOS)

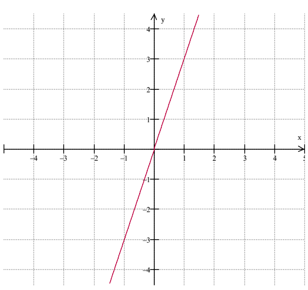
Atividade 03: A tabela abaixo representa a variação da temperatura durante um dia na cidade de Sorocaba-SP. Com base nos dados da tabela, construa um gráfico de segmentos da variação da temperatura em função do tempo.

Horário	3h	5h	7h	9h	11h	13h	15h	17h	19h
Temperatura	5ºc	7ºc	10ºc	11ºc	13ºc	17ºc	18ºc	14ºc	9ºc

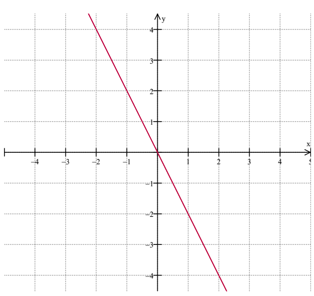
Atividade 04: João mora na mesma avenida onde fica sua escola. E está caminhando em direção à escola numa velocidade de 5 km/h em um trecho retilíneo. Considere que o portão de sua casa foi a origem de sua caminhada, isto é, do marco 0 km. A partir destas informações, trace o gráfico da função horária das posições do movimento de João.



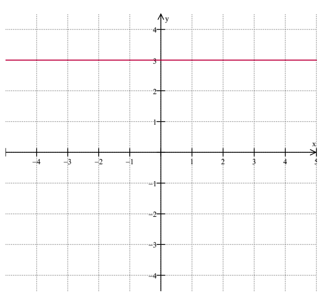
Atividade 05: Classifique as funções que estão representadas abaixo pelos seus gráficos como crescente, decrescente ou constante.



(__________________)



(__________________)

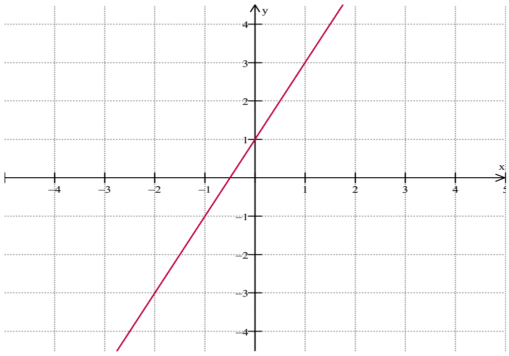


(__________________)

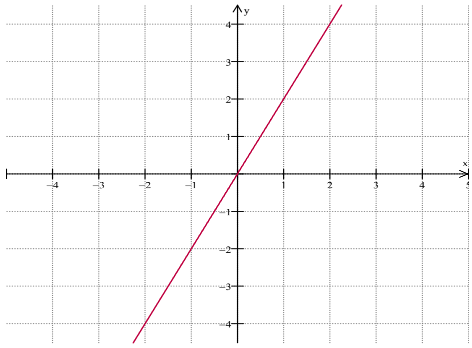
Atividade 06: Associe cada uma das funções abaixo às suas respectivas representações gráficas.

FUNÇÕES:

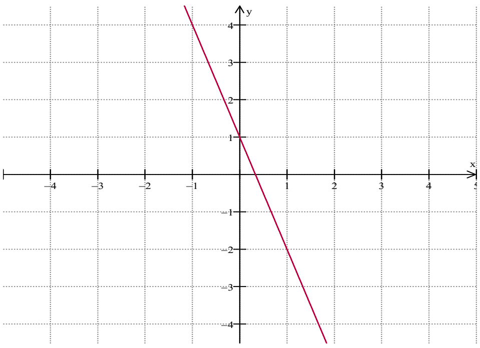
(I) y=2x **(II) y=2x+1** **(III) y=-3x+1** **(IV) y=3**



