

ELISA MISSAE TANONAKA

**RÉGUA DE CÁLCULO: UMA CONTRIBUIÇÃO DE WILLIAM OUGHTRED
PARA A MATEMÁTICA**

Mestrado em História da Ciência

PUCSP

São Paulo

2008

ELISA MISSAE TANONAKA

**RÉGUA DE CÁLCULO: UMA CONTRIBUIÇÃO DE WILLIAM OUGHTRED
PARA A MATEMÁTICA**

Dissertação apresentada a Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de MESTRE em História e Ciência sob a orientação da Prof^a. Dr^a. Maria Helena Roxo Beltran.

PUCSP

São Paulo

2008

Banca Examinadora

Agradecimentos

Pela orientação, amizade e apoio inestimável, à Professora Maria Helena Roxo Beltran.

Pelas sugestões para o aperfeiçoamento da dissertação, aos professores Ana Maria Alfonso-Goldfarb e José Luiz Goldfarb, que participaram de minha banca de qualificação.

Pela iniciação e referências valiosas, aos professores do Programa de Pós-Graduação em História da Ciência.

Pelo companheirismo e sugestões, aos amigos do mestrado e doutorado em História da Ciência.

Pelo apoio e paciência, à minha família.

Resumo

Esta pesquisa aborda obras de William Oughtred (1574-1660), clérigo britânico e instrutor de matemática, a quem se atribui o projeto da primeira régua de cálculo logarítmica linear na Europa no século XVII, quando a elaboração de tabelas astronômicas e calendários utilizados, por exemplo, para orientar navegações, demandava meios para que o cálculo de números extremamente pequenos ou extremamente grandes fosse realizado rapidamente.

A criação e o uso de réguas de cálculo logarítmicas foram aqui estudados pela análise dos textos *The Circles of Proportion and The Horizontal Instrument* (1633), *New Artificial Gauging Line or Rod* (1633) e *The Description and Use of the Double Horizontal Dial* (1653), escritos por William Oughtred.

Outras obras desse estudioso foram examinadas para mostrar a sua contribuição para o ensino da Matemática, como os textos *Clavis Mathematicae*, que foi utilizado por mais de 70 anos, e *Mathematical Recreations* traduzido para o inglês e incrementado por ele com os textos *The Description and Use of the Double Horizontal Dial* e *Horological Ring* publicados como apêndices de *Mathematical Recreations*, em 1653.

Palavras-chave: William Oughtred, régua de cálculo logarítmica, ensino da Matemática.

Abstract

The present research covers the works of William Oughtred (1574-1660), a British cleric and instructor of mathematics, to whom is attributed the project of the first slide linear log rule in Europe in the seventeenth century when drawing up tables and astronomical calendars, used to guide sailing for example, demanded means for the calculation of numbers, very small or very large, to be carried out quickly.

The creation and use of logarithmic rules for calculating will be studied here by the analysis of texts written by William Oughtred: *The Circles of Proportion and The Horizontal Instrument* (1633), *New Line or Artificial Gauging Rod* (1633) and *The description and Use of the Double Horizontal Dial* (1653).

Other works of this scholar were examined to show their contribution to the teaching of Mathematics, as the texts *Clavis Mathematicae*, which was used by more than 70 years, and *Mathematical Recreations* translated into English and combined by him with other texts, such as: *The description and Use of the Double Horizontal Dial* and *Horological Ring* published as appendages of *Mathematical Recreations* in 1653.

Key Words: William Oughtred, slide linear log rule, teaching of Mathematics.

Índice

Introdução.....	01
Capítulo 1 - William Oughtred e o ensino da Matemática.....	03
Capítulo 2 – Os instrumentos de precisão de W. Oughtred.....	26
Considerações Finais.....	50
Bibliografia.....	52
Anexo 1	
Régua de Cálculo Contemporânea.....	56
Anexo 2	
Levantamento das edições/impressões do <i>Clavis Mathematicae</i>	66
Anexo 3	
Levantamento das edições/impressões do <i>Mathematicall Recreations</i>	75
Anexo 4	
Tradução para o português do texto: <i>The New Artificial Gauging Line or Rod.</i>	80

Introdução

A régua de cálculo foi o exemplar mais conhecido de um computador analógico. Assim, ela representou uma importante abertura para a aceitação de cálculos artificiais ou cálculos por um computador. Foi também, um elemento importante para o desenvolvimento da profissão de engenharia.

A régua de cálculo conquistou grande utilidade no cálculo numérico envolvendo multiplicações, divisões, raízes, potências, logaritmos, funções trigonométricas e qualquer outra fórmula numérica passível de transformação em forma logarítmica, e foi muito difundida nas escolas, na técnica e na indústria. Era também muito utilizada por fiscais (coletores de impostos), pedreiros, carpinteiros e engenheiros por ser simples, versátil e realizar cálculos rapidamente e com precisão. Outras utilidades foram agregadas ao uso da régua de cálculo, ainda que, mediante o recurso de outros artifícios, como efetuar operações especiais como a resolução de equações, cálculo com proporções, operações encadeadas, entre outras.

Então no início da década de 1970 apareceram as primeiras calculadoras eletrônicas manuais e portáteis, que em pouco mais de dez anos a régua de cálculo tornou obsoleta.¹

Esta pesquisa aborda obras de William Oughtred (1574-1660), clérigo britânico e instrutor de matemática, a quem se atribui o projeto da primeira régua de cálculo logarítmica linear na Europa no século XVII, quando a elaboração de tabelas astronômicas e calendários utilizados, por exemplo, para orientar

¹ Sobre as réguas de cálculo contemporâneas, vide anexo 1.

navegações, demandava meios para que o cálculo de números extremamente pequenos ou extremamente grandes fosse realizado rapidamente.

No primeiro capítulo desta dissertação destacamos alguns dos movimentos no panorama geral da sociedade inglesa no início do século XVII, onde se insere o trabalho de William Oughtred com foco na área de ensino da Matemática.

Destacamos também seu trabalho de tradução de uma coletânea de problemas recreativos envolvendo a utilização do raciocínio lógico e teoria matemática e a divulgação de textos sobre a descrição e instruções para uso de instrumentos para medidas e cálculos.

No segundo capítulo, dedicado ao exame dos instrumentos de precisão projetados por W. Oughtred, analisamos especificamente a régua de cálculo a partir do estudo de logaritmos que foi a base matemática para o desenvolvimento desse instrumento, passando pelas polêmicas que envolveram a atribuição da autoria de sua invenção e comentando sobre os documentos que registraram a descrição e o uso da mesma.

Em nossas considerações finais, fazemos uma avaliação das motivações que conduziram as atividades de W. Oughtred no papel de professor e construtor de instrumentos facilitadores do cálculo, bem como suas contradições e convicções sobre a metodologia de ensino.

Esperamos que este trabalho contribua para a discussão em torno do assunto “conhecimentos sobre as ciências e as artes”, e dessa forma, incentive a continuidade da pesquisa sobre este e outros autores do século XVII.

Capítulo 1

William Oughtred e o ensino da Matemática

1.1. Introdução

A obra de William Oughtred (1574-1660) pode ser considerada como relevante, não somente pela contribuição que trouxe para o ensino da Matemática e para o desenvolvimento de instrumentos de medidas e de cálculo, mas também pela polêmica que gerou na época de sua divulgação em livros impressos. Veremos que o clérigo teve vários discípulos e simpatizantes de seus ensinamentos, entre eles John Wallis (1616-1703), mas também causou antagonismo em outros por causa da prioridade na invenção da régua de cálculo.

Na Inglaterra do século XVII, diversos grupos, academias e sociedades nasceram e suas atividades indicavam uma abertura para novas visões sobre a elaboração e aplicação de conhecimentos sobre as ciências e as artes. Em função da necessidade de divulgar as novas idéias e atrair simpatizantes, experimentos científicos curiosos eram demonstrados em público, assim como eram divulgadas obras escritas em uma linguagem mais acessível para o público.

2

O século XVII assistiu dentre outras coisas, o aparecimento do barômetro, da bomba de ar, do pêndulo do relógio, dos logarítmos, da maior padronização dos símbolos matemáticos, do desenvolvimento da geometria analítica, da descoberta

² Alfonso-Goldfarb, O que é História da Ciência, p.45-46.

e utilização das séries infinitas, da descoberta do cálculo, assim como propostas para uma matemática interpretativa da natureza.³

Na Inglaterra, a comunidade científica procurou direcionar as investigações no campo da matemática, da astronomia, da geografia, da mecânica, e em áreas do conhecimento capazes de aperfeiçoar as técnicas da boa navegação, viabilizando o transporte mais seguro e eficiente para atender o comércio de exportação dos produtos. Assim, os progressos científicos no século XVII foram norteados pelos interesses utilitários do comércio internacional e dos transportes, especialmente os marítimos. Pela necessidade de acelerar o ritmo das construções de barcos visando atender aos interesses militares e da marinha mercante em expansão, os estudiosos passaram a orientar suas pesquisas para o campo da matemática, às observações astronômicas, ao estudo da bússola, ao magnetismo e em outros instrumentos úteis para o aperfeiçoamento da navegação, pois o progresso do país dependia da solução de tais problemas técnicos. Acrescentou-se a isso, o uso das lentes dos telescópios para estabelecer as longitudes, inovando assim, as técnicas da astronomia, da navegação, da geografia, da matemática, da mecânica e dos relógios de pêndulo e de bolso. Outros estudiosos procuraram até observar a hora das marés para formular uma teoria e contribuir para a solução de problemas de navegação, ou o estudo do movimento dos corpos para identificar uma maneira de aumentar a velocidade dos navios.⁴

Do ponto de vista educacional, até o início do século XVII, as Universidades inglesas começavam a reformular sua visão sobre a qualidade da instrução Matemática. As universidades de Oxford e Cambridge tinham conseguido formar

³ Stimson, *Amateur s of Science in 17th Century England*, Isis, Vol.31, n. 1 (Nov, 1939), p.32.

⁴ Merton, *Science, Technology and Society in Seventeenth Century England*, Osiris, Vol. 4 (1938), p. 380-390.

matemáticos excelentes, apesar da falta de apoio e incentivo para aqueles que desejassem estudar o assunto. Embora tivesse havido algum incremento na educação matemática, a separação da Matemática na Universidade e nas escolas, que atendiam as necessidades comerciais e industriais da população geral, se manteve. O Gresham College, fundado no final de 1650, foi criado para fornecer uma formação mais prática e útil para o conhecimento das ciências. Foi bem sucedido neste objetivo, oferecendo palestras públicas em latim e em inglês sobre temas relativos à Geometria, à Astronomia e à Matemática. Foi através desta instituição que logaritmos, trigonometria e avanços relativos à Navegação foram divulgados tão rapidamente após o seu desenvolvimento. Foi também no Gresham College que se iniciaram as discussões e palestras sobre ciência experimental.⁵

Escolas e universidades não eram as únicas fontes de saber. Tutores privados também auxiliavam na educação matemática prática e rápida, porém a qualidade e a quantidade do ensino eram variadas fazendo com que os alunos que ingressavam em Oxford e Cambridge não tivessem os mesmos conhecimentos básicos de Aritmética, Geometria e de outros temas como a Navegação e Astronomia.

Nesse ambiente diverso, William Oughtred, um clérigo anglicano, dedicou-se à expansão do conhecimento nas áreas de álgebra e cálculo, bem como do ensino de matemática para alunos talentosos como John Wallis, Christopher Wren e Richard Delamain, e produziu o que viria a se tornar um livro muito conhecido em Matemática, o *Clavis Mathematicae* (1631). Este trabalho tem

⁵ www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/history/Education/seventeenthc.html, *J J O'Connor* and *E F Robertson*.

importância histórica e se tornou influente e amplamente utilizado, por vários estudiosos, incluindo Isaac Newton⁶.

Passaremos a seguir à apresentação e comentários sobre os trabalhos de W. Oughtred relativos as suas tarefas de ensino da Matemática (elaboração de textos e usos de instrumentos para facilitar cálculos).

⁶ Cajori, *William Oughtred A great seventeenth-century teacher of Mathematics*, p.94.

1.2. *Clavis Mathematicae*

Das obras de W. Oughtred, o livro mais conhecido é o *Clavis Mathematicae*⁷, que em sua primeira edição em 1631 era apenas um livreto de 88 páginas contendo, em forma condensada, os fundamentos da Aritmética e da Álgebra, como eram conhecidos na época. O sucesso do livro pode ser explicado pela situação geral do ensino da Álgebra na Inglaterra durante a primeira metade do século XVII, e nos últimos anos daquele século o livro foi mantido em pauta pelos esforços de um de seus admiradores, John Wallis.

⁷ Cajori, *William Oughtred A great seventeenth-century teacher of Mathematics.*, p.17.

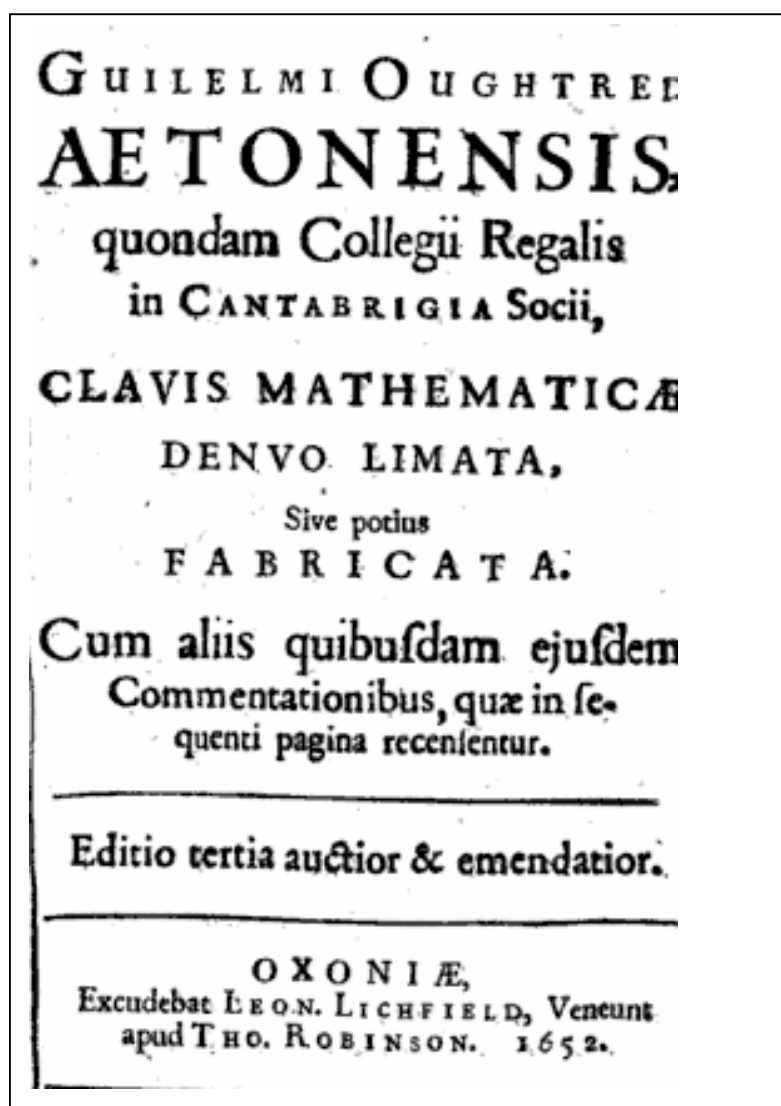


Figura 1 – *Clavis Mathematicae*

O *Clavis Mathematicae* (figura 1) foi elaborado para atender à necessidade de um texto adequado para completar a instrução de Lord William Howard (depois Visconde Stafford), filho do Conde de Arundel, de quem W. Oughtred se tornou professor em 1628. O texto foi elaborado em latim e consolidava os aspectos essenciais da Aritmética e da Álgebra. Satisfeito com o esforço do matemático em prol de seu filho, o Conde de Arundel tornou-se um dos patronos de W. Oughtred e incentivou o então reitor da Albury, a publicar a sua obra.

Uma característica marcante no texto *Clavis Mathematicae* é o uso de uma postura conhecida como “lógica pedagógica”, onde se supõe que o iniciante no estudo da álgebra não esteja em condições de apreciar uma sucessão do pensamento abstrato e exercerá melhor o exercício intelectual à partir de explicações das regras dos problemas. É o caso, por exemplo, do ensino da regra de sinais para a multiplicação entre números positivos e negativos, onde se instrui: “se os sinais dos números dados são iguais, o produto será positivo, caso contrário, negativo”⁸. É também característica desse texto, a ausência de índices e expoentes, pois o autor se utiliza de letras maiúsculas e minúsculas para indicar potências e outras grandezas.⁹

O *Clavis Mathematicae* exerceu influência considerável na Inglaterra e no Continente. Newton e Boyle aprovaram tal trabalho e o indicaram como confiável em correspondência a Nathaniel Hawes (tesoureiro do Christ’s Hospital), em maio de 1694, intitulada “O novo método de aprendizagem da Matemática para os meninos do Christ’s Hospital”.¹⁰

Porém, o *Clavis Mathematicae* não era de fácil leitura. W. Oughtred utilizou grande número de símbolos (cerca de 150), particularmente ao se referir ao tratamento de problemas geométricos, onde descreveu regras que se relacionam aos fundamentos, condensou processos de dedução rígida e adaptou esses símbolos às explicações de problemas tanto quanto foi possível. Apesar da rejeição dessa simbologia pelos leitores, dois de seus símbolos “X” para a

⁸ Cajori, “William Oughtred A great seventeenth - century teacher of Mathematics” p.24.

⁹ As potências inteiras foram introduzidas por Descartes em *Geometrie* (1637) e as fracionárias e negativas por Newton em 1676.

¹⁰ Scott, “OUGHTRED, WILLIAM”, in C. C. Gillispie, org., *Dictionary of Scientific Biography*, Vols. 7-8, p. 254-55.

multiplicação e “::” para a proporção tornaram-se parte da simbologia matemática universal.¹¹

Segundo Charles Hutton (1737-1823), a contribuição do *Clavis Mathematicae* para a Álgebra foi “a introdução de diversos símbolos e abreviaturas que não são mais utilizadas, a aplicação da Álgebra na Geometria (embora Viète (1540-1603) já houvesse usado esse recurso anteriormente) e o bom tratamento das seções angulares”.¹² Em comparação com outras obras contemporâneas sobre álgebra, a de W. Oughtred distinguiu-se pela ampla utilização de símbolos, especialmente no tratamento de problemas geométricos.

Segundo Cajori¹³, houve cinco edições em latim desse texto:

- a pioneira, como já citado anteriormente, foi impressa em 1631 em Londres;
- a segunda, em 1648 em Londres, com o adendo de 4 tratados e alterações no texto original em diversas partes;
- a terceira, em 1652 em Oxford;
- a quarta, em 1667 em Oxford;
- a quinta em 1693 e 1698 em Oxford, com acréscimo de breves notas explicativas adicionado no encerramento dos capítulos nas edições em inglês.

Houve também duas edições independentes em inglês: a primeira, em 1647, em Londres, traduzida na maior parte por Robert Wood do Lincoln College, de Oxford (conforme informação no prefácio à edição de 1652 em latim), a segunda de 1694 e 1702 foi uma nova tradução, tendo no prefácio do livro uma recomendação de Edmund Halley, membro da Royal Society.

¹¹ Cajori, *William Oughtred A great seventeenth-century teacher of Mathematics*, p.20.

¹² Stedall, *Ariadne's Thread: The Life and Times of Oughtred's Clavis*, *Annals of Science*, vol 57 (1), jan. 2000, p.27-60.

¹³ Cajori, *William Oughtred A great seventeenth-century teacher of Mathematics*, p.18-19.

Efetuamos um levantamento dos exemplares existentes nas diversas bibliotecas inglesas através da COPAC *Main Search* (University of Manchester), financiada pela *Joint Information Systems Committee* (JISC) e utilizando os registros do *Research Libraries UK* (RLUX) website, Nesse levantamento, verificamos a existência de 101 exemplares, dos quais 69 impressões estão em latim e 32 em inglês. A primeira impressão ocorreu em 1631 (latim) em Londres pelo editor Thomas Harper e a última em 1794 (inglês) em Londres, sem identificação do editor¹⁴. A relação analítica do levantamento se encontra no Anexo 1.

A partir das informações do levantamento elaboramos o gráfico que permite visualizar a frequência da impressão / edição dessa obra.

Análise sobre as edições da *Clavis Mathematicae*

Ano de publicação	Idioma	Qtde exemplares
1631	Latim	13
1647	Inglês	02
	Latim	01
1648	Latim	08
1652	Latim	15
1662-1667	Latim	01
1667	Inglês	07
	Latim	11
1693	Latim	11
1694	Inglês	13
1698	Latim	09
1702	Inglês	09
1794	Inglês	01
	TOTAL	101

¹⁴ Cajori considera como última impressão, a de 1702 pelo editor Ralph Smith em Londres. *William Oughtred A great seventeenth-century teacher of Mathematics*, p.18-19.

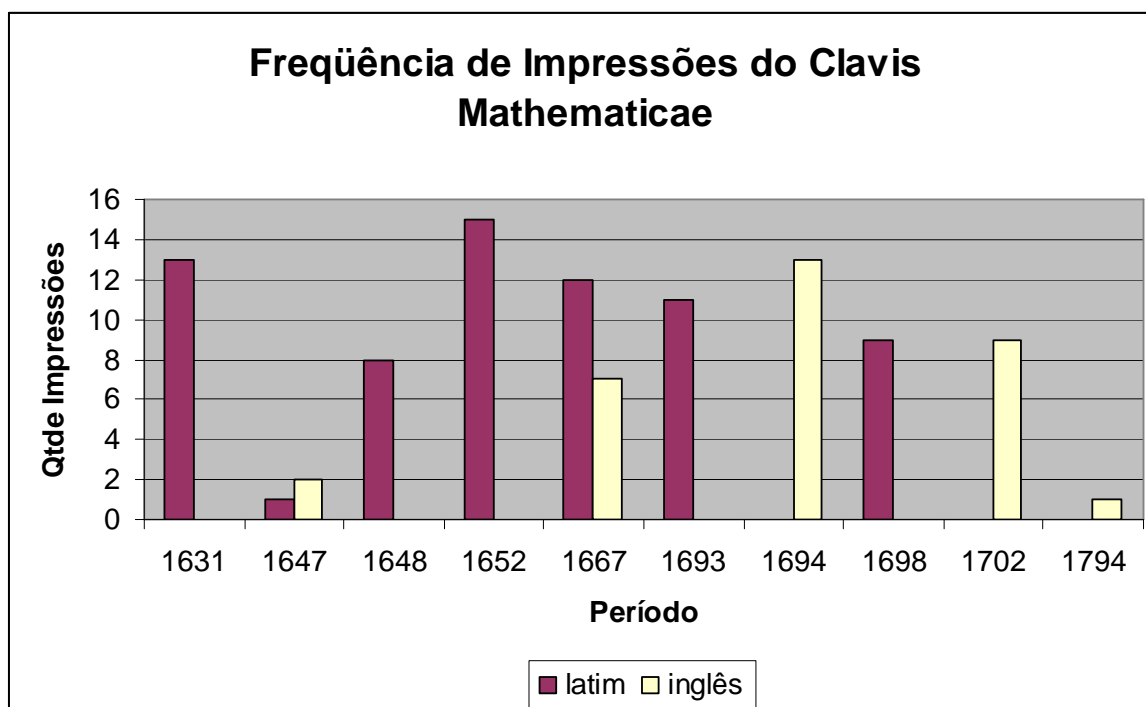


Gráfico 1 – Frequência de Impressões do Clavis Mathematicae

A análise do gráfico aponta pontos interessantes: a concentração das impressões / edições no período de 70 anos, confirmando o uso do texto pelos matemáticos no ensino da Álgebra na Inglaterra na primeira metade do século XVII e o fato da impressão da versão traduzida para o inglês não diminuir de forma significativa as versões em latim, ratificando o fato de o texto estar voltado ao público erudito.

Para instruir e motivar seus alunos, W. Oughtred utilizava textos que incentivavam a busca do conhecimento através de regras simples. No próximo tópico, passaremos a comentar um desses textos, o *Mathematicall Recreations*, que contem uma compilação de problemas contemplando diversas áreas como Aritmética, Geometria, Física, Química, entre outras.

1.3. *Mathematicall Recreations*

Mathematicall Recreations não é uma obra de W. Oughtred, mas um instrumento usado por ele para motivar seus alunos, para buscar as melhores formas didáticas para o ensino e divulgar os seus inventos.

Um estudo recente sobre a “matemática recreativa” mostra como esses textos foram compostos, mesclando idéias do conhecimento popular e conhecimentos científicos. Conforme tal estudo realizado por Albrecht Heeffer¹⁵, o primeiro texto dessa natureza a ser publicado foi: “*Recreation mathematicque, composee de plusieurs problemes plaisants et facetievx, En faict d’Arithmeticque, Geometrie, Mechanicque, Opticque, et autres parties de ces belles sciences*”, impresso por Jean Appier Hanzelet (1596-1647), um mestre na impressão da universidade francesa da cidade Pont-à-Mousson, em 1624.

De acordo com a análise de A. Heeffer, esse livro reunia duas tradições: aritmética mercantil e magia natural. Era composto de vários problemas recreativos, cujas origens poderiam ser rastreadas desde a Babilônia até fontes gregas e hindus. Os problemas de Aritmética e Análise Combinatória teriam sido copiados de Claude G. Bachet (1581-1638), os problemas práticos sobre Geometria de Jean Errard (1554-1610) e os problemas sobre perspectiva, dispositivos mecânicos e princípios de Salomon de Caus (1576-1626). Vários problemas teriam sido indicados por Alexis de Piemont do clássico livro de Girolamo Ruscelli (1504-1566). O livro foi importante no início do século XVII aos filósofos, como Descartes, Mersenne e Leibniz.¹⁶

¹⁵ Albrecht Heeffer é pós-doutorado em História e Filosofia da Ciência e autor de “*Récréations Mathématiques (1624): A Study on its Authorship, Sources and Influence*”.

¹⁶ Heeffer, “*Récréations Mathématiques (1624) A Study on its Authorship, Sources and Influence*”, p.1.

A Matemática recreativa também apresenta características dos livros de segredos e nesse caso, fontes e conceitos específicos teriam que ser estudados. Entretanto, não é esse o objetivo deste nosso trabalho.¹⁷

A obra “Recreações Matemáticas ou uma Coleção de muitos Problemas, extraída dos filósofos antigos e modernos, como segredos e experiências na Aritmética, Geometria, Cosmografia, Astronomia, Navegação, Música, Ótica, Arquitetura, Estática, Mecânica, Química, etc...” é uma coletânea de diversos tipos de experimentos que desafiam e deleitam a mente com o objetivo de tornar agradável o estudo e o aprendizado sobre tais ciências¹⁸. A idéia do experimento nesse texto é entendida como meio para comprovação de teorias.¹⁹

Foi escrito inicialmente em grego e em latim, posteriormente compilado em francês por Henry Van Etten (pseudônimo de Jean Leurechon), e em inglês com a verificação e argumentação de diversos matemáticos da época. Na versão inglesa, traduzida do francês e complementada por W. Oughtred, aparecem também como apêndices os procedimentos para o uso de *Horizontal Dial* e *Horological Ring*.²⁰

¹⁷ Sobre os livros de segredos, vide A. M. Alfonso-Goldfarb, Livro do Tesouro de Alexandre, p.91-‘09;W. Eamon, Science and the Secrets of Nature p.3-12; A. M. Alfonso-Goldfarb, Cesima Ano 10.

¹⁸ Van Etten, Mathematicall Recreations, tradução para o inglês de W. Oughtred, p.1-5.

¹⁹ Para melhor informação sobre esse conceito, ver A. M. Alfonso-Goldfarb, M.H.R. Beltran, orgs. *O saber fazer e seus muitos saberes: experimentos, experiências e experimentações*.

²⁰ No levantamento junto à COPAC, verificamos que na edição de 1633 de *Mathematicall Recreations* é explícita a autoria da tradução para o inglês efetuada por W. Oughtred, embora essa informação seja omitida na edição seguinte (1653).



Figura 2 – Frontispício do livro *Mathematicall Recreations*

Analisando os problemas aritméticos apresentados nessa obra pudemos observar que estes estão divididos em dois tipos: aqueles que envolvem a manipulação do objeto, sem requerer praticamente nenhuma habilidade matemática e aqueles que envolvem cálculos simples.

O texto contém 286 páginas com a seguinte distribuição dos experimentos²¹:

²¹ Van Etten, *Mathematicall Recreations*, tradução para o inglês de W. Oughtred, p.1-5.

Aritmética	Geometria	Cosmografia	Horologigrafia
45	31	13	7
Astronomia	Navegação	Música	Ótica
5	5	3	27
Arquitetura	Estática	Mecânica	Química
3	11	15	8
Hidráulica	Fogos de Artifício		
11	14		

O autor esclarece cinco proposições usadas para a composição do texto²²:

- em primeiro lugar, as demonstrações não são especulativas (em todos os problemas apresentados), porque mostram claramente qual é o plano e a intenção, esclarecendo tanto os alunos que já conhecem a Matemática, como aqueles que não a conhecem;

- em segundo lugar, dar mérito maior à prática das coisas, para que a resolução dos conflitos mostre a habilidade na destreza da ação, ocultando os meios e mudando frequentemente a direção;

- em terceiro lugar, um cuidado muito grande para não iludir o aluno, mostrando, quando necessário, que a causa da ignorância não está nos princípios matemáticos, mas na maneira errônea da utilização da mesma;

- em quarto lugar, determinadas proposições de Aritmética têm as suas respostas como o autor desta publicação as encontrou nos diversos livros que utilizou e que é possível que algum estudioso (professor ou não) encontre o seu original e também a sua maneira de resolução;

²² Van Etten, *Mathematicall Recreations*, tradução para o inglês de W. Oughtred., p.1-5.

- em quinto lugar, pelo número de problemas e suas dependências, que são muitos e misturados, o autor propõe a inclusão de uma tabela, de acordo com a sua imaginação e preferência, pois o objetivo para cada estudioso deverá ser encontrar um final menor que o início.

Ao leitor, o autor mostrou que para aquele que procurasse atentamente o conhecimento através das conclusões das proposições chegaria à conclusão de que o ponto de realização era agradável, saudável e raro, além de recriar o espírito.

Em relação à organização do texto, nas páginas iniciais encontram-se índices por Artes, uma tabela de conteúdos e pontos principais contidos nesse livro, informações ao leitor sobre o objetivo e modo de apresentação dos problemas.

Sobre a elaboração do texto nos experimentos em Aritmética, identificamos a simplicidade na proposição de problemas em forma de desafio, como por exemplo, “ENCONTRAR O NÚMERO QUE PENSEI” e na seqüência de atividades propostas, utilizando as quatro operações fundamentais da Aritmética (adição, subtração, multiplicação e divisão,) para obter o resultado. É dado um exemplo explicativo, para ser executado pelo aluno, passo a passo.²³

Após a primeira proposição, outras proposições, com pequenas variações em seu enunciado, são feitas para que o procedimento para a resolução desse tipo de problema seja fixado.

Proposições mais elaboradas e mais complexas também são encontradas nos problemas envolvendo a Aritmética, e na maioria dos casos há a sugestão

²³ Van Etten, Mathematicall Recreations, tradução para o inglês de W. Oughtred p.1-5.

do modo de proceder para a obtenção do resultado esperado. Os experimentos citados a seguir se referem a esses casos, como os do tabuleiro de xadrez (que solicita a quantidade de grãos requerida para colocar um grão no primeiro quadrado, dois no segundo, quatro no terceiro, e assim por diante para os 64 quadrados) e testes padrões e curiosidades aritméticas e algébricas do número (um número que é igual a n-ésima potência da soma de seus dígitos : $81 = (8 + 1)^2 = 9^2$. Identificamos também nessa análise, alguns agrupamentos de números, que quando operados por processos comuns da Aritmética revelam testes padrões notáveis, contendo recursos para passatempos agradáveis.²⁴

As seqüências a seguir mostram esses agrupamentos de números, que guardam alguns padrões interessantes :

$1 \times 8 + 1 = 9$	$3 \times 37 = 111$	$(1)^2 = 1$
$12 \times 8 + 2 = 98$	$6 \times 37 = 222$	$(11)^2 = 121$
$123 \times 8 + 3 = 987$	$9 \times 37 = 333$	$(111)^2 = 12321$
$1234 \times 8 + 4 = 9876$	$12 \times 37 = 444$	$(1111)^2 = 1234321$
etc.	etc.	etc.

Outro exemplo de entretenimento usando agrupamento de números pode ser elaborado por um método fácil de formar uma série como esta: começar com uma simples igualdade, $1 + 5 = 2 + 4$ e acrescentar, por exemplo, 5 para cada termo: $6 + 10 = 7 + 9$. Uma segunda série pode ser obtida pela troca de valores dos lados da igualdade, combinando-os como segue:

²⁴ Van Etten, *Mathematicall Recreations*, tradução para o inglês de W. Oughtred, p.16-213.

$$1^n + 5^n + 7^n + 9^n = 2^n + 4^n + 6^n + 10^n \quad (\text{para } n=1 \text{ ou } 2);$$

adicionando-se 10 a cada termo, pode-se obter uma terceira série:

$$11^n + 15^n + 17^n + 19^n = 12^n + 14^n + 16^n + 20^n \quad (\text{para } n=1 \text{ ou } 2);$$

e assim, pode-se continuar a criar outras séries, com novas combinações de valores.

Há também enunciados em Aritmética com mais de um experimento, a maioria das proposições não tem resposta para conferência dos resultados, mas aparecem, em alguns casos, problemas acompanhados da forma completa de resolução.

Assim identificamos algumas propostas de problemas interessantes da Aritmética, como esse enunciado a seguir:

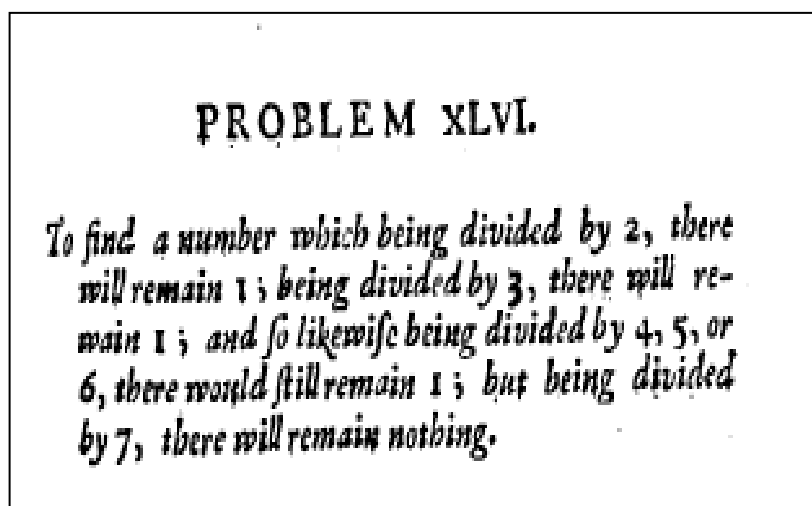


Figura 3 - Ilustração do problema

“Encontrar um número que, se dividido por 2 tem resto 1, se dividido por 3 tem resto 1, se dividido por 4, 5 ou 6 também tem resto 1, mas se dividido por 7, tem resto 0 (zero).”²⁵

A solução apresentada é bastante simples: deve ser efetuado o produto entre 2, 3, 4, 5 e 6 e somar 1 ao resultado. O número procurado é 721.²⁶

Outros problemas semelhantes a este são propostos com a finalidade de consolidar um procedimento a adotar para solucionar o problema.

Há também questões com curiosidades como esta: “Como partir uma maçã em 2, 4 ou em 8 partes, sem romper a casca?”²⁷ Como solução foi apresentada a seguinte sugestão: passar uma agulha e linha sob a casca da maçã num determinado ponto e em seguida efetuar incisões com a mesma diversas vezes ao redor da fruta até chegar ao local onde começou. Tirar a linha delicadamente e partir a maçã em tantas partes quanto achar conveniente e assim as peças da fruta podem ser tiradas a partir da casca e o restante.²⁸ Não há neste problema, qualquer relação com cálculo (aritmético, geométrico) porém pode-se considerar uma atividade recreativa durante o desenvolver do ensino.

Entre as curiosidades apresentadas no texto *Mathematicall Recreations*, temos um item que dispõem sobre as propriedades de alguns números. De acordo com o autor, que ora revela o processo completo de desenvolvimento da solução e ora faz apenas indicações para o aluno pensar na solução:

a) primeira propriedade: um número pode ser decomposto na soma de outros dois números cujo valor é a metade desse número. Nessa igualdade,

²⁵ Van Etten, *Mathematicall Recreations*, tradução para o inglês de W. Oughtred ,p.71

²⁶ *Ibid.*, p.71

²⁷ *Ibid.*, p.33

²⁸ *Ibid.*, p.33

aumentando-se uma unidade de um deles e diminuindo uma unidade do outro, mantemos o valor do número inicial. Exemplo:

$$14 = 7 + 7 = 8 + 6 = 9 + 5 = 10 + 4 = 11 + 3 = 12 + 2 = 13 + 1$$

b) segunda propriedade: o número 2 tem uma propriedade peculiar, é o único número inteiro cuja soma e produto são iguais (igual valor). Para os números fracionários há infinitos pares (como o *Clavis Mathematicae* mostra no problema 36 do nono livro de Euclides).²⁹

c) terceira propriedade: os números 5 e 6 são chamados números redondos, pois determinam um círculo em torno do ponto de onde ele começa: esses números multiplicados por eles mesmos, sempre terminam em 5 e 6 (como $5 \times 5 = 25$, e se novamente multiplicado por 5 faz 125, e $6 \times 6 = 36$, e se novamente multiplicado por 6 obtém 216, e assim por diante.).

d) quarta propriedade: o número 6 é o que aritméticos chamavam de número perfeito, porque as suas partes somadas são iguais a ele, ou seja, como 1 é a sexta parte de 6, 2 a terceira parte de 6, 3 a metade de 6 e a soma $1 + 2 + 3 = 6$.

Outros números como 28, 386, 8128, 120816 também essa propriedade, porém se considerarmos o intervalo entre 1 e 1.000.000.000.000 há apenas 10 números perfeitos.

e) quinta propriedade: o número 11 quando multiplicado por 2,4,5,6,7,8, ou 9, vai resultar em um número que começa e termina com números como os seus multiplicadores. Então, se 11 for multiplicado por 5 faz 55, se multiplicado por 8, que faz 88, e assim por diante.

²⁹ Van Etten, *Mathematicall Recreations*, tradução para o inglês de W. Oughtred, p.91.

f) sexta propriedade: os números 220 e 284 são desiguais, embora a soma das partes de deles sempre igualar ao outro número. Assim os divisores de 220 que são 110, 55, 44, 22, 20, 11, 10, 5, 4, 2, 1, quando somados dão 284 e os de 284 que são 142, 71, 4, 2, 1, somam 220, uma coisa rara de encontrar em outros números.

g) sétima propriedade: os números 3,4,5 (descoberto por Pitágoras) têm uma excelente propriedade na tomada de triângulos retângulos: em que o quadrado da hipotenusa em qualquer triângulo retângulo, é igual ao quadrado dos outros dois lados (fundamentado por Euclides, em seu primeiro livro).³⁰

Neste último problema, sobre a propriedade de alguns números, verificamos que o uso desse tipo de informação indica formas de incentivo à curiosidade e recurso motivacional. Não representam casos gerais para o estabelecimento de regras de ação.

Uma outra observação que pode ser feita em relação ao formato do texto é a presença de ilustrações (desenhos, gráficos) utilizados para identificar e dar ênfase aos pontos de análise para o problema apresentado.

³⁰ Van Etten, Mathematicall Recreations, tradução para o ingles por W. Oughtred, p.91-95.

Mathematicall Recreation. 27

PROBLEM XII.

To make three Knives hang and move upon the point of a Needle.

FIt the three *Knives* in form of a *Ballance*, and holding a *Needle* in your hand, and place the back of that *Knife* which lyes cross-wise to the other two, upon the point of the *Needle*: as the figure here sheweth you; for then in blowing softly upon them, they will easily turne and move upon the point of the *Needle* without falling.

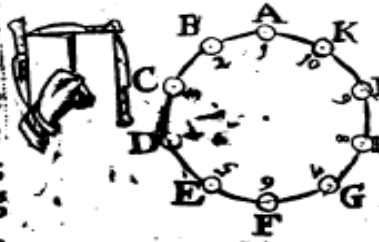


Figura 4 – Ilustração de uma problema.