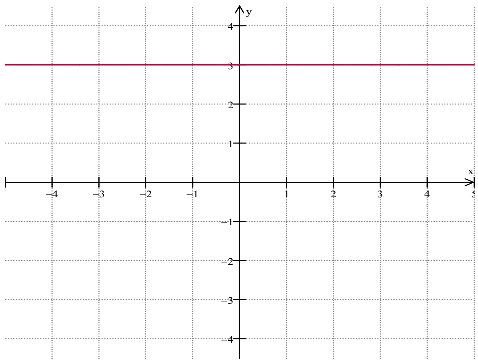
( )



( )



( )



( )

Atividade 07: Considerando que as funções da atividade anterior são do tipo y=ax+b, responda:

a) Quais são os coeficientes de cada uma destas funções?

(I) ______________________ **(II)** ____________________________

(III) _____________________ **(IV)** ___________________________

b) analisando as quatro funções apresentadas na atividade 06 e suas respectivas respostas, o que podemos concluir sobre o coeficiente **a**?

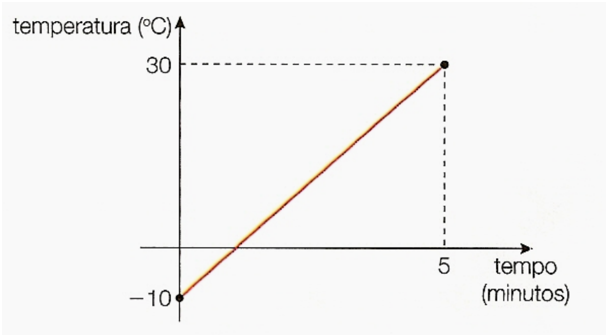
____

____

____

____

Atividade 08: Uma barra de ferro com temperatura inicial de -10º C foi aquecida até 30º C. O gráfico representa a variação da temperatura da barra em função do tempo gasto nesta experiência:



a) Determine a função que fornece a temperatura da barra de ferro em relação à variação do tempo. Ela é uma função crescente ou decrescente?
Resposta: ______________________________________

b) Em quanto tempo, após o inicio da experiência, a temperatura da barra atingiu 0º C?
Resposta: ______________________________________

Atividade 09: Um carro mantém uma velocidade constante de 72 km/h durante 10 segundos de seu movimento. Sejam v=f(t) e s=f(t) as funções da velocidade e da distância percorrida em função do tempo.

a) Construa, no espaço abaixo, o gráfico da velocidade em função do tempo.

b) Qual é a distância percorrida pelo carro nesses 10 segundos?
Resposta: ______________________________________

c) As funções v=f(t) e s=f(t) são crescente ou decrescente?
Resposta: ______________________________________

Atividade 10: Construa um gráfico de segmentos com os dados da tabela abaixo.

Distância percorrida	2Km	4Km	6Km	8Km
Tempo	1h	3h	5h	7h

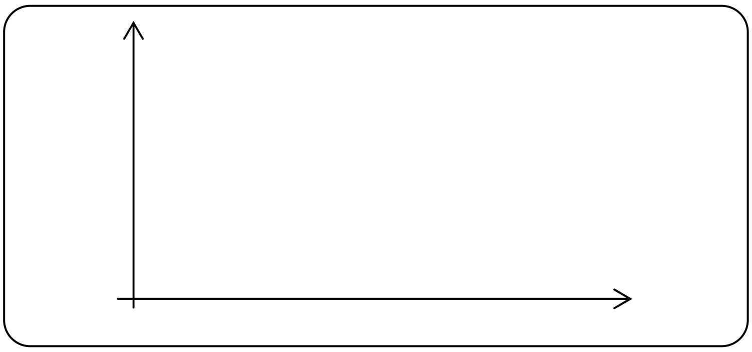
Nº:

Atividades de Matemática

Nome:____Data:______

Atividade 01: A tabela abaixo representa o consumo de água num determinado condomínio, durante algumas horas de um dia. Baseado na tabela abaixo, construa um gráfico de segmentos da variação do consumo em função do tempo.