Efetamos um levantamento dos exemplares existentes de *Mathematicall Recreations*, que contém os apêndices de William Oughtred, nas diversas bibliotecas inglesas através da COPAC *Main Search* (University of Manchester) e verificamos a existência de 40 exemplares, dos quais 5 impressões estão em francês ou inglês e os demais somente em inglês. A primeira impressão ocorreu em 1633 em Londres pelo editor T. Cotes for R. Hawkins e a última em 1674 em Londres, pelo editor William Leake and John Leake. A relação analítica do levantamento se encontra no Adendo 2.

Análise das edições do texto *Mathematicall Recreations*

Ano de Publicação	Qtde de exemplares
1633	18
1653	08
1674	14
Total	40

A seguir, representamos graficamente o levantamento:

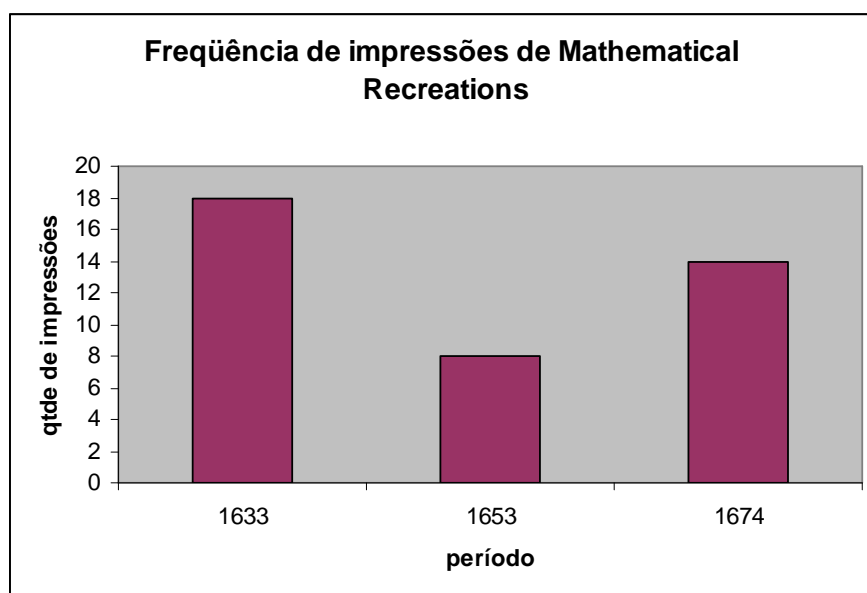


Gráfico 2 – Frequência de impressões de *Mathematicall Recreations*

Ao compararmos o total de edições do *Clavis Mathematica* no período de 1633 e 1674, verificamos ser coincidente a quantidade de impressões do *Mathematicall Recreations*, num total de 40, mostrando a possibilidade do uso desse material para consolidar os ensinamentos na Aritmética, Geometria, Física, Química, etc.

O texto *Mathematicall Recreations*, como comentamos anteriormente, contém os apêndices elaborados por William Oughtred relativos à descrição e ao

uso de instrumentos para medidas como o *Horizontal Dial* e o *Horological Ring* de sua autoria e incluídos com a finalidade de divulgação dos instrumentos.

Entretanto, W. Oughtred também foi o inventor da régua de cálculo, porém a publicação da descrição do instrumento e as instruções para o uso da mesma foram efetuadas por seu discípulo William Foster.

No próximo capítulo deste trabalho, vamos explorar alguns aspectos da obra de Oughtred, em relação aos instrumentos de precisão.

CAPÍTULO 2

Os instrumentos de precisão de W. Oughtred

2.1. Introdução

A recepção positiva do *Clavis Mathematicae* dentro da comunidade científica motivou W. Oughtred a escrever outros livros sobre Matemática. Além disso, encontramos textos contendo a descrição de instrumentos como o relógio de sol e um tipo de régua de cálculo circular, que operava como a régua de cálculo linear e foi construído usando anéis concêntricos. Outros documentos abrangiam assuntos como os métodos de cálculo da posição do sol e a arte do relojoeiro.

A régua de cálculo projetada por W. Oughtred baseava-se em escalas logarítmicas, como será visto a seguir.

2.1. Logaritmos e instrumentos de cálculo no século XVII.

A necessidade de se trabalhar com números grandes, sobretudo na Astronomia contribuiu para o desenvolvimento dos logaritmos. Atribui-se esse conhecimento a John Napier³¹ (1550-1617), Baron de Merchiston, na Escócia, em 1614.

O estudo dos logaritmos teve início em 1588, quando J. Napier procurava uma relação sistemática de correspondência entre as progressões aritméticas e as progressões geométricas. Graças a esse estudo, ele pôde perceber o mecanismo operacional que estava por trás dessas séries. Isso seria de extrema importância para o Cálculo Diferencial, que surgiria tempos depois. Após a formalização da técnica logarítmica, J. Napier passou a trabalhar na construção de tábuas logarítmicas, que seriam publicadas 25 anos mais tarde. Ele criou tábuas para multiplicação dispostas de maneira a facilitar o cálculo. Com isso, multiplicações poderiam ser realizadas como simples adições³².

Trabalhando com o objetivo de obter uma técnica para atender à demanda da época, como as multiplicações que envolviam senos (utilizando as tábuas trigonométricas já existentes para facilitar o cálculo para os astrônomos e navegadores), J. Napier verificou que o seu estudo englobava a simplificação de outras operações através da aplicação dos logaritmos para números em geral. Das obras de J. Napier sobre logaritmos podemos citar “*Rabdologiae*” (1617), obra na qual o autor descreveu a utilização de bastões móveis para efetuar somas de produtos parciais, “*Mirifici Logarithmorum Canonis Constructio*” (1619)

³¹ Baron, “NAPIER, JOHN”, in C. C. Gillispie, org., *Dictionary of Scientific Biography*, Vols. 9-10, p. 609-13.

³² Ricieri, A Construção do Cálculo, p.37.

composto por tratados de logaritmos e processos para construção de tábua logarítmica e “*Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio*” (1614), onde foi apresentando as tábuas de cálculos. Estas obras seriam posteriormente usadas por Kepler na formulação da terceira lei dos movimentos dos planetas³³. J. Napier também utilizou expressões exponenciais para funções trigonométricas e foi considerado o primeiro a popularizar o uso do ponto decimal para separar o número inteiro da parte fracionária de um número.³⁴

Henry Briggs (1561-1631), professor de geometria do Colégio Gresham em Londres ficou tão impressionado com a notícia das tabelas de J. Napier que resolveu ir à Escócia para se encontrar com o grande inventor e nesse encontro propôs duas modificações para tornar as tabelas mais convenientes: fazer o logaritmo de 1 igual a zero, no lugar de (10^{-7}) e estabelecer o logaritmo de 10 igual a uma potência apropriada de 10. Em outras palavras, se um número positivo N for escrito como $N = 10^L$, então L é o logaritmo de N , escrito como $\log_{10} N$ ou, simplesmente $\log N$. E assim apareceu o conceito de base. J. Napier concordou com tais sugestões e H. Briggs elaborou novas tabelas, publicando seus resultados em 1624 sob o título *Arithmetica logarithmica*.³⁵

O termo *logaritmo* foi criado por J. Napier e significava *logos* (razão) e *arithmos* (número), e também sugeria a idéia do “número proporcional”.

O uso dos logaritmos foi imediatamente adotado tanto na Inglaterra quanto no continente europeu. E somente em 1620, uma segunda versão funcionou como um princípio à invenção da régua de cálculo. Nesse ano, Edmund Gunter (1581-1626), professor de astronomia na faculdade de Gresham, Londres,

³³ Moreno, *História de los Logaritmos*, p.5

³⁴ Maor, *e: A história de um número*, p.28.

³⁵ *Ibid*, pp.21-27.

projetou a “linha logarítmica dos números,” que nada mais era do que linha reta, com os dígitos 1, 2, 3,.....,10, arranjados de uma extremidade à outra, de tal modo que as distâncias ao longo da linha não eram proporcionais aos números, mas aos logaritmos desses números. E. Gunter montou esta linha, junto com outras linhas que davam o ritmo às funções trigonométricas, sobre uma régua ou escala, chamada “escala Gunter”.

E. Gunter descreveu a “linha logarítmica dos números” em seu *Canon Triangulorum*, (Londres - 1620). Mas esta escala, como inventada por E. Gunter, não apresentava nenhuma peça deslizante. Mesmo assim, podemos inferir que E. Gunter desenvolveu o princípio da régua de cálculo. No lugar de uma conexão de deslizamento, ele usou um par de compassos. Porém, a confusão prevaleceu a respeito da distinção entre a linha de E. Gunter e a régua de cálculo. F.Stone³⁶, em ambas as edições de seu dicionário *New Mathematical Dictionary*³⁷, (Londres-1726, 1743), descreve a linha de E. Gunter como segue:

“São apenas os logaritmos colocados em cima de linhas retas; e seu uso é efetuado executando operações de Aritmética, por meio de um par dos compassos”.

Em um outro item de seu dicionário diz:

“as régua deslizando, ou as escalas, são instrumentos a serem usados sem compassos, para calibrar, para medir, etc., tendo suas linhas preparadas para

³⁶ Cajori, *History of the Logarithmic Slide Rule*, p.6.

³⁷ *New Mathematical Dictionary*, London: Printed for W. Innys, T. Woodward, T. Longman, and M. Senex, 1743.

responder a proporções para inspeção e é aplicada muito engenhosamente por Gunter, Partridge, por Cogshall, por Everard, por Hunt e por outros.”³⁸

Edmund Gunter e Henry Briggs trabalharam juntos no Gresham College até 1620 e fizeram grandes contribuições para a ciência da navegação, através do uso de logaritmos. Essas contribuições foram relativas às aplicações dos logaritmos dos números por H. Briggs através da composição de tábuas logarítmicas (com logaritmos de base 10 de todos os inteiros de 1 a 20000 e de 90000 a 100000, com precisão de quatorze decimais) e das funções trigonométricas por E. Gunter, que introduziu os conceitos de cosseno, cotangente e cossecante para os ângulos complementares de seno, tangente e secante.

O livro mais importante de E.Gunter foi a sua *Description and Use of the Sector*, que foi publicado na Inglaterra em 1623. Um *Sector* (instrumento para medir e desenhar ângulos) era um instrumento matemático que consistia em duas réguas articuladas sobre as quais eram gravadas escalas. Essas escalas permitiam que várias questões trigonométricas fossem resolvidas usando a propriedade de semelhança entre triângulos³⁹.

Logo após a invenção do instrumento *Sector* de E. Gunter em 1624, Edmund Wingate (1593-1656) promoveu sua divulgação junto a destacados matemáticos, então residentes em Paris.

³⁸ www.mathpages.com/rr/s8-01/8-01.htm (Max Caspar) *Reflections on Relativity*, texto *Kepler, Napier and The Third Law*, p.505.

³⁹ Segundo Charles H. Cotter. Edmund Gunter (1581-1626). *Journal of Navigation*, 34(3):363–367, 1981, esse texto foi considerado como “o mais importante trabalho publicado sobre ciência da navegação no século XVII”.

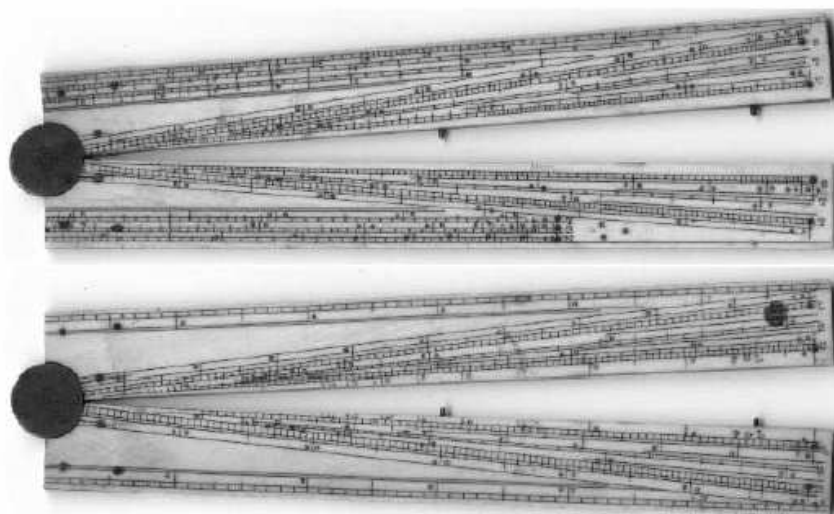


Figura 6 - Sector

E. Wingate publicou um livro sobre o assunto em Paris, cujo título completo foi *L' Usage de la Reigle de Proportion en Arithmetique & Geometric. Par Edmond Wingate. Gentil-homme Anglois.*⁴⁰ Nesse livro ele ensinava a utilização das réguas de E. Gunter e os logarítmos de H. Briggs e ainda continha as tabelas de logarítmos, senos e tangentes copiados de E. Gunter. Embora as edições em língua inglesa desse livro de 1623 e de 1628 fossem desprovidas de interesse, as de 1645 e 1658 continham uma importante inovação⁴¹. Como declarado no prefácio, os motivos que justificariam a não utilização da régua de proporção seriam:

- dificuldade de se desenhar as linhas com exatidão;
- dificuldade de se trabalhar por causa da dimensão dos

⁴⁰ Cajori, "On the History of Gunter's Scale and Slide Rule", *University of California Publications*, (vol. 1, n.9) p.188.

⁴¹ A página título da edição de 1658 continha:

The Use of the Rule of Proportion in Arithmetick & Geometric . First published at Paris in the French tongue, and dedicated to Monsieur, the then king s onely Brother (now Duke of Orleance). By Edm. Wingate, an English Gent. And now translated into English by the Author. Whereinto is now also inserted the Construction of the same Rule, & a farther use thereof . . . 2nd edition enlarged and amended. London, 1658.

compassos;

- o fato do instrumento não ser facilmente portátil.

O simples esboço do instrumento de E. Wingate nas edições de 1645 e 1658 tinha cerca de 66 cm (26,5 polegadas) de comprimento e continha cinco linhas paralelas com duas escalas em cada uma, aprimorando o modelo de E. Gunter que tinha apenas quatro linhas e uma única escala em cada uma dessas linhas (*Gunter's Line*). A edição 1645 mostrava que o instrumento fora feito em bronze por Elias Allen, e em madeira por John Thompson e Anthony Thompson em Hosier Lane.

Uma análise às obras de E. Wingate faz menção a um livreto, onde ele mostra a construção e o uso da linha da proporção, em Londres em 1628. Esse livreto contém a descrição de uma escala dupla que foi denominada de linha de proporção, para a qual o próprio E. Wingate diz que poderia ser considerada uma régua. Para verificar os fatos foi efetuada uma análise cuidadosa desse documento pelos estudiosos da régua de cálculo e apurou-se que era meramente uma escala tabular em que os números eram indicados por espaços em um lado de uma linha reta, e no outro lado da linha havia os espaços que indicavam as mantissas dos logaritmos comuns daqueles números. Nessa escala poder-se-ia ler o logaritmo de um número dado, ou verificar o número de um logaritmo dado. O instrumento não tinha nenhuma peça deslizante e era apenas uma escala que permitia obter os dados no lugar de uma tabela pequena de logaritmos.⁴²

Uma publicação de 1628 mencionou que E. Wingate não estava satisfeito em desenvolver dispositivos mecânicos para simplificar o cálculo, conhecidos como a escala de E. Gunter, e se esforçou em inventar suas próprias escalas. E

⁴² Cajori, *History of the Logarithmic Slide Rule*, p.9.

no seu livro *Of Natural and Artificial Arithmetic* (Londres, 1630) incluiu realmente a descrição de uma régua de cálculo. Este trabalho não está no museu britânico, mas Favaro, tendo examinando o livro, comentou:

“Wingate, que era instrumental, trouxe ao público uma descoberta de E. Gunter e tornou conhecida a aritmética logarítmica na França, especialmente para dispensar com o uso dos compassos, arranjou as divisões logarítmicas em duas régua, que fez deslizar uma ao longo da outra, e desenvolveu então com todos os detalhes de sua proposta”.⁴³

Embora E. Wingate não tenha publicado sobre a régua de cálculo em 1624, ou em 1626, ou em 1628, e sua descrição do instrumento aparecer somente em 1630, isso não o priva da prioridade da invenção, porque o seu concorrente para esta honra era W. Oughtred, cujo relato das invenções não foi publicado até 1632.

De acordo com William Leybourn (1626-1716), no prefácio de seu *The Line of Proportion or Numbers* (Londres, 1673), a *Gunter's Line* tinha sido tratada por várias pessoas e aplicada em diversos usos e que o acréscimo feito por E. Wingate (em linhas e em escalas) permitiu que fossem realizadas aplicações mais complexas como a extração de raízes quadradas e cúbicas⁴⁴.

⁴³ Antonio Favaro (1847-1922) tendo realizado os seus estudos em matemática na Universidade de Pádua em 1866, foi para Turim, onde se especializou como engenheiro na Scuola d'Applicazione (Escola Politécnica Superior) em 1869. Em 1872, ele foi nomeado como professor da Universidade de Pádua. Por cinquenta anos, ele ensinou estatística gráfica. Também fez cursos de Cálculo Infinitesimal e Geometria projetiva e desde 1878 ensinou História da Matemática. Florian Cajori, *History of the Logarithmic Slide Rule*, p.9.

⁴⁴ Cajori, “On the History of Gunter's Scale and Slide Rule”, *University of California Publications*, (vol. 1, n.9), p.189.

2.2. A invenção da régua de cálculo (*slide rule*): uma disputa de autoria.

O sistema de logarítmos de J. Napier tornou possível a concepção da régua de cálculos⁴⁵.

Em 1622, William Oughtred, de Cambridge, inventou uma régua circular, combinando duas réguas de E. Gunter e montou um dispositivo que é reconhecido como a moderna régua de cálculo (conhecida como de deslizamento). Tal como o seu contemporâneo em Cambridge, Isaac Newton, W. Oughtred ensinou suas idéias a seus alunos, mas demorou em publicá-las, e então se envolveu em uma controvérsia sobre prioridade, com um de seus estudantes, Richard Delamain (1600-1644).

O conflito começou sobre a primazia da invenção do *Double Horizontal Dial*, uma espécie de relógio do sol, e os Círculos de Proporção, um dispositivo de cálculo logarítmico que pode ser considerado como um tipo de régua de cálculo, e terminou em uma disputa sobre o que se constituiu a boa prática matemática. W. Oughtred acusou R. Delamain de tornar seus alunos "apenas usuários de truques, e como ele foi um impostor"⁴⁶ por ensiná-los a utilizar instrumentos sem qualquer conhecimento teórico.

Segundo W. Oughtred os instrumentos só poderiam ser utilizados com compreensão pelos estudantes que tinham uma boa fundamentação teórica. Ele defendia a idéia de que a utilização dos instrumentos para cálculo só deveria ocorrer depois que as bases teóricas de um assunto tivessem sido completamente dominadas. R. Delamain, por outro lado, optava por ensinar a prática instrumental, sem insistir sobre um embasamento teórico. As dificuldades

⁴⁵ Cajori, *History of the Logarithmic Slide Rule*, p.5.

⁴⁶ Hill, ““Juglers or Schollers?” : negotiating the role of a mathematical practitioner”, BJHS, (1998, 31), p. 253.

começaram quando William Foster publicou a tradução em inglês de “*The Circles of Proportion and the Horizontal Instrument*”, escrito em Latim em 1632 por W. Oughtred, e tratava sobre o instrumento horizontal.⁴⁷ Foster (também discípulo de W. Oughtred), induziu indiretamente que R. Delamain se apressasse na impressão do texto *Grammelogia* (que mostrava o modo de uso do instrumento de cálculo horizontal), em 1630, antes da divulgação da tradução da obra de W. Oughtred. R. Delamain fez a sua defesa e reivindicou a prioridade sobre o invento. fez a sua defesa na segunda edição da tradução de sua obra elaborada por Foster.

A disputa entre W. Oughtred e R. Delamain serviu para mostrar a quebra do consenso sobre fronteiras internas da matemática, a retórica e as estratégias envolvidas na tentativa de ganhar autoridade pelos matemáticos profissionais e a medida da negociação dos papéis com outros profissionais como os seus usuários e estudantes.⁴⁸

Entretanto, conforme outros estudos, W. Oughtred seria o inventor da régua de cálculo retilinear e o primeiro a propor o tipo circular. Segundo De Morgan, W. Oughtred mostrara suas notas e instrumentos a seu aluno, William Forster, professor de matemática em Londres, que obteve seu consentimento para traduzir e publicar a descrição dos instrumentos, e os direitos para usá-los.⁴⁹ Isto foi feito em um trabalho que traz o título *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrument* (Londres, 1632). Dessa maneira, todas as questões na Aritmética, Geometria, Astronomia e Navegação que dependessem de proporções simples e compostas poderiam ser resolvidas com pouco esforço. Em

⁴⁷ Hill, “ “Juglers or Schollers?” : negotiating the role of a mathematical practitioner”, BJHS, (1998, 31), p. 253.

⁴⁸ *Ibid.*, p.253-257.

⁴⁹ Cajori, History of the Logarithmic Slide Rule, p.7.

1633 foi adicionado a essa publicação um apêndice com o título *The Declaration of the Two Rulers for Calculation*.⁵⁰ Assim, as idéias de W. Oughtred foram publicadas nas obras do seu aluno William Forster, de 1632 a 1653.

Richard Delamain, professor de matemática em Londres foi acompanhado por W. Oughtred em seus estudos. Em 1630, R. Delamain publicou a *Grammologia*, um panfleto descrevendo uma régua circular e seu uso. Em 1631, ele publicou um outro documento relativo ao *Horizontall Quadrant*⁵¹.

A questão da autoria na invenção da régua de cálculo teve um processo bastante controverso entre aquele que primeiro publicou sobre o assunto e aquele que primeiro a utilizou em seus ensinamentos. É difícil determinar definitivamente que publicação foi feita primeiro, pois uma cita a outra. O que é mais provável é que as duas publicações contenham argumentos que foram anteriormente discutidos entre os antagonistas informalmente ou em correspondências. Outra característica do problema também provém da dúvida do que era uma régua de cálculo.

Assim, diversos autores foram citados e depois contestados em função do conceito que envolve esse instrumento e do período em que esses fatos emergiram. Para os que condicionaram a definição de uma régua de cálculo considerando o deslizamento de duas peças de madeira (ou de outro material), foram considerados como possíveis inventores três estudiosos: Richard Delamain, William Oughtred e Edmund Wingate.

Richard Delamain foi o primeiro a produzir um exemplar escrito para o público e até conseguiu obter uma patente sobre o instrumento criado e esse fator

⁵⁰ *Ibid.*, p.10.

⁵¹ Hill, ““Juglers or Schollers?” : negotiating the role of a mathematical practitioner”, BJHS, (1998, 31), p. 253.

seria suficiente para que lhe fosse atribuída a invenção.⁵² Entretanto, R. Delamain fora aluno de William Oughtred e quando comentou sobre seu trabalho, W. Oughtred e outros alunos protestaram imediatamente contra suas reivindicações, pois ele conhecera um instrumento semelhante com o seu professor.

A invenção da régua de cálculo fora também atribuída a Edmund Gunter, Seth Partridge e a outros, porém a pesquisa e análise efetuadas pelo professor Antonio Favaro⁵³, permitiu estabelecer que o primeiro inventor fosse William Oughtred, embora não tenha sido o primeiro a publicar sobre o assunto. Verificou-se que W. Oughtred inventou as régulas por volta de 1622 e as descrições dos seus instrumentos só foram impressas entre 1632 e 1633.

Dos documentos que fizeram parte de nosso estudo, o texto *The Circles of Proportion and The Horizontal Instrument* é aquele que reúne a maioria das informações sobre uso e composição do instrumento que é considerado o protótipo da régua de cálculo. Descrevemos a seguir, a análise desse texto, destacando os seus principais itens.⁵⁴

⁵² Hopp, *Slide Rules: Their History, Models, and Makers*. Astragal Press, 1999, pag.11.

⁵³ Cajori, *History of the Logarithmic Slide Rule*, Addenda1, p.68.

⁵⁴ Realizamos a tradução do texto *The New Artificial Gauging Line or Rod*, uma versão inicial e a apresentamos como parte integrante no Anexo 4. Pretendemos dar continuidade a elaboração dessa tradução e ao seu estudo em trabalho futuro.

2.3. The Circles of Proportion and The Horizontal Instrument

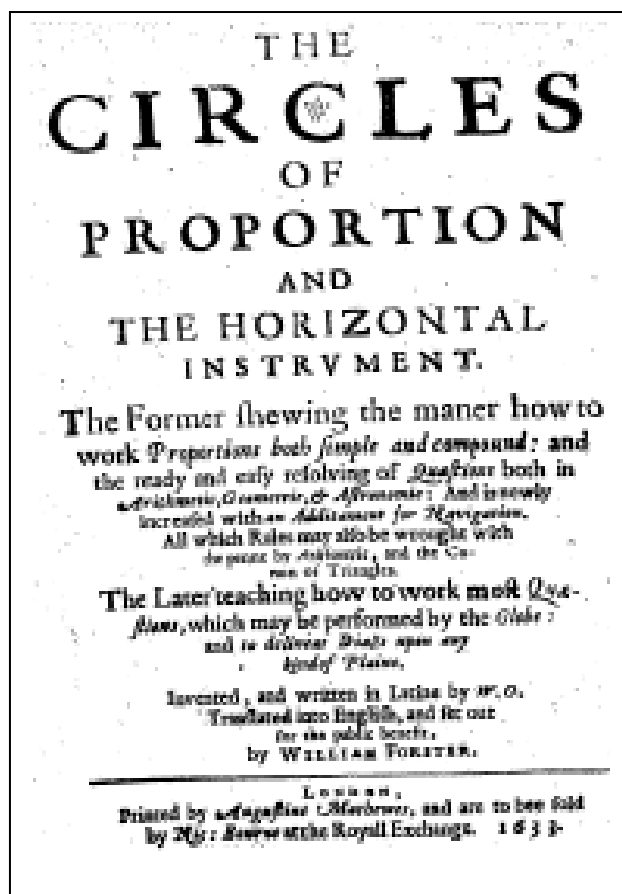


Figura 7 – The Circles of Proportion and The Horizontal Instrument.

Como já visto, em 1620, E. Gunter construiu uma tabela logarítmica com a qual era possível multiplicar ou dividir números, utilizando-se de um compasso⁵⁵.

William Oughtred, em 1622 ampliou a idéia da tabela logarítmica de E. Gunter, substituindo o compasso por duas tabelas logarítmicas, das quais uma deslizava sobre a outra. W. Oughtred descreveu sua régua de cálculo logarítmica no documento *The New Artificial Gauging Line or Rod e Circles of Proportion and*

⁵⁵ Cajori, *History of the Logarithmic Slide Rule*, p.6.

The Horizontal Instrument em 1632, no qual defendeu o importante papel da teoria e dos instrumentos do ensino da Matemática. Nessa obra, descreveu dois instrumentos, sendo o primeiro um tipo de relógio do sol e o segundo, com uma explicação mais detalhada, os Círculos de Proporção. Um exemplar desse último pode ser encontrado no Oxford Museum of Science.

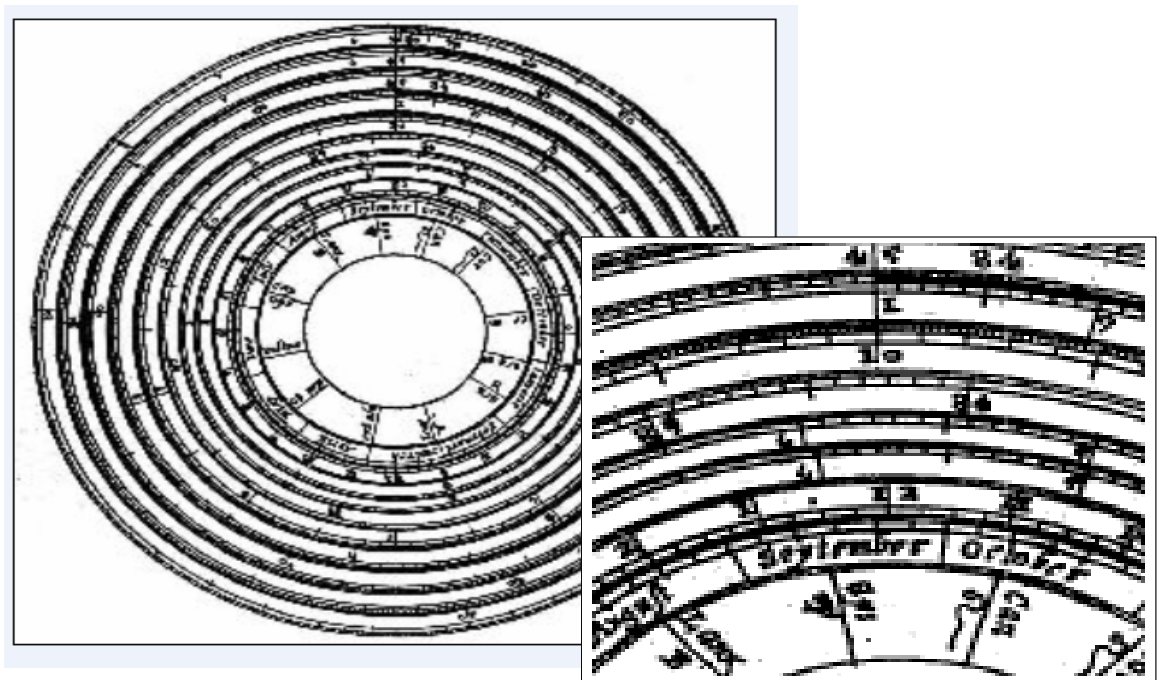


Figura 8 – *Circles of Proportion*

Era um grande disco de latão gravado com uma série de circunferências concêntricas. Dois ponteiros eram fixados no centro do disco e ficavam livres para girar. O círculo de proporção era simplesmente uma escala logarítmica circular sobre a qual um par de compassos foi colocado no plano, com um eixo no centro. No instrumento de W. Oughtred as partes móveis não eram os círculos, mas sim os ponteiros, que poderiam ser utilizados em conjunto para qualquer exploração deles ou separadamente, pela aplicação adequada de pressão. Ambos os lados

eram marcados com escalas de um lado, para os cálculos trigonométricos e para resolver as questões relacionadas com a trigonometria esférica.

O documento *The Circles of Proportion and The Horizontal Instrument* foi escrito em latim por William Oughtred, traduzido para o Inglês por William Foster e impresso em Londres por Augustine Mathewes em 1633. Uma outra edição de 1660, que foi impressa em Oxford por W. Hall para R. Davis, continha uma revisão do texto original e esta foi efetuada por A. H. Gent.

Na edição de 1633, na página de apresentação do estudo, há uma carta dedicatória (Epístola Dedicatória) de William Foster, demonstrando respeito, admiração e gratidão a William Oughtred pelos ensinamentos, dedicação e também pela construção de instrumental para auxiliar no cálculo e elaboração de notas e regras para utilização do mesmo.

Na edição de 1660, esta carta é suprimida e em seu lugar é apresentada uma informação ao leitor pelo revisor A. H. Gent, sobre as alterações dessa edição, as quais foram feitas por ele, com a anuência de Foster e que as adições das demonstrações, dos esquemas e de outras ilustrações tiveram a aprovação prévia dos mesmos.

Este documento se refere à descrição e modo de uso de um instrumento para trabalhar com proporções simples e compostas, resolver questões tanto na Aritmética, Geometria e Astronomia, assim como para a aferição de qualquer tipo de recipiente tendo como referência o galão de vinho.⁵⁶

A obra *The Circles of Proportion and The Horizontal Instrument* é composta de 3 partes, sendo a primeira parte dedicada a:

⁵⁶ Foster, *The Circles of Proportion and The Horizontal Instrument*. Duas edições do texto (1633 e 1660) foram analisados neste trabalho.

a) descrição e utilização dos círculos de proporção – mostra o funcionamento das proporções simples e compostas para solução de questões em Aritmética, em Geometria e em Astronomia através do cálculo. Mostra os planos dos círculos da proporção, o que representa cada círculo e suas graduações e subdivisões. Assim, temos os senos no primeiro círculo (a partir do lado externo), tangentes nos segundo, terceiro, sexto e sétimo círculos, no quarto círculo os números inteiros de 1 a 9 (com subdivisões diferenciadas para valores de 1 a 5 e de 6 a 9) e também os senos e tangentes vistos sob outro ponto de referência, o quinto círculo é dos números de 0 a 9 (e cada espaço é dividido em 100 partes iguais e serve para auxiliar na multiplicação ou divisão de acordo com a necessidade)⁵⁷.

b) funcionamento da régua para proporção e também para multiplicação e divisão, com diversos exemplos de proporção – Com base no teorema. Dados três números, se o segundo divide o primeiro, e esse quociente divide o terceiro, este último quociente será a quarta proporcional para os 3 números dados” justificou-se o uso desse instrumento, e nessa operação outras conclusões podem ser consideradas: o lugar de cada número no quarto círculo significando unidades, dezenas, centenas, etc; mostrar a quarta proporcional obtida além da linha do raio; mostrar que a verdadeira distancia entre o primeiro e o segundo é a mesma entre a terceira e a quarta entre outras.⁵⁸

c) cálculo da proporção contínua ou progressão geométrica – a razão de uma progressão é o quociente do termo conseqüente dividido pelo seu antecedente. No instrumento ele é a distância entre os termos do quarto círculo

⁵⁷ Foster, *The Circles of Proportion and The Horizontal Instrument*, p.2-4.

⁵⁸ *Ibid.*, p.5-8.

pela característica do logarítmo. Permite, por exemplo, dados a razão, o número de termos e a soma da progressão, encontrar o primeiro termo da progressão.⁵⁹

d) cálculo do quadrado e cubo de números, extração de raízes quadradas e cúbicas ou de quaisquer potências dadas – se o número ou a razão for multiplicado por ele mesmo, o produto será o quadrado. E se o quadrado for multiplicado pelo mesmo número ou razão, o produto será o cubo. Por exemplo, para verificar se um número dado é um quadrado perfeito, colocar o suporte Antecedente sobre o primeiro índice, o Conseqüente sobre o número dado, então com a mesma abertura, conduzir o Antecedente para o número dado, e o conseqüente mostrará o quadrado dele.⁶⁰

e) apuração da duplicação e triplicação proporcional - baseado nos teoremas sobre a duplicação da razão para obter o quadrado do lado de um plano ou sobre os sólidos em razão triplicada, com o cubo dos lados homólogos.⁶¹

f) cálculo da medida relativa a círculos, cones, cilindros e esferas – usando os círculos da proporção e dado o diâmetro de um círculo, encontrar o comprimento da circunferência ou dada a altura do cone e o diâmetro da base, encontrar a sua superfície, entre outros.⁶²

g) cálculo da medida de planos e de volumes.

h) medição ou aferição de recipientes - resolver problemas como, dadas as medidas de diâmetro da boca do barril, da cabeça e altura do recipiente, obter a capacidade em polegadas cúbicas, ou dado o volume total de um recipiente em

⁵⁹ *Ibid*, p.11-27.

⁶⁰ *Ibid*, p.28-33.

⁶¹ *Ibid*, p.34.36.

⁶² *Ibid*, p.37-48.

polegadas cúbicas, encontrar a quantidade de galões que esse recipiente pode conter.⁶³

i) comparação de diversos metais, em relação à quantidade e peso.

j) ordenação de soldados, para qualquer tipo de formato de batalha, principalmente as retangulares – as batalhas estudadas em relação ao número de homens ou à sua formação no campo de batalha, simulando através do cálculo de proporções a quantidade de soldados por ala, a quantidade de homens necessários para uma determinada formação.⁶⁴

k) operações necessárias à Astronomia – a redução da sexagésima parte em decimal, transformação de horas em graus ou vice-versa eram as aplicações efetuadas com o uso dos círculos de proporção.⁶⁵

m) operações trigonométricas – modo de calcular as medidas sobre triângulos planos e esféricos.

n) relógios de sol.

A segunda parte do texto é um complemento para a utilização do instrumento chamado círculos de proporção para as questões marítimas, como: calcular a latitude e longitude dos locais, em geral, e para manter a descrição do tempo no mar; calcular o ângulo de inclinação com o Meridiano, em que navio faça o seu curso, cujo ângulo é comumente chamado de ponto da bússola; medir os navios ou os seus movimentos em relação a qualquer espaço de tempo; calcular o movimento do navio a vela com relação aos quatro pontos cardeais, entre outras finalidades.

⁶³ Foster, *The Circles of Proportion and The Horizontal Instrument*, p.59-66.

⁶⁴ *Ibid*, p.71-75.

⁶⁵ *Ibid*, p.76-77.

A versão de 1633 não contém esta parte do texto.

A terceira parte do estudo mostra a utilização do segundo plano do instrumento, para as questões que envolvem o globo terrestre. A parte superior do hemisfério é delineada sobre o plano do horizonte e este, estendido como o círculo mais interno da borda. O centro do instrumento é o Zenith ou ponto vertical.

São também descritos alguns usos desse instrumento, como:

1. Primeiro uso - para compreender o curso do sol, tanto para o seu movimento diurno e anual, pode ser a primeira utilização deste instrumento.
2. Segundo Uso - a tomar a altura do sol acima do horizonte.
3. Terceiro Uso - para encontrar a inclinação do sol todos os dias.

Ainda nessa terceira parte, o autor faz a descrição das réguas de cálculo, enfatiza a sua aplicação não só para o cálculo de triângulos, como também para a resolução das questões aritméticas e problemas relativos às distâncias. Apresenta exemplos diversos e até inclui o enunciado dos teoremas de apoio.⁶⁶

Com o título *“The Declaration of the Two Rulers for Calculation”* o autor apresentou a descrição do instrumento composto por réguas moldadas e dispostas de modo que tanto as aplicações para o cálculo de triângulos quanto às questões sobre Aritmética fossem resolvidas, e também possibilitando solucionar adequadamente problemas relativos às distâncias em relação ao sol e às estrelas.

⁶⁶ Foster, *The Circles of Proportion and The Horizontal Instrument*, p.241-254.

As régua eram exatamente quatro quadrados, com ângulos retos e iguais em grandeza e eram assim divididos: a transversal da extremidade superior indicava com as letras S, T, N, E os diversos lados de uma visão: a linha de raios, onde começavam as divisões.

Sobre a extremidade à esquerda de um dos lados eram definidos os graus de 0 a 33, ou acima de 30, o quanto fosse possível conter. E sobre a extremidade à direita do mesmo lado foi colocada a linha dos senos de 90 a 1 grau. Esses 33 graus tangentes eram medidos de acordo com o raio de 173205, que é a tangente do ângulo de 60 graus sobre o apoio.

Na extremidade seguinte eram colocadas duas linhas de tangentes, em que sobre a margem direita vai crescendo de 1 a 45 graus e sobre a margem esquerda vai decrescendo de 45 a 89 graus.

No terceiro lado, sobre a extremidade direita está definida a linha de números, tendo estes valores decrescentes 1,9,8,7,6,5,4,3,2,1,9,8,7,6,5, 4,3,2,1.

No quarto lado sobre a extremidade à direita há a linha com uma série de frações iguais: e na borda esquerda estão diversas cordas para a distribuição dos círculos, 10, 9,8,7,6,5,4,3,2,1, 10,9,8,7,6,5,4,3,2,1.

O suporte adicional na parte final tinha um soquete com um pino: em que se iniciou a 30 graus, e passou a 90 graus no final do próximo suporte: e que a partir de 30 a 90 graus são fixados sobre a margem direita de um dos lados desse suporte.

Em seguida, aplicando a sua transversal para o conjunto de apoio com a extremidade inferior a 90, marca os quatro lados desse apoio com a linha do raio ou unidade: em cada extremidade esquerda devia começar a única linha de senos, tangentes, e números, os mesmos que estavam na transversal (a dos senos

sendo do lado onde estão os graus), apenas a linha de tangentes e os números seriam contínuos para além da linha do raio para a final do apoio.

E no quarto lado do suporte, no meio, as divisões são duplas, atingindo a todo o comprimento do apoio e definindo a linha latitudes ou de elevações do pólo em 70 graus marcados com a letra L. Os graus de ambos os apoios e transversais e também dos senos e tangentes que podem ser divididos em 6 partes, que contêm 10 minutos uma parte, ou 10 peças contendo 6 minutos cada parte: de forma que eles possam servir também para decimais.

Assim que você tem sobre as duas réguas, as mesmas linhas que estão nos Círculos de Proporção: o que se pode fazer por esses círculos, pode também ser realizado pelas duas réguas: as réguas que tenham sido anteriormente estabelecidas para esse instrumento, também podem ser praticadas mediante estas: desde que se tenha cuidado de observar, o nível das diferentes adequações no trabalho. Não serão necessárias outras justificativas relativas a essas réguas, mas apenas mostrar o modo, a forma de utilizá-las para o cálculo de qualquer proporção dada.