Horário	3 h	5h	7 h	9 h	11h	13 h	15 h	17 h	19 h
Consumo em m^3	5 m^3	7 m^3	10 m^3	11 m^3	13 m^3	17 m^3	18 m^3	14 m^3	9 m^3



Atividade 02: João é um artesão que confecciona chaveiros de madeira. Sabendo que ele é capaz de confeccionar 6 chaveiros em uma hora, quantos chaveiros ele confeccionará em:

(ESPAÇO PARA OS CÁLCULOS)

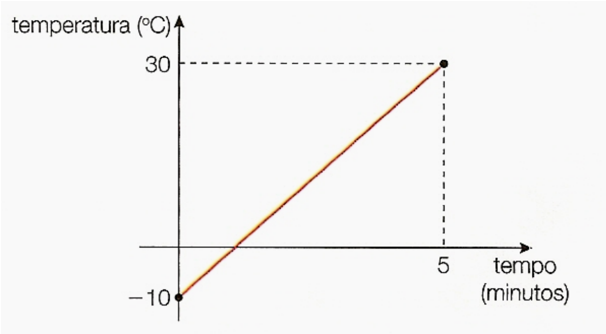
5 HORAS

Resposta:______________

Atividade 03: Uma bomba é capaz de bombear 5 litros d'água por minuto. Considerando que o reservatório que recebe a água desta bomba estava vazio quando ela foi ligada. Construa um gráfico que represente a quantidade de água desse reservatório durante o tempo que a bomba ficou ligada.

Cole aqui o seu gráfico

Atividade 04: Uma barra de gelo (água em estado sólido) com temperatura inicial de -10º C foi aquecida até 30º C, passando para o estado líquido. O gráfico representa a variação da temperatura em função do tempo gasto nesta experiência:



a) Determine a função que fornece a temperatura da barra de gelo em relação à variação do tempo. Esta é uma função crescente ou decrescente?

Resposta:_______________________________

b) Quanto tempo, após o início da experiência, a temperatura atingiu 30º C?

Resposta:__________________________________

Atividade 05: Uma bomba é capaz de bombear 120 litros d'água por hora. Seja v=f(t) a função da quantidade d'água em função do tempo.

a) Construa, no espaço abaixo, o gráfico da quantidade d'água em função do tempo. Considere a quantidade de água em litros e o tempo em minutos.

b) Qual é a quantidade de água bombeada após 10 minutos?
Resposta:__________________________________

c) A função v=f(t) é crescente ou decrescente?
Resposta:__________________________________

Atividade 06: Construa um gráfico de segmentos com os dados da tabela abaixo.

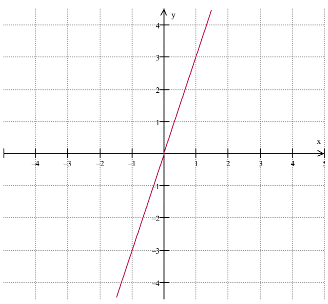
x	2	4	6	8
y	3	6	9	12

Cole aqui seu gráfico

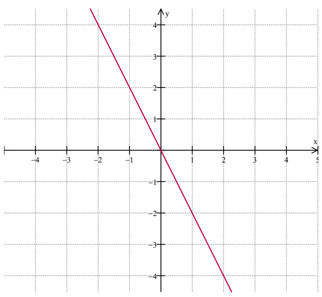
Atividade 07: Um motoboy cobra seus serviços da seguinte maneira: R$ 5,00 como valor fixo inicial da corrida, mais R$ 2,00 por km rodado.
Com base nessas informações, preencha a tabela abaixo:

km rodado	1 km	3 km	5 km	7 km	X km
Total cobrado em (R$)					

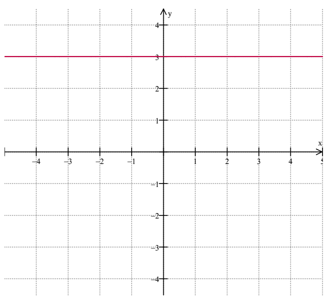
Atividade 08: Classifique as funções que estão representadas abaixo pelos seus gráficos como crescente, decrescente ou constante.