Em um trabalho de proporção usando as réguas, proceda da seguinte forma: mantenha a transversal na sua mão esquerda, girar a régua para cima com a finalidade de identificar o tipo que característica do primeiro termo, se número, seno ou tangente e a partir daí procurar tanto o primeiro termo, como os demais homogêneos a ele. Em seguida, tomar os apoios na sua mão direita, em que consta a linha do quarto termo procurado na proporção. Aplicar este para o primeiro termo na transversal: e os outros termos homogêneos devem mostrar o quarto termo no suporte.

Se você multiplicar 355 por 48, quer dizer: $1 \cdot 355 :: 48 \cdot 17040$. Se na linha de números sobre o apoio você contar 355, e aplicar a mesma regra na 1ª linha de números sobre a transversal e, em seguida, o 48 sobre o transversal, então será mostrado o 17040 sobre o apoio. Mas você também pode dividir os 17040 em 48, quer dizer: $48 \cdot 1 :: 17040 \cdot 355$, efetuando o processo inverso do problema anterior.

Exemplo do uso da régua de cálculo (usando o conceito de proporções):

“Se 54 olmos da Holanda são negociados por 96 shilings, por quanto 9 olmos serão negociados?

O trabalho a ser efetuado será portanto:

$54 \text{ olmos} \cdot 96 \text{ shilings} :: 9 \text{ olmos} \cdot 16 \text{ shilings}$.

Se estiver na linha de números sobre a transversal você procura obter o primeiro termo 54 olmos, e nessa linha sobre o apoio, você busca 96 shilings e aplica um sobre o outro, então 9 olmos procurados sobre a transversal são apontados na posição de 16 shilings no suporte.”⁶⁷

No texto em inglês traduzido por William Foster, verificamos o uso da forma coloquial em sua introdução, justificando os motivos pelos quais foi elaborada a publicação de seus trabalhos através de documentos elaborados por seus alunos e admiradores e as controvérsias que ocorreram em função do uso do instrumento.

Segundo W. Oughtred, uma de suas razões para publicar um livro, é oferecer um estudo matemático onde os mistérios desta ciência possam ser

⁶⁷ Foster, *The Circles of Proportion and The Horizontal Instrument*, p.245.

revelados, dar sentido aos melhores autores da Antigüidade, como Euclides, Arquimedes e outros e para a compreensão fácil e completa dos teoremas da Matemática.

2.4. Outras réguas no século XVII

Segundo Cajori, somente em 1661 apareceram novas publicações a respeito das réguas de cálculo desde W. Oughtred e R. Delamain. Tratava-se do livro de Seth Partridge denominado *Partridge's Double Scale of Proportion* que foi impresso em Londres e em duas edições, em 1661 e 1662, sem alterações, exceto no que diz respeito à data na página-título. William Leybourn, que imprimiu o livro de Partridge, fala sobre a apreciação por ele em seu próprio livro⁶⁸.

Em 1661 foi publicado também o primeiro livro de John Brown com a descrição e uso de um *Joynt-Rule*, onde descreve o uso da "Mr. Whites rule" para a medida da borda e da tábua (redonda e quadrada). Em seu livro de 1761, Brown apresenta o desenho da "*White sliding rule*" um dispositivo especial para seu próprio uso.

Na publicação de Brown em 1704, o "*White slide rule*" aparece novamente, "como sendo algo novo" e traz também um "glasier's sliding rule".⁶⁹

Desde o início da história da régua de cálculo, quando W. Oughtred concebeu o seu "*gauging rod*", o desenho das réguas atendia a vários fins e dessa forma foi um instrumento que acompanhou estudiosos, principalmente os da Engenharia, durante os 350 anos que se seguiram. Então no início da década de 1970 apareceram as primeiras calculadoras eletrônicas manuais e portáteis, que em pouco mais de dez anos tornou obsoleta a régua de cálculo.

⁶⁸ Leybourn, *The Line of Proportion or Numbers, Commonly, called Gunter's Line, Made Easie*, London, 1673, Preface, p.128-129.

⁶⁹ Cajori, "On the History of Gunter's Scale and Slide Rule", *University of California Publications*, vol. 1, n.9, p.190-209.

Considerações Finais

F. Cajori, em sua explanação sobre o *Clavis Mathematicae* descreve com riqueza de detalhes diversas passagens curiosas do cálculo algébrico e do cálculo numérico utilizados por W.Oughtred nesse livro, o que nos permite ter uma pequena abertura na visão sobre o conteúdo da obra. Como já comentado anteriormente, o *Clavis Mathematicae* não é um texto de fácil compreensão, principalmente pela forma de desenvolvimento do raciocínio da época. Até mesmo os exercícios ditos práticos e os exemplos apresentados têm características que nos remetem a uma reflexão mais aprofundada sobre o conteúdo explicado.

Assim, nossa apreciação sobre esse texto se concentrou em torno da organização, da simbologia criada e da motivação do uso do mesmo na Inglaterra do século XVII.

O autor W.Oughtred, por sua vez, tinha característica bastante peculiar em relação à divulgação de seus ensinamentos através da impressão de livros. Embora fosse o criador de instrumentos para facilitar as tarefas exaustivas de cálculo e de outras medidas, as suas anotações sobre o assunto não seriam publicadas se não houvesse pressões de seus alunos, colaboradores e amigos.

O texto *Mathematical Recreations*, traduzido e utilizado por Oughtred, era composto, basicamente, por problemas recreativos tanto para a Aritmética como para análise combinatória, e problemas práticos para Geometria, a Física e a Química. Por se tratar de literatura complementar ao ensino, supomos que os fundamentos teóricos tenham antecedido ao processo de exercitar as atividades constantes nesse texto. Não identificamos como a instrução aos alunos era feita,

embora a sua biografia o qualifique como mestre exemplar, que não media esforços para atender a todos que o solicitavam.

O estudo da origem de um instrumento para cálculo envolve uma necessidade de consulta a diversas fontes, originais e secundárias, anotações realizadas pelos autores, textos paralelos dos comentadores, além de artigos que, isoladamente ou em conjunto, podem suprir lacunas existentes. No caso da régua de cálculo, ocorreu um fato curioso: diversos autores consultados usaram a mesma referência para relatar sobre o assunto, ou seja, o estudo de F. Cajori, e mantiveram praticamente a mesma opinião sobre a prioridade na invenção.

Durante a exposição dos fatos na disputa sobre a prioridade na invenção da régua de cálculo e na utilização do texto *Clavis Mathematicae*, algumas contradições sobre a metodologia de ensino de William Oughtred puderam ser observadas. Enquanto ele promovia duras críticas a Richard Delamain pela pouca importância dada à teoria dos logaritmos para orientar o uso da régua de cálculo, em alguns tópicos do texto *Clavis Mathematicae* (como as operações com números inteiros), ele instituiu em processos práticos, sem o devido embasamento teórico, para a solução de problemas algébricos.

Esse fato reabre a interminável discussão entre o teórico e prático, no ensino da Matemática e de outras ciências, onde questionamos se a manipulação constitui uma abordagem natural e agradável para a abstração, se a prática motiva e move em direção à necessidade do conhecimento e à curiosidade pelas comparações, interpretações, questionamentos para novas descobertas.

BIBLIOGRAFIA

- Alfonso-Goldfarb, A. M. *O que é História da Ciência*. São Paulo, Brasiliense, 1994.
- _____. *A Magia das Máquinas – John Wilkins e a origem da mecânica moderna*. São Paulo, Experimento, 1994.
- _____ e M. H. R. Beltran orgs. *O saber fazer e seus muitos saberes: experimentos, experiências e experimentações*. São Paulo. Editora Livraria da Física, EDUC, 2006.
- Archibald, R. C. “Florian Cajori 1859-1930” . *Isis*, 17 (2, 1932): 384-407.
- Beltran, M. H. R. *Imagens de Magia e de Ciência – entre o simbolismo e os diagramas da razão*. São Paulo, Editora Livraria da Física, EDUC, 2000.
- Breton, P. *História da Informática*. São Paulo, Editora Universidade de São Paulo - EDUSP, 1987.
- BROADBENT, T. A. A., ed. “Oughtred’s “CLAVIS””. *The Mathematical Gazette*. Londres, G. Bell and Sons. Ltda, (1949):160-161.
- Cajori, F. *William Oughtred, a Great Seventeenth Century Teacher of Mathematics*. Chicago, 1916.
- _____. *History of the Logarithmic Slide Rule*. SF TAPPLY.Co, Nova Iorque, 1909.
- _____ . “On the History of Gunter’s Scale and The Slide Rule during the Seventeenth Century” . University of California Publications, (1920,Vol. 1, n.9):187-209.
- Carneiro, R. V. *Manejo das Régua de Cálculos*. São Paulo. Gráfica Benetti Ltda, 1970.

- Caspar, M. *Reflections on Relativity*, www.mathpages.com/rr/s8-01/8-01.htm
acesso em 17/08/2008.
- Cotter, Charles H. Edmund Gunter (1581-1626). *Journal of Navigation*, 34 (3),
1981.
- D'Ambrosio, U. *Da Realidade à ação – Reflexões sobre Educação e Matemática*.
Campinas, Editora Universidade Estadual de Campinas, 1986.
- Foster, W. *The Circles of Proportion and The Horizontal Instrument*. Londres, Aug.
Mathewes, 1633.
- Gamar, R. *Ciência e Técnica*. São Paulo. HUCITEC, 1983 (Antologia de Textos
Históricos).
- Gillispie, C. C., org. *Dictionary of Scientific Biography*. Nova Iorque, Charles
Scribner's Sons, 1980, 8 vols.
- Gomes, M. da C. *Newton e Leibniz: a questão do espaço no séc. XVII. Revista da
Sociedade Brasileira de História da Ciência* (1994, 11):89-96.
- Heeffer, A. *Récreations Mathématiques (1624) A study on its Authorship, Sources
and Influence*. 2004, sarton/ugent.be/inex.php?id=42&type=file acesso em
04/04/2008.
- Hill, K. "Juglers or Schollers?": negotiating the role of a mathematical practitioner",
The British Society for The History of Science (31, 1998).
- Hopp, P. M. *Slide Rules: Their History, Models and Makers*. Minnesota, Astragal
Press, 1999.
- Leybourn, W. *The line of Proportion or Numbers, commonly, called Gunter's Line,
Made Easie*. Londres, JS for G. Sawbridg, 1673.
- Leroi-Gourhan A. *Evolução e Técnicas – O homem e a matéria*. Lisboa, Edições
70, 1970.

- Maor, E. e : A história de um número. Trad. Jorge Calife. 3ª.ed. Rio de Janeiro, Record, 2006.
- Merton, R. K. Science, Technology and Society in Seventeenth Century England. *Osiris* (4, 1939).
- Morai, R. *Filosofia da Ciência e da Tecnologia*. 7ª. ed. Campinas, Papirus, 2002.
- Moreno, F. J. T. “Historia de Los Logaritmos”. *Apuntes de Historia das Matemáticas*, (2 (2) 2003).
- O'Connor, J.J. e E. F. Robertson, *The Teaching of mathematics in Britain in the Seventeenth Century*. www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/history/education/seventeenthc.html acesso em 15/04/2008.
- Oughtred,W. *The new artificial gauging line or rod*. Londres, Aug. Mathewes, 1633.
- _____ . *The description and use of the double Horizontal Dial*, William Leake, 1653.
- Pinto, A. V. *O Conceito de Tecnologia*, 2ª.ed. Rio de Janeiro, Contraponto, 2005.
- Ricieri, Aguinaldo P. *A Construção do Cálculo*. São José dos Campos: CTA, 1987.
- Santos, I. R. e T. Lewinsohn. *Ciência e Tecnologia: Teoria e História*. 1a.versão. Campinas, Núcleo de Estudos de Política Científica e Tecnológica da UNICAMP, 1983.
- Stedall, J. A. “Ariadne’s Thread: The Life and Times of Oughtred’s Clavis”. *Annals of Science*, (57 (1), jan 2000).
- Stimson, D. “Amateurs of Science in 17th Century England”. *Isis*, (31 (1), nov 1939).
- Stone, F. *New Mathematic Dictionary******
- Struik, D. J. *A Concise History of Mathematics: The Seventeenth Century – The Nineteenth Century*. Nova Iorque, Dover Publications, Inc, 1948.

Usher, A. P. *Uma História das Invenções Mecânicas*. São Paulo, PAPIRUS, 1993.

Van Etten, H. *Mathematicall Recreations*. Londres, William Leake, 1653.

Vargas, M. “Correlações entre a Mecânica Racional, a Metafísica Racionalista do século XVII e a arte barroca”, *The British Society for The History of Science*, (1992, 7):41-46.

Anexo 1

A régua de cálculo contemporânea (década de 70)

1. Considerações Gerais

A régua de cálculo foi o exemplar mais conhecido de um computador analógico. Assim, ela representou uma importante abertura para a aceitação de cálculos artificiais ou cálculos por um computador. Foi também, um elemento importante para o desenvolvimento da profissão de engenharia.

Uma régua de cálculo é um instrumento que serve para executar mecanicamente vários cálculos de matemática. O número de cálculos que podem ser feitos com a régua de cálculo ou a exatidão deles é limitada pela qualidade do instrumento. Conseqüentemente, a régua de cálculo só poderá ser utilizada em cálculos para os quais somente seja necessário um razoável grau de exatidão.

Toda régua de cálculo é constituída por uma régua que possui uma saliência onde se encaixa uma lingüeta (ou corrediça). Sobre a régua e a lingüeta encontra-se o cursor, que pode ser deslocado de uma extremidade à outra⁷⁰. Na maioria dos cursores acham-se gravados três traços de referência, um de cor negra, no centro e outros dois, um de cada lado, geralmente em vermelho.

Para facilitar o uso das réguas de cálculo, as escalas são denominadas por letras e cada uma delas representa: uma escala superior “C” (cúbica), composta de três unidades logarítmicas; uma segunda escala superior “Q1” (Quadrática), composta de duas unidades logarítmicas; uma escala inferior “U” em uma unidade logarítmica e uma segunda escala inferior “L” (Logarítmica) compreendendo as

⁷⁰ Esta descrição se refere ao modelo “Universal” com a distribuição de escalas de acordo com o sistema “Rietz”.

mantissas dos logarítmos de todos os números. Na face anterior da lingüeta observam-se: a escala superior “Q2”, correspondente à escala “Q1” da régua; a escala inferior “U2”, correspondente à escala “U1” da régua; entre as escalas “Q2” e “U2” existe a escala “I” dos inversos dos números (idêntica à “U1”, porém em sentido contrário). Na face posterior da lingüeta, têm-se as seguintes escalas: a escala “S” (dos senos), marcada em uma unidade logarítmica; a escala “T” (das tangentes), marcada em uma unidade logarítmica e a escala “S-T” (dos senos e tangentes) dos ângulos compreendidos entre $34'$ e $5^\circ 43'$.⁷¹

A exatidão de uma régua de cálculo é limitada por seu tamanho, pela qualidade de suas escalas e pela habilidade do usuário em ler as escalas. As régua de cálculo utilizadas na Engenharia tinham uma imprecisão de 0,1%, e esse grau de exatidão era considerada suficiente para muitos em Engenharia e em algumas outras aplicações científicas.

Uma régua de cálculo simples é vista como duas régua que se são unidas de modo que possam deslizar ao longo da outra, acrescida ao fato das duas linhas de números poderem ser movidas para compor o resultado esperado.

Para adicionar dois números em uma régua de cálculo (figura 3) mostramos como efetuar a soma entre 3 e 4. Começar encontrando 3 na régua A. Posicionar a régua B de modo que o ponto zero da régua B fique na posição do número 3 da régua A. A soma entre 3 e 4 será obtida na régua A, quando alinhamos e marcamos o valor 4 da régua B. Inverter estas etapas para subtrair dois números.

⁷¹ Carneiro, Manejo das Régua de Cálculos. Pág.12-13.

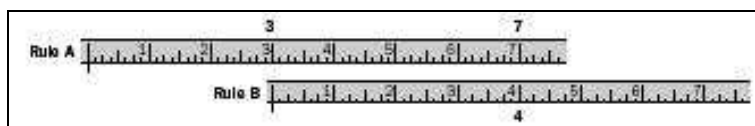


Figura 9 – Ilustração de movimento com a régua de cálculo

Na sua forma mais básica, a régua de cálculo utiliza as duas escalas logarítmicas para efetuar rapidamente a multiplicação e a divisão de números, operações comuns que podem ser demoradas e sujeitas a erro quando efetuadas manualmente. Na forma mais complexa, as réguas de cálculo permitem cálculos mais elaborados como raízes quadradas, exponenciais, logaritmos e funções trigonométricas.

A maioria das réguas de cálculo elementares é composta por três faixas lineares de mesmo comprimento, alinhadas em paralelo e interligadas para que a tira central seja movida longitudinalmente em relação aos outros dois. As duas faixas externas são fixas, para que as suas posições relativas não mudem. Algumas réguas de cálculo têm escalas em ambos os lados da régua e na lingüeta de deslizamento para produzir efeitos intermediários do resultado do cálculo em qualquer uma das escalas. Em geral, o cálculo matemático é realizado por meio do alinhamento de uma marca sobre a lingüeta e observando as posições relativas de outras marcas nas faixas fixas. Números alinhados com as marcas dão o valor aproximado do produto, quociente ou outro resultado calculado.

A leitura nas escalas é de máxima importância, pois qualquer falta de conhecimento ou atenção podem gerar erros que comprometem a leitura e análise dos resultados obtidos.

Como as escalas podem ser compostas por uma, duas ou três unidades logarítmicas, pode-se subdividir a que possui apenas uma unidade logarítmica em unidades menores que uma unidade com a metade ou terça parte do comprimento. Assim, se fossemos ler o número 265 em uma escala “U1”, poderíamos verificar nas subdivisões entre 2 e 3, a posição relativa da seqüência DOIS SEIS CINCO (2,65; 26,5; 0,00265, etc), que seria lido no mesmo lugar.

A subdivisão nas escalas “S”, “S-T” e “T” deve ter um cuidado maior, pois a numeração dessas escalas representa medida de ângulos e os submúltiplos dessa medida é feita em minutos e em segundos.

Outra observação a ser feita é relativa à contagem do número de casas, que ocorre da seguinte maneira:

a) Para os números inteiros, o número de casas é igual ao número de algarismos que o compõe. Exemplos: 2340 = 4casas; 51 = 2 casas.

b) Para os números fracionários menores que um, o número de casas é precedido de sinal negativo e é contado conforme o número de zeros que houver depois da vírgula. Exemplos: 0,00224 = -2 casas; 0,0224 = -1 casa.

c) Para os números fracionários maiores que um, o número de casas é igual ao número de algarismos que houver antes da vírgula. Exemplos: 4,005 = 1 casa; 1003,5 = 4 casas.

NOTA – Quando o número de casas for nulo é considerado “número de casas de ordem par” para ser enquadrado em regras subseqüentes.

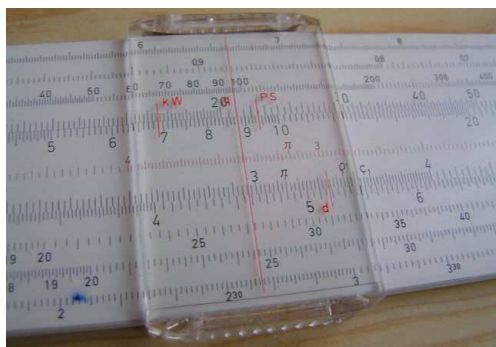


Figura10 – Régua de Cálculo

Descrevemos a seguir, os procedimentos a adotar para efetuar as operações de multiplicação, divisão, extração de raiz quadrada, extração de raiz cúbica, potenciação (quadrado e cubo) utilizando a régua de cálculo. (descrição das demais operações possíveis).

Para a multiplicação, marcamos um dos fatores do produto na escala “U1” e sobre ele fazemos coincidir o traço inicial da escala “U2”. Procuramos o outro fator na escala “U2” e lê-se o resultado na escala “U1”.

Exemplo 1: Para multiplicarmos 2 por 4, colocamos o traço inicial da escala “U2” sobre o número 2 da escala “U1” e lê-se 4 da escala “U2”, o produto está em “U1” sob o mesmo valor, ou seja, 8.

Exemplo 2: Para multiplicarmos 3 por 5, colocamos o traço inicial da escala “U2” sobre o número 3 da escala “U1”. Notamos que o número 5 da escala “U2” cai fora da escala “U1”. Quando isso ocorre, procedemos de modo especial: trazemos a lingüeta para a esquerda, fazendo coincidir o traço final da escala “U2” com o número 3 da escala “U1”. Procuramos então, o número 5 na escala “U2” e obtemos em “U1” o produto, ou seja, 15. A contagem do número de casas decimais na multiplicação, depende da direção que toma a lingüeta para apurar o resultado, se a lingüeta sair para a esquerda, o produto terá tantas casas quantas

forem a soma das casas do multiplicando e do multiplicador e se a lingüeta sair para a direita, o produto terá tantas casas quantas forem a soma do multiplicando e o multiplicador, menos uma.

A divisão é o inverso da multiplicação. Procuramos marcar o dividendo na escala “U1”, fazemos coincidir o divisor na escala “U2”. O traço inicial ou final indicará na escala “U1”, o quociente. Assim como na multiplicação, a lingüeta pode sair tanto para a direita, como para a esquerda: se a lingüeta sair para a esquerda, basta diminuir as casas do dividendo pelas do divisor e se sair para a direita, diminuimos as casas do dividendo pelas do divisor e soma-se mais uma casa.

Exemplo 1: Se dividirmos 0,0065 por 8500, obtemos o quociente 0,00000765 e o número de casas é -6 (-2 do dividendo subtraído de 4 do divisor).

Exemplo 2: Se dividirmos 540 por 25, obtemos o quociente 21,6 e o número de casas é 2 (3 do dividendo subtraído 2 do divisor e somando 1).

Além das escalas logarítmicas, algumas réguas de cálculo tem outras funções matemáticas utilizando escalas auxiliares, como as trigonométricas (seno, tangente), as do logaritmo na base 10, do logaritmo natural (base neperiana), exponencial, escalas pitagóricas (relativa a triângulos) e escalas para cálculo das funções hiperbólicas.

2. Utilidade da régua de cálculo

A régua de cálculo conquistou grande utilidade no cálculo numérico envolvendo multiplicações, divisões, raízes, potências, logaritmos, funções trigonométricas e qualquer outra fórmula numérica passível de transformação em forma logarítmica, e foi muito difundida nas escolas, na técnica e na indústria. Era também muito utilizada por fiscais (coletores de impostos), pedreiros, carpinteiros e engenheiros por ser simples, versátil e realizar cálculos rapidamente e com razoável precisão. Outras utilidades foram agregadas ao uso da régua de cálculo, ainda que, mediante o recurso de outros artifícios, como efetuar operações especiais como a resolução de equações, cálculo com proporções, operações encadeadas, entre outras.

3. Os tipos de régua de cálculo

As régua lineares (figura 11) são os modelos mais comuns e têm o comprimento de 10 polegadas, ou seja, cerca de 25 centímetros. As régua *pocket* são de aproximadamente 5 polegadas. Para efeitos didáticos, foram construídas régua com dimensões exageradas para serem mostradas em sala de aula. Normalmente, as divisões para marcar uma escala têm a precisão de dois algarismos significativos. Foram inventadas régua de cálculo especiais para atender às necessidades de engenharia, empresas e bancos, pois estes tinham cálculos em escalas especiais como na apuração de juros em empréstimos, equações em engenharia e cálculo de estoques para aquisição de mercadorias nas empresas. Por exemplo, a empresa Fischer Controls distribuiu uma régua de cálculo personalizada para resolver equações utilizadas na seleção do tamanho adequado para válvulas industriais para controle do fluxo de um fluido.

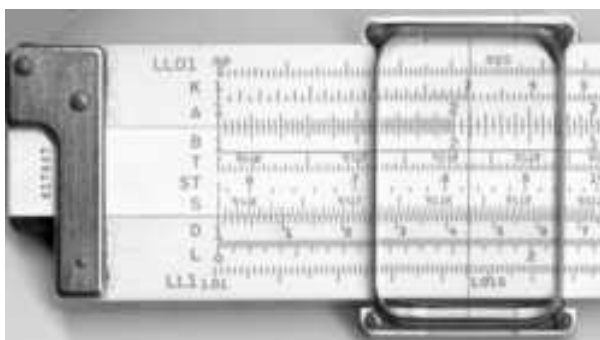


Figura 11 – Régua de cálculo linear

As régua de cálculo de modelo circular (figura 12) têm dois tipos básicos: uma com dois cursores e outra com um disco removível e um cursor. A vantagem básica de uma régua circular é que a maior dimensão era reduzida por um fator próximo de 3 (ou seja, por π). Outra vantagem que pode ser citada era o fato de

eliminar a situação de “fora da escala”, sem necessidade de reorientar os resultados.

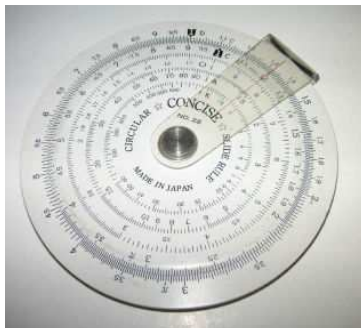


Figura 12 – Régua de cálculo circular

As régua de cálculo circulares têm facilidade de movimentação e são mais precisa que as lineares, pois dependem de um único centro para rolamento. A escala mais precisa está colocada nos anéis exteriores.

Uma régua de cálculo remanescente na utilização diária em todo o mundo é a E6B. Trata-se de uma régua circular regra criada na década de 1930 por pilotos para ajustar a contagem de mortos. Com a ajuda de escalas impressas na armação, tais como conversão de tempo, distância, velocidade, temperatura e valores, ajustava erros de cálculo da bússola e do combustível usado. Esse dispositivo ainda está disponível em lojas para artigos de vôo, e continua a ser amplamente utilizado. Embora o GPS tenha reduzido o uso no cômputo de mortos na navegação aérea e calculadoras tenham feito muitas das suas funções, o E6B permanece largamente utilizado como principal ou backup de dispositivo e a maioria das escolas de vôo exigem que os alunos tenham certo conhecimento sobre o dispositivo.

Existem dois tipos de régua de cálculo cilíndricas (figura 13): as que têm escalas helicoidais como a Fuller e a Otis King e as com barras como a Thacher e

alguns modelos Loga. Em qualquer caso, têm a vantagem de uma escala com muito mais dados, potencialmente com maior precisão do que as régua lineares ou circulares.



Figura 13 – Régua de cálculo cilíndrica

Tradicionalmente as régua de cálculo eram feitas de madeira dura como o mogno com cursores de vidro e metal. Em 1895, uma empresa japonesa, Hemmi, começou a fazê-los de bambu, que tinha a vantagem de ser dimensionalmente estável, forte e naturalmente auto-lubrificante. As escalas eram feitas de celulóide ou de plástico. Mais tarde, as régua de cálculo foram feitas de plástico ou alumínio pintadas com plástico e os cursores de acrílico deslizando sobre rolamentos de *teflon*.

Todas as régua de cálculo de boa qualidade tinham números e tabelas gravados e, em seguida, preenchidos com tinta ou algum tipo de outra resina.

Anexo 2

LEVANTAMENTO DAS EDIÇÕES / IMPRESSÕES DO *CLAVIS MATHEMATICAE*

ANO PUB.	TÍTULO	EDITOR	LOCAL	IDIOMA	LOCALIZAÇÃO
1631	Arithmeticae in numeris et speciebus institutio (eletronic resource): quæ tum logisticæ, tum analyticæ, atque adeo totius mathematicæ, quasi clavis est. Ad nobilissimum spectatissimumque iuvenem Dn. Guilelmum Hovvard, ordinis, qui dicitur, Balnei Equitem, honoratissimi Dn. Thomæ, Comitis Arundeliæ & Surriæ, Comitis Mareschalli Angliæ, &c. filium.	Londini: Apud Thomam Harperum	London	Latin	Manchester
1631	Arithmeticae in numeris et speciebus institutio (eletronic resource): quæ tum logisticæ, tum analyticæ, atque adeo totius mathematicæ, quasi clavis est. Ad nobilissimum spectatissimumque iuvenem Dn. Guilelmum Hovvard, ordinis, qui dicitur, Balnei Equitem, honoratissimi Dn. Thomæ, Comitis Arundeliæ & Surriæ, Comitis Mareschalli Angliæ, &c. filium.	Londini: Apud Thomam Harperum	London	Latin	Glasgow
1631	Arithmeticae in numeris et speciebus institutio (eletronic resource): quæ tum logisticæ, tum analyticæ, atque adeo totius mathematicæ, quasi clavis est. Ad nobilissimum spectatissimumque iuvenem Dn. Guilelmum Hovvard, ordinis, qui dicitur, Balnei Equitem, honoratissimi Dn. Thomæ, Comitis Arundeliæ & Surriæ, Comitis Mareschalli Angliæ, &c. filium.	Londini: Apud Thomam Harperum	London	Latin	Sheffield
1631	Arithmeticae in numeris et speciebus institutio (eletronic resource): quæ tum logisticæ, tum analyticæ, atque adeo totius mathematicæ, quasi clavis est. Ad nobilissimum spectatissimumque iuvenem Dn. Guilelmum Hovvard, ordinis, qui dicitur, Balnei Equitem, honoratissimi Dn. Thomæ, Comitis Arundeliæ & Surriæ, Comitis Mareschalli Angliæ, &c. filium.	Londini: Apud Thomam Harperum	London	Latin	Leeds
1631	Arithmeticae in numeris et speciebus institutio (eletronic resource): quæ tum logisticæ, tum analyticæ, atque adeo totius mathematicæ, quasi clavis est. Ad nobilissimum spectatissimumque iuvenem Dn. Guilelmum Hovvard, ordinis, qui dicitur, Balnei Equitem, honoratissimi Dn. Thomæ, Comitis Arundeliæ & Surriæ, Comitis Mareschalli Angliæ, &c. filium.	Londini: Apud Thomam Harperum	London	Latin	Edinburg
1631	Arithmeticae in numeris et speciebus institutio: quæ tum logisticæ, tum analyticæ, atque adeo totius mathematicæ, quasi clavis est.	Londini: Apud Thomam Harperum	London	Latin	Imperial College
1631	Arithmeticae in numeris et speciebus institutio: quæ tum logisticæ, tum analyticæ, atque adeo totius mathematicæ, quasi clavis est.	Londini: Apud Thomam Harperum	London	Latin	English Short Title Catalogue
1631	Arithmeticae in numeris et speciebus institutio: quæ tum logisticæ, tum analyticæ, atque adeo totius mathematicæ, quasi clavis est.	Londini: Apud Thomam Harperum	London	Latin	British Library
1631	Arithmeticae in numeris et speciebus institutio: quæ tum logisticæ, tum analyticæ, atque adeo totius mathematicæ, quasi clavis est.	Londini: Apud Thomam Harperum	London	Latin	University of London
1631	Arithmeticae in numeris et speciebus institutio: quæ tum logisticæ, tum analyticæ, atque adeo totius mathematicæ, quasi clavis est.	s/ informação	s/ informe	Latin	Aberdeen
1631	Arithmeticae in numeris et speciebus institutio (eletronic resource): quæ tum logisticæ, tum analyticæ, atque adeo totius mathematicæ, quasi clavis est. Ad nobilissimum spectatissimumque iuvenem Dn. Guilelmum Hovvard, ordinis, qui dicitur, Balnei Equitem, honoratissimi Dn. Thomæ, Comitis Arundeliæ & Surriæ, Comitis Mareschalli Angliæ, &c. filium.	Londini: Apud Thomam Harperum	London	Latin	Edinburg

1631	Arithmeticae in numeris et speciebus institutio (eletronic resource): qu tum logistic, tum analytic, atque adeo totius mathematic, quasi clavis est. Ad nobilissimum spectatissimumque iuvenem Dn. Guilelmum Hovvard, ordinis, qui dicitur, Balnei Equitem, honoratissimi Dn. Thom, Comitis Arundeli & Surri, Comitis Mareschalli Angli, &c. filium.	Londini: Apud Thomam Harperum	London	Latin	Newcastle
1631	Arithmeticae in numeris et speciebus institutio (eletronic resource): qu tum logistic, tum analytic, atque adeo totius mathematic, quasi clavis est. Ad nobilissimum spectatissimumque iuvenem Dn. Guilelmum Hovvard, ordinis, qui dicitur, Balnei Equitem, honoratissimi Dn. Thom, Comitis Arundeli & Surri, Comitis Mareschalli Angli, &c. filium.	Londini: Apud Thomam Harperum	London	Latin	Birmigham
1647	The key of the mathematicks new forged na filed: together with a treatise of all kinde of affected aequations ins numbers: with the rule of compound usury, and demonstration of the rule of false position: and a most easie art of delineating all manner of plaine sun-dyalls / geometrically taught by Will. Oughtred.	London : Printed by Tho. Harper for Rich. Whitaker	London	English	Cambridge
1647	The key of the mathematicks new forged na filed: together with a treatise of the resolution of all kinde of affected aequations ins numbers: with the rule of compound usury, and demonstration of the rule of false position: and a most easie art of delineating all manner of plaine sun-dyalls / geometrically taught by Will. Oughtred.	London : Printed by Tho. Harper for Rich. Whitaker	London	English	University of London - ULRLS
1647	Arithmeticae in numeris et speciebus institutio: Quæ tum logisticae, tum analyticæ, atque adeo totius mathematicæ quasi clavis est. Ad incudem revocata, & do nouo limata editio secunda: acui accesserunt tractatus sequentes. De numerosa resolutione omnium æqu[?] quomodo cumque adfectarum. De anarocismo siue de scœnore composit. Regula falsi demonstrata. Elementum decimum Endidis demonstratum. De corporibus regularibus tractatum.	Londini: Apud Thomam Harperum, sumptibus Ricardi Whitaker, in cuius aedibus prostant prope Caemeterium Paulinum	London	Latin	English Short Title Catalogue
1648	Clavis Mathematica denuo limata, sive, Potius fabricata: cui accedit tractatus de resolutione æquationum qualitercunque adfectarum in numeris: et declaratio tum decimi elementi Euclidis de lateribus incommensurabilibus: tum decimi tertii & decimi quarti elementi de quinque solidis regularibus. Atque hic passim logisticae decimalis, & logarithmorum doctrina intexitur. Autore Gulielmo Oughtredo Anglo / [by Oughtred	Londini : excudebat Thomas Harper, sumptibus Thomæ Whitakeri, apud quem venales sunt in Cœmeterio D. Pauli.	London	Latin	English Short Title Catalogue
1648	Clavis Mathematica denuo limata, sive, Potius fabricata: cui accedit tractatus de resolutione æquationum qualitercunque adfectarum in numeris: et declaratio tum decimi elementi Euclidis de lateribus incommensurabilibus: tum decimi tertii & decimi quarti elementi de quinque solidis regularibus. Atque hic passim logisticae decimalis, & logarithmorum doctrina intexitur. Autore Gulielmo Oughtredo Anglo / [by Oughtred	Londini : excudebat Thomas Harper, sumptibus Thomæ Whitakeri, apud quem venales sunt in Cœmeterio D. Pauli.	London	Latin	Manchester
1648	Clavis Mathematica denuo limata, sive, Potius fabricata: cui accedit tractatus de resolutione æquationum qualitercunque adfectarum in numeris: et declaratio tum decimi elementi Euclidis de lateribus incommensurabilibus: tum decimi tertii & decimi quarti elementi de quinque solidis regularibus. Atque hic passim logisticae decimalis, & logarithmorum doctrina intexitur. Autore Gulielmo Oughtredo Anglo / [by Oughtred	Londini : excudebat Thomas Harper, sumptibus Thomæ Whitakeri, apud quem venales sunt in Cœmeterio D. Pauli.	London	Latin	Sheffield
1648	Clavis Mathematica denuo limata, sive, Potius fabricata: cui accedit tractatus de resolutione æquationum qualitercunque adfectarum in numeris: et declaratio tum decimi elementi Euclidis de	Londini : excudebat Thomas Harper,	London	Latin	Glasgow

	lateribus incommensurabilibus: tum decimi tertii & decimi quarti elementi de quinque solidis regularibus. Atque hic passim logisticæ decimalis, & logarithmorum doctrina intexitur. Autore Gulielmo Oughtredo Anglo / [by Oughtred	sumptibus Thomæ Whitakeri, apud quem venales sunt in Cœmeterio D. Pauli.			
1648	Clavis Mathematica denuo limata, sive, Potius fabricata: cui accedit tractatus de resolutione æquationum qualitercunque adfectarum in numeris: et declaratio tum decimi elementi Euclidis de lateribus incommensurabilibus: tum decimi tertii & decimi quarti elementi de quinque solidis regularibus. Atque hic passim logisticæ decimalis, & logarithmorum doctrina intexitur. Autore Gulielmo Oughtredo Anglo / [by Oughtred	Londini : excudebat Thomas Harper, sumptibus Thomæ Whitakeri, apud quem venales sunt in Cœmeterio D. Pauli.	London	Latin	Cambridge
1648	Clavis Mathematica denuo limata, sive, Potius fabricata: cui accedit tractatus de resolutione æquationum qualitercunque adfectarum in numeris: et declaratio tum decimi elementi Euclidis de lateribus incommensurabilibus: tum decimi tertii & decimi quarti elementi de quinque solidis regularibus. Atque hic passim logisticæ decimalis, & logarithmorum doctrina intexitur. Autore Gulielmo Oughtredo Anglo / [by Oughtred	Londini : excudebat Thomas Harper, sumptibus Thomæ Whitakeri, apud quem venales sunt in Cœmeterio D. Pauli.	London	Latin	Leeds
1648	Clavis Mathematica denuo limata, sive, Potius fabricata: cui accedit tractatus de resolutione æquationum qualitercunque adfectarum in numeris: et declaratio tum decimi elementi Euclidis de lateribus incommensurabilibus: tum decimi tertii & decimi quarti elementi de quinque solidis regularibus. Atque hic passim logisticæ decimalis, & logarithmorum doctrina intexitur. Autore Gulielmo Oughtredo Anglo / [by Oughtred	Londini : excudebat Thomas Harper, sumptibus Thomæ Whitakeri, apud quem venales sunt in Cœmeterio D. Pauli.	London	Latin	Newcastle
1648	Clavis Mathematica denuo limata, sive, Potius fabricata: cui accedit tractatus de resolutione æquationum qualitercunque adfectarum in numeris: et declaratio tum decimi elementi Euclidis de lateribus incommensurabilibus: tum decimi tertii & decimi quarti elementi de quinque solidis regularibus. Atque hic passim logisticæ decimalis, & logarithmorum doctrina intexitur. Autore Gulielmo Oughtredo Anglo / [by Oughtred	Londini : excudebat Thomas Harper, sumptibus Thomæ Whitakeri, apud quem venales sunt in Cœmeterio D. Pauli.	London	Latin	Edinburg
1652	Clavis Mathematica denuo limata, sive, Potius fabricata: cum allis quibusdam ejusdem commentationibus, quae in sequenti pagina recensetur.(eletronic resource)	Oxoniae : Excudebat Leon. Lichfield	Oxoniae	Latin	Manchester
1652	Clavis Mathematica denuo limata, sive, Potius fabricata: cum allis quibusdam ejusdem commentationibus, quae in sequenti pagina recensetur.(eletronic resource)	Oxoniae : Excudebat Leon. Lichfield	Oxoniae	Latin	Glasgow
1652	Clavis Mathematica denuo limata, sive, Potius fabricata: cum allis quibusdam ejusdem commentationibus, quae in sequenti pagina recensetur.(eletronic resource)	Oxoniae : Excudebat Leon. Lichfield	Oxoniae	Latin	Sheffield
1652	Clavis Mathematica denuo limata, sive, Potius fabricata: cum allis quibusdam ejusdem commentationibus, quae in sequenti pagina recensetur.(microform)	Oxoniae : Excudebat Leon. Lichfield	Oxoniae	Latin	Cambridge
1652	Clavis Mathematica denuo limata, sive, Potius fabricata: cum allis quibusdam ejusdem commentationibus, quae in sequenti pagina recensetur.(microform)	Oxoniae : Excudebat Leon. Lichfield	Oxoniae	Latin	Leeds
1652	Clavis Mathematica denuo limata, sive, Potius fabricata: cum allis quibusdam ejusdem commentationibus, quae in sequenti pagina recensetur.	Oxoniae : Leon. Lichfield	Oxoniae	Latin	Cambridge