(__________________)



(__________________)

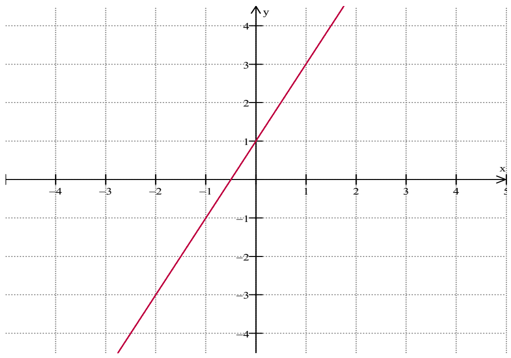


(__________________)

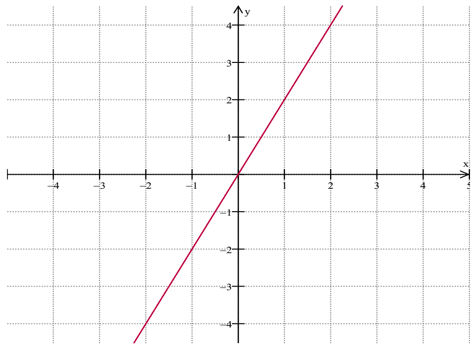
Atividade 09: Associe cada uma das funções abaixo as suas respectivas representações gráficas.

FUNÇÕES:

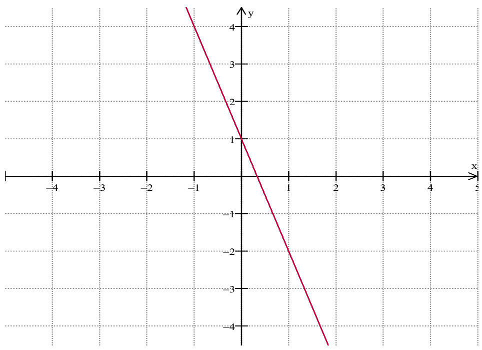
(I) y=2x **(II) y=2x+1** **(III) y=-3x+1** **(IV) y=3**



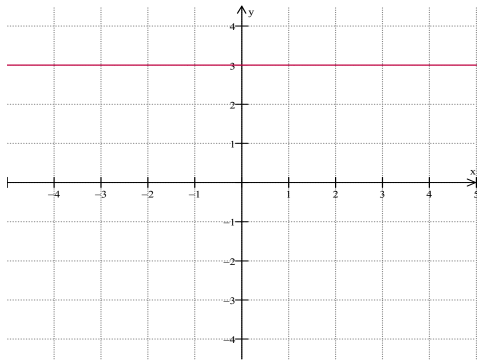
( )



( )



( )



( )

Atividade 10: Considerando que as funções da atividade anterior são do tipo y=ax+b, responda:

a) Quais são os coeficientes de cada uma destas funções?

(I) ____________________ **(II)** _________________________

(III) ___________________ **(IV)** ________________________

b) Analisando as quatro funções apresentadas na atividade 09 e suas respectivas respostas, o que podemos concluir sobre o coeficiente angular?

Resposta:____

____

ANEXO II

FICHA DO 1º ENCONTRO DA INTERVENÇÃO

Ficha de atividade 1

Dupla Nº

NOME DOS ALUNOS:____

____

Atividade 01: Observe as bombas A, B e C em funcionamento e responda:

quantos litros d'água a bomba A é capaz de jogar em 1 minuto? _______________

E a bomba B? _________________________

E a bomba C? _________________________

Atividade 02: Com base no que se pode observar na atividade anterior, responda: quantos litros d'água a bomba B é capaz de jogar em 6 minutos?