1652	Guilelmi Oughtred Ætonesis... Clavis Mathematicae denuo limata: sive potius fabricata. Cum aliis quibusdam ejusdem commentationibus ... / (Partem illam quæ geometricam horologiorum sciotericorum rationem tradit, ex Anglico idiomate in Latinum vertit ... C. Wren).	Oxoniae : T. Robertson	Oxoniae	Latin	Register of Preservation Surrogates
1652	Guilelmi Oughtred Ætonesis... Clavis Mathematicae denuo limata: sive potius fabricata. Cum aliis quibusdam ejusdem commentationibus, quae in sequenti pagina recensentur.	Oxoniae : excudebat L. Lichfield, veneunt apud T. Robinson	Oxoniae	Latin	Imperial College
1652	Guilelmi Oughtred Ætonesis... Clavis Mathematicae denuo limata: sive potius fabricata. Cum aliis quibusdam ejusdem commentationibus, quae in sequenti pagina recensentur.	Oxoniae : excudebat L. Lichfield, veneunt apud T. Robinson	Oxoniae	Latin	Leeds
1652	Guilelmi Oughtred Ætonesis...quondam Collegii Regalis in Cantabrigia Socii, clavis mathematicae denuo limata, sive potius fabricata: Cum aliis quibusdam ejusdem commentationibus, quæ in sequenti pagina recensentur..	Oxoniae : Excudebat Leon. Lichfield, veneunt apud Tho. Robinson.	Oxoniae	Latin	Oxford
1652	Guilelmi Oughtred Ætonesis...quondam Collegii Regalis in Cantabrigia Socii, clavis mathematicae denuo limata, sive potius fabricata: Cum aliis quibusdam ejusdem commentationibus, quæ in sequenti pagina recensentur..	Oxoniae : Excudebat Leon. Lichfield, veneunt apud Tho. Robinson.	Oxoniae	Latin	English Short Title Catalogue
1652	Guilelmi Oughtred Ætonesis...quondam Collegii Regalis in Cantabrigia Socii, clavis mathematicae denuo limata, sive potius fabricata: Cum aliis quibusdam ejusdem commentationibus, quæ in sequenti pagina recensentur..	Oxoniae : Excudebat Leon. Lichfield, veneunt apud Tho. Robinson.	Oxoniae	Latin	Birmigham
1652	Guilelmi Oughtred Ætonesis...quondam Collegii Regalis in Cantabrigia Socii, clavis mathematicae denuo limata, sive potius fabricata: Cum aliis quibusdam ejusdem commentationibus, quæ in sequenti pagina recensentur..	Oxoniae : Excudebat Leon. Lichfield, veneunt apud Tho. Robinson.	Oxoniae	Latin	Edinburg
1652	Guilelmi Oughtred Ætonesis...quondam Collegii Regalis in Cantabrigia Socii, clavis mathematicae denuo limata, sive potius fabricata: Cum aliis quibusdam ejusdem commentationibus, quæ in sequenti pagina recensentur..	Oxoniae : Excudebat Leon. Lichfield, veneunt apud Tho. Robinson.	Oxoniae	Latin	University of London – ULRLS
1652	Guilelmi Oughtred Ætonesis... Clavis Mathematicae denuo limata: sive potius fabricata. Cum aliis quibusdam ejusdem commentationibus... (partem illam quæ geometricam horologiorum sciotericorum rationem tradit ex anglico idiomate in Latinum velit... C. Wren). Editio tertia auctior, etc. MS. notes.	Oxoniae : T. Robertson	Oxoniae	Latin	British Library
1667	Clavis Mathematica denuo limata, sive, Potius fabricata: cum aliis quibusdam ejusdem commentationibus, quae in sequenti pagina recensentur.(eletronic resource)	Oxoniae : Excudebat Leon. Lichfield	Oxoniae	English	Glasgow
1667	Clavis Mathematica denuo limata, sive, Potius fabricata: cum aliis quibusdam ejusdem commentationibus, quae in sequenti pagina recensentur.(eletronic resource)	Oxoniae : Excudebat Leon. Lichfield	Oxoniae	English	Manchester
1667	Clavis Mathematica denuo limata, sive, Potius fabricata: cum aliis quibusdam ejusdem commentationibus, quae in sequenti pagina recensentur.(eletronic resource)	Oxoniae : Excudebat Leon. Lichfield	Oxoniae	English	Sheffield
1667	Clavis Mathematica denuo limata, sive, Potius fabricata: cum aliis quibusdam ejusdem commentationibus, quae in sequenti pagina recensentur.(microform)	Oxoniae : Excudebat Leon. Lichfield	Oxoniae	English	Cambridge
1667	Clavis Mathematica denuo limata, sive, Potius fabricata: cum aliis quibusdam ejusdem commentationibus, quae in sequenti pagina recensentur.(microform)	Oxoniae : Excudebat Leon. Lichfield	Oxoniae	English	Leeds
1667	Guilelmi Oughtred Ætonesis...quondam Collegii Regalis in Cantabrigia Socii, clavis mathematicae denuo limata, sive potius fabricata: Cum aliis	Oxoniae : excudebat Leon. Lichfield,	Oxoniae	English	English Short Title Catalogue

	quibusdam ejusdem commentationibus, quæ in sequenti pagina recensentur..	veneunt apud John Crosley & Amos Curtain			
1667	Guilelmi Oughtred Ætonesis...quondam Collegii Regalis in Cantabrigia Socii, clavis mathematicae denuo limata, sive potius fabricata: Cum aliis quibusdam ejusdem commentationibus, quæ in sequenti pagina recensentur..	Oxoniae : excudebat Leon. Lichfield, veneunt apud John Crosley & Amos Curtayne	Oxoniae	English	English Short Title Catalogue
1667	Clavis mathematicae denuo limata: sive potius fabricata, cum aliis quibusdam ejusdem commentationibus, quæ in sequenti pagina recensentur. In: Opuscula mathematica hactenus inedita	Oxoniae : typis Lichfieldianis, veneunt apud Joh. Crosley & Amos Curteyne.	Oxoniae	Latin	UCL (University College of London)
1667	Clavis mathematicae denuo limata sive potius fabricata.	Oxoniae	Oxoniae	Latin	Aberdeen
1667	Clavis Mathematicae denuo limata, sive potius fabricata. Cum aliis quibusdam ejusdem commentationibus. Quae in sequenti pagina recensentur.	Oxoniae : Excudebat typis L. Lichfieldianis, veneunt apud Joh. Crosley et Amos Curteyne	Oxoniae	Latin	Welcome Library
1667	Guilelmi Oughtred Ætonesis...quondam Collegii Regalis in Cantabrigia Socii, clavis mathematicae denuo limata, sive potius fabricata: Cum aliis quibusdam ejusdem commentationibus, quæ in sequenti pagina recensentur..	Oxoniae : typis Lichfieldianis, Acad. typog. Veneunt apud Joh. Crosley, & Amos Curteyne.	Oxoniae	Latin	Oxford
1667	Guilelmi Oughtred Ætonesis...quondam Collegii Regalis in Cantabrigia Socii, clavis mathematicae denuo limata, sive potius fabricata: Cum aliis quibusdam ejusdem commentationibus, quæ in sequenti pagina recensentur..	Oxoniae : typis Lichfieldianis, Acad. typog. Veneunt apud Joh. Crosley, & Amos Curteyne.	Oxoniae	Latin	University of London – ULRLS
1667	Guilelmi Oughtred Clavis Mathematicae denuo limata: sive potius fabricata. Cum aliis quibusdam ejusdem commentationibus, quae in sequenti pagina recensentur.	Oxoniae : typis Lichfieldianis. Veneunt apud Joh. Crosley & Amos Curteyne.	Oxoniae	Latin	Edinburg
1667	Guilelmi Oughtred Clavis Mathematicae denuo limata: sive potius fabricata. Cum aliis quibusdam ejusdem commentationibus, quae in sequenti pagina recensentur.	Oxoniae : typis Lichfieldianis. Veneunt apud Joh. Crosley & Amos Curteyne.	Oxoniae	Latin	Cambridge
1667	Guilelmi Oughtred Clavis Mathematicae denuo limata: sive potius fabricata. Editio quarta auctior & emendatior	Oxoniae : typis Lichfieldianis. Veneunt apud Joh. Crosley & Amos Curteyne.	Oxoniae	Latin	Liverpool
1667	Guilelmi Oughtred Clavis Mathematicae denuo limata.	Oxoniae	Oxoniae	Latin	Aberdeen
1667	Guilelmi Oughtred Ætonesis... Clavis Mathematicae denuo limata: sive potius fabricata. Cum aliis quibusdam ejusdem commentationibus... (partem illam quae geometricam horologiorum sciotericorum rationem tradit ex anglico idiomate in Latinum velit... C. Wren). Editio tertia auctior, etc. MS. notes.	Oxoniae	Oxoniae	Latin	British Library
1667	Guilelmi Oughtred Ætonesis (eletronic resource) quondam collegii regalis in Cantabrigia socii, clavis mathematicæ denuo limata, sive potius fabricata. Editio quarto auctior & emendatior.	Oxoniae : typis Lichfieldianis, veneunt apud Joh. Crosley & Amos Curteyne.	Oxoniae	Latin	Liverpool
1693	Clavis Mathematica denuo limata, sive, Potius fabricata: cum aliis quibusdam ejusdem	Oxoniae : Excudebat	Oxoniae	Latin	Cambridge

	commentationibus, quae in sequenti pagina recensetur.	Leon. Lichfield			
1693	Clavis Mathematica denuo limata, sive, Potius fabricata: cum allis quibusdam ejusdem commentationibus, quae in sequenti pagina recensetur (eletronic resource).	Oxoniae : Excudebat Leon. Lichfield	Oxoniae	Latin	Manchester
1693	Clavis Mathematica denuo limata, sive, Potius fabricata: cum allis quibusdam ejusdem commentationibus, quae in sequenti pagina recensetur (eletronic resource).	Oxoniae : Excudebat Leon. Lichfield	Oxoniae	Latin	Sheffield
1693	Clavis Mathematica denuo limata, sive, Potius fabricata: cum allis quibusdam ejusdem commentationibus, quae in sequenti pagina recensetur (eletronic resource).	Oxoniae : Excudebat Leon. Lichfield	Oxoniae	Latin	Glasgow
1693	Clavis Mathematica denuo limata, sive, Potius fabricata: cum allis quibusdam ejusdem commentationibus, quae in sequenti pagina recensetur (microform).	Oxoniae : Excudebat Leon. Lichfield	Oxoniae	Latin	Cambridge
1693	Clavis Mathematica denuo limata, sive, Potius fabricata: cum allis quibusdam ejusdem commentationibus, quae in sequenti pagina recensetur (microform).	Oxoniae : Excudebat Leon. Lichfield	Oxoniae	Latin	Leeds
1693	Clavis Mathematica denuo limata, sive, Potius fabricata: cum allis quibusdam ejusdem commentationibus, ...	Oxonii	Oxoniae	Latin	Glasgow
1693	Guilelmi Oughtred Ætonesis...quondam Collegii Regalis in Cantabrigia Socii, clvis mathematicae denuo limata, sive potius fabricata: Cum aliis quibusdam ejusdem commentationibus, quæ in sequenti pagina recensentur..	Oxoniae : Excudebat Leon. Lichfield., Anno Dom. MDCXCIII	Oxoniae	Latin	Oxford
1693	Guilelmi Oughtred Ætonesis...quondam Collegii Regalis in Cantabrigia Socii, clvis mathematicae denuo limata, sive potius fabricata: Cum aliis quibusdam ejusdem commentationibus, quæ in sequenti pagina recensentur..	Oxoniae : Excudebat Leon. Lichfield., Anno Dom. MDCXCIII	Oxoniae	Latin	English Short Title Catalogue
1693	Guilelmi Oughtred Ætonesis...quondam Collegii Regalis in Cantabrigia Socii, clvis mathematicae denuo limata, sive potius fabricata: Cum aliis quibusdam ejusdem commentationibus, quæ in sequenti pagina recensentur..	Oxoniae : Excudebat Leon. Lichfield.	Oxoniae	Latin	University of London – ULRLS
1693	Guilelmi Oughtred Ætonesis... Clavis Mathematicae denuo limata: sive potius fabricata. Cum aliis quibusdam ejusdem commentationibus... (partem illam quae geometricam horologiorum sciotericorum rationem tradit ex anglico idiomate in Latinum velit... C. Wren). Editio tertia auctior, etc. MS. notes.	Oxoniae	Oxoniae	Latin	British Library
1694	Mr. William Oughtred's Key of the mathematicks (eletronic resource) / newly translated from the best edition, with notes rendring it easie and intelligible to less skilful readers in which also, some problems left vnanswer'd by the author are resolv'd: absolutely necessary for all gagers, surveyors, gunners, military officers, manners, & c.	London : Printed for John Salusbury	London	English	Manchester
1694	Mr. William Oughtred's Key of the mathematicks (eletronic resource) / newly translated from the best edition, with notes rendring it easie and intelligible to less skilful readers in which also, some problems left vnanswer'd by the author are resolv'd: absolutely necessary for all gagers, surveyors, gunners, military officers, manners, & c.	London : Printed for John Salusbury	London	English	Sheffield
1694	Mr. William Oughtred's Key of the mathematicks (eletronic resource) / newly translated from the best edition, with notes rendring it easie and intelligible to less skilful readers in which also, some problems left vnanswer'd by the author are resolv'd: absolutely necessary for all gagers, surveyors, gunners, military officers, manners, & c.	London : Printed for John Salusbury	London	English	Glasgow
1694	Mr. William Oughtred's Key of the mathematicks (eletronic resource) / newly translated from the best edition, with notes rendring it easie and intelligible to less skilful readers in which also, some problems left vnanswer'd by the author are resolv'd: absolutely necessary for all gagers, surveyors, gunners, military	London : Printed for John Salusbury	London	English	Edinburg

	officers, manners, & c.				
1694	Mr. William Oughtred's Key of the mathematicks (eletronic resource) / newly translated from the best edition, with notes rendring it easie and intelligible to less skilful readers in which also, some problems left vnanswer'd by the author are resolv'd: absolutely necessary for all gagers, surveyors, gunners, military officers, manners, & c.	London : Printed for John Salusbury	London	English	Newcastle
1694	Mr. William Oughtred's Key of the mathematicks (eletronic resource) / newly translated from the best edition, with notes rendring it easie and intelligible to less skilful readers in which also, some problems left vnanswer'd by the author are resolv'd: absolutely necessary for all gagers, surveyors, gunners, military officers, manners, & c.	London : Printed for John Salusbury	London	English	Cambridge
1694	Mr. William Oughtred's Key of the mathematicks (eletronic resource) / newly translated from the best edition, with notes rendring it easie and intelligible to less skilful readers in which also, some problems left vnanswer'd by the author are resolv'd: absolutely necessary for all gagers, surveyors, gunners, military officers, manners, & c.	London : Printed for John Salusbury	London	English	Leeds
1694	Mr. William Oughtred's Key of the mathematicks (eletronic resource) / newly translated from the best edition, with notes rendring it easie and intelligible to less skilful readers in which also, some problems left vnanswer'd by the author are resolv'd: absolutely necessary for all gagers, surveyors, gunners, military officers, manners, & c. Recommended by Mr. E. Halley, Fellow of the Royal Society.	London : Printed for John Salusbury, at the Rising-Sun in Cornhil, MDCXCIV	London	English	English Short Title Catalogue
1694	Mr. William Oughtred's Key of the mathematicks (eletronic resource) / newly translated from the best edition, with notes rendring it easie and intelligible to less skilful readers in which also, some problems left vnanswer'd by the author are resolv'd: absolutely necessary for all gagers, surveyors, gunners, military officers, manners, & c. Recommended by Mr. E. Halley, Fellow of the Royal Society.	London : Printed for John Salusbury, at the Rising-Sun in Cornhil, MDCXCIV	London	English	Birmigham
1694	Mr. William Oughtred's Key of the mathematicks (eletronic resource) / newly translated from the best edition, with notes rendring it easie and intelligible to less skilful readers in which also, some problems left vnanswer'd by the author are resolv'd: absolutely necessary for all gagers, surveyors, gunners, military officers, manners, & c. Recommended by Mr. E. Halley, Fellow of the Royal Society.	London : Printed for John Salusbury, at the Rising-Sun in Cornhil, MDCXCIV	London	English	Cambridge
1694	Mr. William Oughtred's Key of the mathematicks (eletronic resource) / newly translated from the best edition, with notes rendring it easie and intelligible to less skilful readers in which also, some problems left vnanswer'd by the author are resolv'd: absolutely necessary for all gagers, surveyors, gunners, military officers, manners, & c.	London : Printed for John Salusbury, at the Rising-Sun in Cornhil, MDCXCIV	London	English	UCL (University College of London)
1694	Mr. William Oughtred's Key of the mathematicks (eletronic resource) / newly translated from the best edition, with notes rendring it easie and intelligible to less skilful readers in which also, some problems left vnanswer'd by the author are resolv'd: absolutely necessary for all gagers, surveyors, gunners, military officers, manners, & c.	London : Printed for John Salusbury, at the Rising-Sun in Cornhil, MDCXCIV	London	English	University of London - ULRLS
1694	Mr. William Oughtred's Key of the mathematicks: newly translated from the best edition, with notes rendring it easie and intelligible to less skilful readers in which also, some problems left vnanswer'd by the author are resolv'd. Absolutely necessary all gagers, surveyors, gunners, military-officers, mariners &c. Recommended by Mr. E. Halley, Fellow of the Royal Society.	London : Printed for John Salusbury, at the Rising-Sun in Cornhil, MDCXCIV	London	English	Durham
1698	Guilelmi Oughtred Clavis Mathematicae...Editio quinta...Ex recognitione D. J. Wallis, etc.	Oxoniae	Oxoniae	Latin	British Library
1698	Guilelmi Oughtred Aetonesis (eletronic resource) quondam collegii regalis in Cantabrigia socii, clavis mathematicae denuo limata, sive potius fabricata. Cum aliis quibusdam ejusdem commentationibus, quae in sequenti pagina recensentur. Editio quinta	Oxoniae : typis Leon. Lichfield: impensis Tho. Leigh ad insigne	Oxoniae	Latin	Sheffield

	auctor & emendator. Ex recognitione D. Johannis Wallis, S.T.D. Geometriæ professoris saviliani.	pavonis juxta ecclesiam S. Dunstani, Lond.			
1698	Guilelmi Oughtred Ætonesis (eletronic resource) quondam collegii regalis in Cantabrigia socii, clavis mathematicæ denuo limata, sive potius fabricata. Cum aliis quibusdam ejusdem commentationibus, quæ in sequenti pagina recensentur. Editio quinta auctor & emendator. Ex recognitione D. Johannis Wallis, S.T.D. Geometriæ professoris saviliani.	Oxonianæ : typis Leon. Lichfield: impensis Tho. Leigh ad insigne pavonis juxta ecclesiam S. Dunstani, Lond.	Oxonianæ	Latin	Glasgow
1698	Guilelmi Oughtred Ætonesis (eletronic resource) quondam collegii regalis in Cantabrigia socii, clavis mathematicæ denuo limata, sive potius fabricata. Cum aliis quibusdam ejusdem commentationibus, quæ in sequenti pagina recensentur. Editio quinta auctor & emendator. Ex recognitione D. Johannis Wallis, S.T.D. Geometriæ professoris saviliani.	Oxonianæ : typis Leon. Lichfield: impensis Tho. Leigh ad insigne pavonis juxta ecclesiam S. Dunstani, Lond.	Oxonianæ	Latin	Manchester
1698	Guilelmi Oughtred Ætonesis (eletronic resource) quondam collegii regalis in Cantabrigia socii, clavis mathematicæ denuo limata, sive potius fabricata. Cum aliis quibusdam ejusdem commentationibus, quæ in sequenti pagina recensentur. Editio quinta auctor & emendator. Ex recognitione D. Johannis Wallis, S.T.D. Geometriæ professoris saviliani.	Oxonianæ : typis Leon. Lichfield: impensis Tho. Leigh ad insigne pavonis juxta ecclesiam S. Dunstani, Lond.	Oxonianæ	Latin	Leeds
1698	Guilelmi Oughtred Ætonesis (eletronic resource) quondam collegii regalis in Cantabrigia socii, clavis mathematicæ denuo limata, sive potius fabricata. Cum aliis quibusdam ejusdem commentationibus, quæ in sequenti pagina recensentur. Editio quinta auctor & emendator. Ex recognitione D. Johannis Wallis, S.T.D. Geometriæ professoris saviliani.	Oxonianæ : typis Leon. Lichfield: impensis Tho. Leigh ad insigne pavonis juxta ecclesiam S. Dunstani, Lond.	Oxonianæ	Latin	English Short Title Catalogue
1698	Guilelmi Oughtred Ætonesis (eletronic resource) quondam collegii regalis in Cantabrigia socii, clavis mathematicæ denuo limata, sive potius fabricata. Cum aliis quibusdam ejusdem commentationibus, quæ in sequenti pagina recensentur. Editio quinta auctor & emendator. Ex recognitione D. Johannis Wallis, S.T.D. Geometriæ professoris saviliani.	Oxonianæ : typis Leon. Lichfield: impensis Tho. Leigh ad insigne pavonis juxta ecclesiam S. Dunstani, Lond.	Oxonianæ	Latin	Newcastle
1698	Guilelmi Oughtred Ætonesis (eletronic resource) quondam collegii regalis in Cantabrigia socii, clavis mathematicæ denuo limata, sive potius fabricata. Cum aliis quibusdam ejusdem commentationibus, quæ in sequenti pagina recensentur. Editio quinta auctor & emendator. Ex recognitione D. Johannis Wallis, S.T.D. Geometriæ professoris saviliani.	Oxonianæ : typis Leon. Lichfield: impensis Tho. Leigh ad insigne pavonis juxta ecclesiam S. Dunstani, Lond.	Oxonianæ	Latin	Edinburg
1698	Guilelmi Oughtred Ætonesis (eletronic resource) quondam collegii regalis in Cantabrigia socii, clavis mathematicæ denuo limata, sive potius fabricata. Cum aliis quibusdam ejusdem commentationibus, quæ in sequenti pagina recensentur.	Oxonianæ : typis Leon. Lichfield: impensis Tho. Leigh ad insigne pavonis juxta ecclesiam S. Dunstani, Lond.	Oxonianæ	Latin	University of London – ULRLS'
1702	Mr. William Oughtred's Key of the mathematicks: newly translated from the best edition, with notes rendring it easie and intelligible to less skilful readers in which also, some problems left vnanswer'd by the author are resolv'd. Absolutely necessary all gagers, surveyors, gunners, military-officers, mariners &c. Recommended by Mr. E. Halley, Fellow of the Royal Society.	London : printed for Ralph Smith.	London	English	UCL (University College london)

1702	Mr. William Oughtred's Key of the mathematicks: newly translated from the best edition, with notes rendring it easie and intelligible to less skilful readers in which also, some problems left vnanswer'd by the author are resolv'd. Absolutely necessary all gagers, surveyors, gunners, military-officers, mariners &c. Recommended by Mr. E. Halley, Fellow of the Royal Society.	London : printed for Ralph Smith.	London	English	UCL (University College london)
1702	Mr. William Oughtred's Key of the mathematicks: newly translated from the best edition, with notes rendring it easie and intelligible to less skilful readers in which also, some problems left vnanswer'd by the author are resolv'd. Absolutely necessary all gagers, surveyors, gunners, military-officers, mariners &c. Recommended by Mr. E. Halley, Fellow of the Royal Society.	London : printed for Ralph Smith at the Bible under the Piazza of the Royal-Exchange, Cornhil.	London	English	English Short Title Catalogue
1702	Mr. William Oughtred's Key of the mathematicks: newly translated from the best edition, with notes rendring it easie and intelligible to less skilful readers in which also, some problems left vnanswer'd by the author are resolv'd...	London : printed for Ralph Smith.	London	English	National Library of Scotland
1702	Mr. William Oughtred's Key of the mathematicks: newly translated from the best edition, with notes rendring it easie and intelligible to less skilful readers in which also, some problems left vnanswer'd by the author are resolv'd... (eletronic resource)	London : printed for Ralph Smith	London	English	Glasgow
1702	Mr. William Oughtred's Key of the mathematicks: newly translated from the best edition, with notes rendring it easie and intelligible to less skilful readers in which also, some problems left vnanswer'd by the author are resolv'd... (eletronic resource)	London : printed for Ralph Smith	London	English	Edinburg
1702	Mr. William Oughtred's Key of the mathematicks: newly translated from the best edition, with notes rendring it easie and intelligible to less skilful readers in which also, some problems left vnanswer'd by the author are resolv'd... (eletronic resource)	London : printed for Ralph Smith	London	English	Sheffield
1702	Mr. William Oughtred's Key of the mathematicks: newly translated from the best edition, with notes rendring it easie and intelligible to less skilful readers in which also, some problems left vnanswer'd by the author are resolv'd... (eletronic resource)	London : printed for Ralph Smith	London	English	Manchester
1702	Mr. William Oughtred's Key of the mathematicks: newly translated from the best edition, with notes rendring it easie and intelligible to less skilful readers in which also, some problems left vnanswer'd by the author are resolv'd... (eletronic resource)	London : printed for Ralph Smith	London	English	Leeds
1794	Key of the mathematicks. Newly translated from the best edition with notes, rendering it easie and intelligible to less skifull readers.	s/ informação	London	English	English Short Title Catalogue
1662/ 1667	Clavis mathematicae denuo limata sive potius fabricata. Cum allis quibusdam commentationibus...	Oxonii	Oxoniae	Latin	Glasgow

Anexo 3

LEVANTAMENTO DE EDIÇÕES DE *MATHEMATICAL RECREATIONS*

ANO PUB.	TÍTULO	EDITOR	LOCAL	IDIOMA	LOCALIZAÇÃO
1633	Mathematical Recreations - or, A collection of many problems extracted out of the ancient and modern philosophers: as, secrets and experiments in arithmetick, geometry, cosmography, horologiography / written first in Greek and Latin, lately compil'd in French by Henry van Etten [pseud.], and now in English ... whereunto is added, The description and use of the double horizontal dial, and the general horological ring: invented and written by William Oughtred.	T. Cotes for Richard Hawkins	London	English	UCL - University College of London
1633	Mathematical recreations. Or a collection of sundrie problemes, extracted out of the ancient and moderne philosophers, as secrets in nature, and experiments in arithmeticke, geometrie ... etc lately compiled in French, by Henry van Etten Gent. And now delivered in the English tongue [by William Oughtred]	T. Cotes for Richard Hawkins	London	English	Imperial College
1633	Mathematical recreations. Or a collection of sundrie problemes, extracted out of the ancient and moderne philosophers, as secrets in nature, and experiments in arithmeticke, geometrie ... etc lately compiled in French, by Henry van Etten Gent. And now delivered in the English tongue [by William Oughtred]	T. Cotes for Richard Hawkins	London	English	Durham
1633	Mathematical recreations. Or a collection of sundrie problemes, extracted out of the ancient and moderne philosophers, as secrets in nature, and experiments in arithmeticke, geometrie ... etc lately compiled in French, by Henry van Etten Gent. And now delivered in the English tongue [by William Oughtred]	T. Cotes for Richard Hawkins	London	English	Sheffield
1633	Mathematical recreations. Or a collection of sundrie problemes, extracted out of the ancient and moderne philosophers, as secrets in nature, and experiments in arithmeticke, geometrie ... etc lately compiled in French, by Henry van Etten Gent. And now delivered in the English tongue [by William Oughtred]	T. Cotes for Richard Hawkins	London	English	Glasgow
1633	Mathematical recreations. Or a collection of sundrie problemes, extracted out of the ancient and moderne philosophers, as secrets in nature, and experiments in arithmeticke, geometrie ... etc lately compiled in French, by Henry van Etten Gent. And now delivered in the English tongue [by William Oughtred]	T. Cotes for Richard Hawkins	London	English	Manchester
1633	Mathematical recreations. Or a collection of sundrie problemes, extracted out of the ancient and moderne philosophers, as secrets in nature, and experiments in arithmeticke, geometrie ... etc lately compiled in French, by Henry van Etten Gent. And now delivered in the English tongue [by William Oughtred]	T. Cotes for Richard Hawkins	London	English	Newcastle
1633	Mathematical recreations. Or a collection of sundrie problemes, extracted out of the ancient and moderne philosophers, as secrets in nature, and experiments in arithmeticke, geometrie ... etc lately compiled in French, by Henry van Etten Gent. And now delivered in the English tongue [by William Oughtred]	T. Cotes for Richard Hawkins	London	English	Edinburg
1633	Mathematical recreations. Or a collection of sundrie problemes, extracted out of the ancient and moderne philosophers, as secrets in nature, and experiments in arithmeticke, geometrie ... etc lately compiled in French, by Henry van Etten Gent. And now delivered in the English tongue [by William Oughtred]	T. Cotes for Richard Hawkins	London	English	Birmingham
1633	Mathematical recreations. Or a collection of sundrie problemes, extracted out of the ancient and moderne philosophers, as secrets in nature, and experiments in arithmeticke, geometrie ... etc lately compiled in	T. Cotes for Richard Hawkins	London	English	Leeds

	French, by Henry van Etten Gent. And now delivered in the English tongue [by William Oughtred]				
1633	Mathematical recreations. Or a collection of sundrie problemes, extracted out of the ancient and moderne philosophers, as secrets in nature, and experiments in arithmeticke, geometrie ... etc lately compiled in French, by Henry van Etten Gent. And now delivered in the English tongue [by William Oughtred]	T. Cotes for Richard Hawkins	London	English	Oxford
1633	Mathematical recreations. Or a collection of sundrie problemes, extracted out of the ancient and moderne philosophers, as secrets in nature, and experiments in arithmeticke, geometrie ... etc lately compiled in French, by Henry van Etten Gent. And now delivered in the English tongue [by William Oughtred]	T. Cotes for Richard Hawkins	London	English	English Short Title Catalogue
1633	Mathematical recreations. Or a collection of sundrie problemes, extracted out of the ancient and moderne philosophers, as secrets in nature, and experiments in arithmeticke, geometrie ... etc lately compiled in French, by Henry van Etten Gent. And now delivered in the English tongue [by William Oughtred]	T. Cotes for Richard Hawkins	London	English	Trinity College Dublin
1633	Mathematical recreations. Or a collection of sundrie problemes, extracted out of the ancient and moderne philosophers, as secrets in nature, and experiments in arithmeticke, geometrie ... etc lately compiled in French, by Henry van Etten Gent. And now delivered in the English tongue [by William Oughtred]	T. Cotes for Richard Hawkins	London	English / French	Welcome Library
1633	Mathematical recreations. Or a collection of sundrie problemes, extracted out of the ancient and moderne philosophers, as secrets in nature, and experiments in arithmeticke, geometrie ... etc lately compiled in French, by Henry van Etten Gent. And now delivered in the English tongue [by William Oughtred]	T. Cotes for Richard Hawkins	London	English / French	Oxford
1633	Mathematical recreations. Or a collection of sundrie problemes, extracted out of the ancient and moderne philosophers, as secrets in nature, and experiments in arithmeticke, geometrie ... etc lately compiled in French, by Henry van Etten Gent. And now delivered in the English tongue [by William Oughtred]	T. Cotes for Richard Hawkins	London	English / French	British Library
1633	Mathematical recreations. Or a collection of sundrie problemes, extracted out of the ancient and moderne philosophers, as secrets in nature, and experiments in arithmeticke, geometrie ... etc lately compiled in French, by Henry van Etten Gent. And now delivered in the English tongue [by William Oughtred]	T. Cotes for Richard Hawkins	London	English / French	Cambridge
1652-1653	Mathematicall recreations. A collection of many problems lately compil'd in French and now in English, with the examinations and aurgmentations of divers modern mathematicians.	s/ identificação	London	English	Glasgow
1653	Mathematical Recreations - or, A collection of many problems extracted out of the ancient and modern philosophers: as, secrets and experiments in arithmeticke, geometry, cosmography, horologiography / written first in Greek and Latin, lately compil'd in French by Henry van Etten [pseud.], and now in English ... whereunto is added, The description and use of the double horizontal dial, and the general horological ring: invented and written by William Oughtred.	William Leake, and John Leake	London	English	UCL - University College of London
1653	Mathematical Recreations - or, A collection of many problems extracted out of the ancient and modern philosophers: as, secrets and experiments in arithmeticke, geometry, cosmography, horologiography / written first in Greek and Latin, lately compil'd in French by Henry van Etten [pseud.], and now in English ... whereunto is added, The description and use of the double horizontal dial, and the general horological ring: invented and written by William Oughtred	William Leake, and John Leake	London	English	University of London - ULRLS
1653	Mathematical Recreations - or, A collection of many problems extracted out of the ancient and modern philosophers: as, secrets and experiments in arithmeticke, geometry, cosmography, horologiography / written first in Greek and Latin, lately compil'd in French by Henry van Etten [pseud.], and now in English ... whereunto is added, The	William Leake, and John Leake	London	English	Oxford

	description and use of the double horizontal dial, and the general horological ring: invented and written by William Oughtred				
1653	Mathematical Recreations - or, A collection of many problems extracted out of the ancient and modern philosophers: as, secrets and experiments in arithmetick, geometry, cosmography, horologiography / written first in Greek and Latin, lately compil'd in French by Henry van Etten [pseud.], and now in English ... whereunto is added, The description and use of the double horizontal dial, and the general horological ring: invented and written by William Oughtred	William Leake, and John Leake	London	English	Birmingham
1653	Mathematical Recreations - or, A collection of many problems extracted out of the ancient and modern philosophers: as, secrets and experiments in arithmetick, geometry, cosmography, horologiography / written first in Greek and Latin, lately compil'd in French by Henry van Etten [pseud.], and now in English ... whereunto is added, The description and use of the double horizontal dial, and the general horological ring: invented and written by William Oughtred	William Leake, and John Leake	London	English	Oxford
1653	Mathematical Recreations - or, A collection of many problems extracted out of the ancient and modern philosophers: as, secrets and experiments in arithmetick, geometry, cosmography, horologiography / written first in Greek and Latin, lately compil'd in French by Henry van Etten [pseud.], and now in English ... whereunto is added, The description and use of the double horizontal dial, and the general horological ring: invented and written by William Oughtred	William Leake, and John Leake	London	English	Glasgow
1653	Mathematical Recreations - or, A collection of many problems extracted out of the ancient and modern philosophers: as, secrets and experiments in arithmetick, geometry, cosmography, horologiography / written first in Greek and Latin, lately compil'd in French by Henry van Etten [pseud.], and now in English ... whereunto is added, The description and use of the double horizontal dial, and the general horological ring: invented and written by William Oughtred	William Leake, and John Leake	London	English	Birmingham
1653	Mathematical Recreations - or, A collection of many problems extracted out of the ancient and modern philosophers: as, secrets and experiments in arithmetick, geometry, cosmography, horologiography / written first in Greek and Latin, lately compil'd in French by Henry van Etten [pseud.], and now in English ... whereunto is added, The description and use of the double horizontal dial, and the general horological ring: invented and written by William Oughtred	William Leake, and John Leake	London	English	British Library
1674	Mathematical Recreations - / written first in Greek and Latin, lately compil'd in French by Henry van Etten [actually by Leurechon] ; wherunto is added, the description and use of the double horizontal dial, and the general horological ring: invented and written by William Oughtred.	William Leake, and John Leake	London	English	University of London – ULRLS
1674	Mathematical recreations: or, a collection of many problems extracted out of ancient and modern philosophers: as secrets and experiments ... not vulgarly manifest till now. Written first in Greek and Latin, lately compil'd in French by Henry Van Etten, and now in English ... Whereunto is added, the description and use of the double horizontal dial, and the general horological ring; invented and written by William Oughtred / [Leurechon].	s/ identificação	London	English	Glasgow
1674	Mathematical recreations: or, a collection of many problems extracted out of ancient and modern philosophers: as secrets and experiments ... not vulgarly manifest till now. Written first in Greek and Latin, lately compil'd in French by Henry Van Etten, and now in English ... Whereunto is added, the description and use of the double horizontal dial,	William Leake, and John Leake	London	English	Imperial College

	and the general horological ring; invented and written by William Oughtred / [Leurechon].				
1674	Mathematical recreations: or, a collection of many problems extracted out of ancient and modern philosophers: as secrets and experiments ... not vulgarly manifest till now. Written first in Greek and Latin, lately compil'd in French by Henry Van Etten, and now in English ... Whereunto is added, the description and use of the double horizontal dial, and the general horological ring; invented and written by William Oughtred / [Leurechon].	William Leake, and John Leake	London	English	Cambridge
1674	Mathematical recreations: or, a collection of many problems extracted out of ancient and modern philosophers: as secrets and experiments ... not vulgarly manifest till now. Written first in Greek and Latin, lately compil'd in French by Henry Van Etten, and now in English ... Whereunto is added, the description and use of the double horizontal dial, and the general horological ring; invented and written by William Oughtred / [Leurechon].	William Leake, and John Leake	London	English	Sheffield
1674	Mathematical recreations: or, a collection of many problems extracted out of ancient and modern philosophers: as secrets and experiments ... not vulgarly manifest till now. Written first in Greek and Latin, lately compil'd in French by Henry Van Etten, and now in English ... Whereunto is added, the description and use of the double horizontal dial, and the general horological ring; invented and written by William Oughtred / [Leurechon].	William Leake, and John Leake	London	English	Oxford
1674	Mathematical recreations: or, a collection of many problems extracted out of ancient and modern philosophers: as secrets and experiments ... not vulgarly manifest till now. Written first in Greek and Latin, lately compil'd in French by Henry Van Etten, and now in English ... Whereunto is added, the description and use of the double horizontal dial, and the general horological ring; invented and written by William Oughtred / [Leurechon].	William Leake, and John Leake	London	English	National Library Of Scotland
1674	Mathematical recreations: or, a collection of many problems extracted out of ancient and modern philosophers: as secrets and experiments ... not vulgarly manifest till now. Written first in Greek and Latin, lately compil'd in French by Henry Van Etten, and now in English ... Whereunto is added, the description and use of the double horizontal dial, and the general horological ring; invented and written by William Oughtred / [Leurechon].	William Leake, and John Leake	London	English	English Short Title Catalogue
1674	Mathematical recreations: or, a collection of many problems extracted out of ancient and modern philosophers: as secrets and experiments ... not vulgarly manifest till now. Written first in Greek and Latin, lately compil'd in French by Henry Van Etten, and now in English ... Whereunto is added, the description and use of the double horizontal dial, and the general horological ring; invented and written by William Oughtred / [Leurechon].	William Leake, and John Leake	London	English	Cambridge
1674	Mathematical recreations: or, a collection of many problems extracted out of ancient and modern philosophers: as secrets and experiments ... not vulgarly manifest till now. Written first in Greek and Latin, lately compil'd in French by Henry Van Etten, and now in English ... Whereunto is added, the description and use of the double horizontal dial, and the general horological ring; invented and written by William Oughtred / [Leurechon].	William Leake, and John Leake	London	English	Cambridge
1674	Mathematical recreations: or, a collection of many problems extracted out of ancient and modern philosophers: as secrets and experiments ... not vulgarly manifest till now. Written first in Greek and Latin, lately compil'd in French by Henry Van Etten, and now in English ... Whereunto is added, the description and use of the double horizontal dial, and the general horological ring; invented and written by William Oughtred / [Leurechon].	s/ identificação	London	English	Oxford

1674	Mathematical recreations: or, a collection of many problems extracted out of ancient and modern philosophers: as secrets and experiments ... not vulgarly manifest till now. Written first in Greek and Latin, lately compil'd in French by Henry Van Etten, and now in English ... Whereunto is added, the description and use of the double horizontal dial, and the general horological ring; invented and written by William Oughtred / [Leurechon].	William Leake, and John Leake	London	English / French	Welcome Library
1674	Mathematical recreations: or, a collection of many problems extracted out of ancient and modern philosophers: as secrets and experiments ... not vulgarly manifest till now. Written first in Greek and Latin, lately compil'd in French by Henry Van Etten, and now in English ... Whereunto is added, the description and use of the double horizontal dial, and the general horological ring; invented and written by William Oughtred / [Leurechon].	William Leake, and John Leake	London	English / French	British Library

Anexo 4

Tradução livre, feita pela a aluna, para o português do texto: *The New Artificial Gauging Line or Rod*.

Autor do texto: William Oughtred – 1633.

A NOVA LINHA OU RÉGUA ARTIFICIAL PARA MEDIR:

Juntamente com as regras a respeito de seu uso.

Inventado e escrito por William Oughtred que, com a devida e respectiva observação, apresentou o mesmo

Ao justo [e] Ilustre LL. Sir NICOLAS RAINTON, Prefeito⁷² de Londres, neste presente ano, e a RALFE FREEMAN, Vereador, eleito para o ano corrente. E ao venerável GEORGE ETHR [...] último Mestre e ao Capitão IOHN MILLBE, atual Mestre da Companhia de Mercadores de vinhos.

E a corpo de trabalhadores dessa justa [e] venerável sociedade.

Justo, Ilustre e Venerável [Sr.]

Eu não duvido que, assim como todo trabalho digno e louvável está sujeito à difamação e a má elaboração, assim, minha boa intenção e vantajosa invenção, que eu aqui apresento para vocês