Use esse espaço para fazer os cálculos

Resposta: ___________

Atividade 03: Uma bomba tem a capacidade de jogar 4 litros d'água em um minuto. Com base nestas informações preencha a tabela abaixo:

Tempo (em minutos)	1 min.	2 min.	5 min.	7 min.	x min.
Litros d'água					

Use esse espaço para fazer os cálculos

ANEXO III

FICHAS DO 2º ENCONTRO DA INTERVENÇÃO

Ficha de atividade 2

Dupla Nº

NOME DOS ALUNOS:____

____

Atividade 01: Observe a bomba B em funcionamento, preencha a tabela abaixo e com as informações desta tabela construa um gráfico de segmentos.

Tempo (min.)	2 min.	3 min.	5 min.	10 min.	12min.
Litros d'água					

Cole o seu gráfico aqui

Atividade 02: Um outro tipo de bomba, com uma potência diferente da citada na atividade anterior, é capaz de jogar água de acordo com a seguinte expressão $L=3t$, sendo L a quantidade de litros d'água bombeados por esta bomba e t o tempo que ela gasta para jogar uma certa quantidade de água em minutos. Com base nessas informações, preencha a tabela abaixo e construa um gráfico de segmentos.

t	$L=3t$
1	
2	
3	
4	

Cole seu gráfico aqui

Atividade 03: Um reservatório tem a capacidade de armazenar 30 litros d'água. Nele já continha 5 litros quando foi aberta uma torneira para enchê-lo, esta torneira lança no reservatório 2 litros de água por minuto. Sabendo que a expressão matemática que representa o volume do reservatório com o passar do tempo é $v=2t+5$, construa um gráfico de segmentos que representa o volume desse reservatório em função do tempo.

Cole seu gráfico aqui

Ficha de atividade 3

NOME DO ALUNO: ____

Atividade 01: Sabe-se que o quilograma do pão francês custa R$ 3,00 na padaria do Sr. Joaquim. Quanto pagará uma pessoa que comprar 7 quilogramas desse tipo de pão?

Use esse espaço para fazer os cálculos

Resposta:____________

Atividade 02: Um pintor de paredes cobra por seu serviço R$ 5,00 o metro quadrado de parede que pinta mais R$ 25,00 que é um valor fixo cobrado pela visita. Tendo como base as informações acima, preencha a tabela abaixo.

m^2 de parede	2	6	10	14	x
Valor cobrado em (R$)					

Use esse espaço para fazer os cálculos

Atividade 03: Considere as seguintes funções definidas de R em R, preencha as tabelas abaixo e construa a representação gráfica de cada uma em um plano cartesiano.

a)

x	$y=5x$
1	
2	
3	
4	

b)

x	$2x+1$
-2	
-1	
0	
1	

Cole aqui os gráficos construídos

ANEXO IV

FICHA DO 3º ENCONTRO DA INTERVENÇÃO

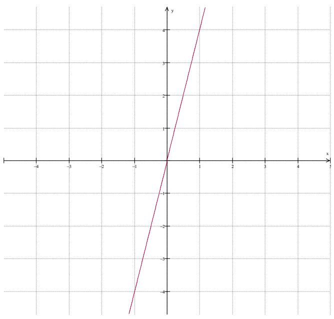
Ficha de atividade 4

Dupla Nº

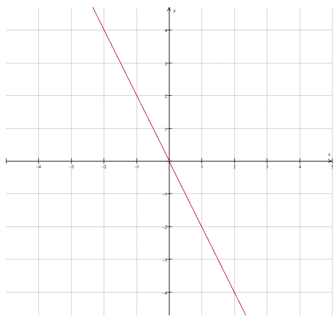
NOME DOS ALUNOS:____

____

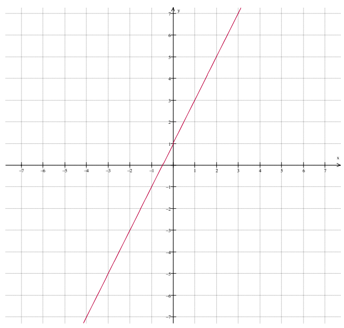
Atividade 01: Escreva a expressão matemática que representa cada um dos gráficos abaixo.



(________________)



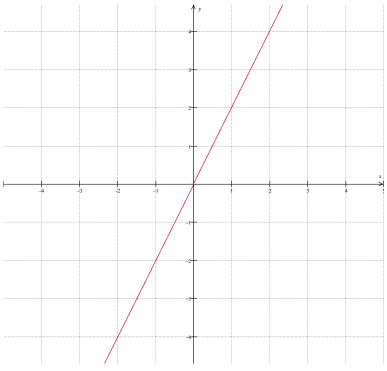
(________________)



(________________)

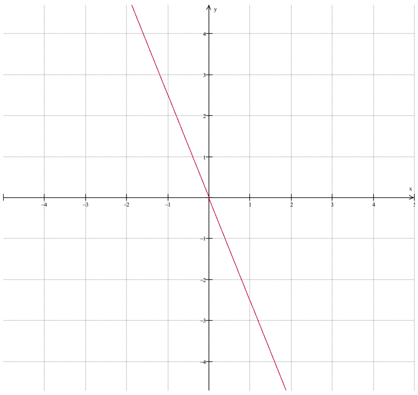
Atividade 02: Cada um dos gráficos abaixo representam uma situação, em que foi utilizada uma bomba d'água parecida com a que vem sendo usada em nossas atividades. Observe os gráficos e classifique as funções que os representam como: crescente, decrescente ou constante.

a) Uma bomba foi ligada para encher um reservatório, sabendo que ela tem a capacidade de jogar 2 litros d'água a cada minuto e que o gráfico abaixo representa o volume desse reservatório em função do tempo, sendo x o tempo transcorrido e y o volume.



(____________________)

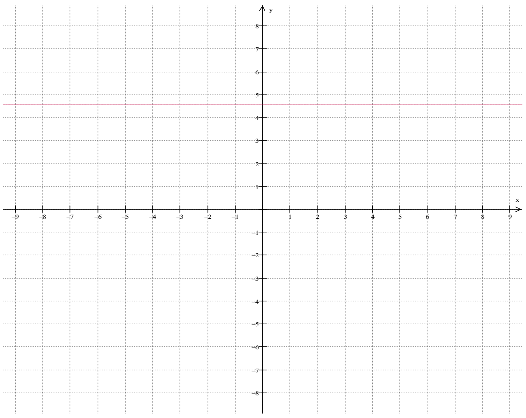
b) Uma bomba foi colocada para retirar água de uma piscina. O gráfico a seguir mostra a quantidade de água contida na piscina durante o tempo em que a bomba permanece ligada, sendo que x representa o tempo em minutos e y a quantidade de água em m^3.



(____________________)

c) A professora Mariquinha resolveu montar um aquário com seus alunos. Para que os peixes mantenham-se vivos é necessário colocar uma bomba no aquário, com a finalidade de circular a água nele contida, produzindo, assim, oxigênio para os peixes.

O gráfico apresentado abaixo, mostra o volume da água contida no aquário durante o tempo que a bomba fica ligada, sendo x o tempo em minutos e y o volume do aquário em litros.



(____________________)

ANEXO V

FICHAS DO 4º ENCONTRO DA INTERVENÇÃO

Ficha de atividade 5

Dupla Nº

NOME DOS ALUNOS:____

____

Atividade 01: Nas funções abaixo encontre o coeficiente angular e linear.
a) $y=2x+1$ b) $L=-3t$ c) $f(t)=-4t-3$ d) $f(x)=5$

Atividade 02: Complete as tabelas abaixo e construa um gráfico de seguimentos para cada uma delas.

a)

t	$f(t)=3t$
-2	
-1	
0	
1	
2	

b)

x	$f(x)=-3x$
-2	
-1	
0	
1	
2	

c)

x	$y=3x-1$
-2	
-1	
0	
1	
2	

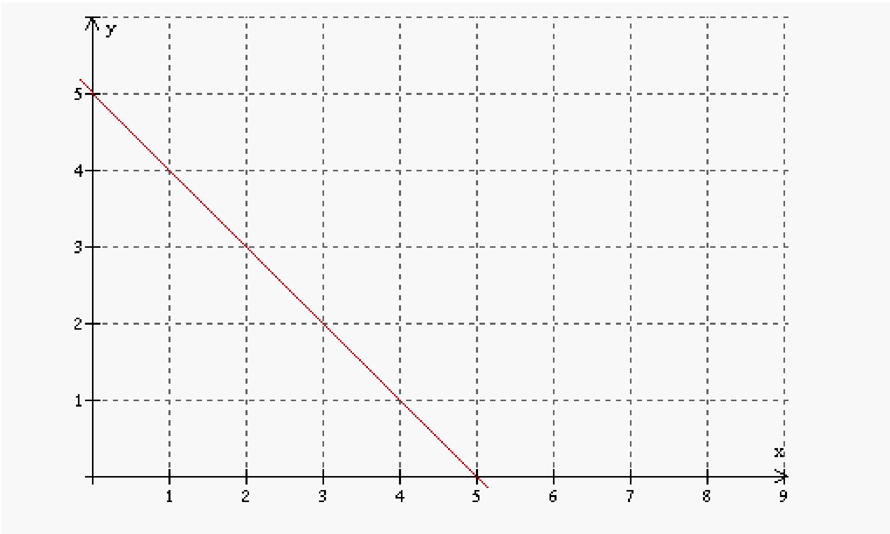
Analisando os gráficos construídos, o que você pode concluir sobre o coeficiente angular e o linear?
Resposta:________________________________

Cole aqui os gráficos

Ficha de atividade 6

NOME DO ALUNO:____

Atividade: O gráfico abaixo representa o volume de uma caixa d'água de uma residência em função do tempo, sendo x o tempo em horas e y o volume em m^3.



Observe o gráfico e responda:

a) Qual é a expressão matemática que representa o volume da caixa em função do tempo?
Resposta:______________________

b) Qual é o volume da caixa no instante $x=0$?
Resposta:________________________

c) Quantas horas levará para caixa estar vazia?
Resposta:_________________________

d) O gráfico acima representa uma função crescente, decrescente ou constante? Justifique sua resposta.
Resposta:____
____
____

e) Quais são os coeficientes da função que corresponde a representação gráfica acima?
Resposta:________________________________

ANEXO VI

MODELO DE AUTORIZAÇÃO PARA A PUBLICAÇÃO DAS IMAGENS DOS SUJEITOS QUE PARTICIPARAM DA PESQUISA

A U T O R I Z A Ç Ã O

Eu, ____,

portador(a) de cédula de identidade nº ______________________, responsável pelo menor ____, **autorizo** o professor de Matemática Rogério Fernando Pires da Escola Municipal Prof. Jose Marcello, onde estuda, registrar por meio de fotos as imagens do menor sob minha responsabilidade durante as aulas na escola e veicular em qualquer meio de comunicação para fins didáticos, de pesquisa e divulgação de conhecimento científico sem quaisquer ônus e restrições.

Fica ainda **autorizada**, de livre e espontânea vontade, para os mesmos fins, a cessão de direitos da veiculação, não recebendo para tanto qualquer tipo de remuneração.

Salto de Pirapora, 27 de agosto de 2008

Ass.___________________________________

RG: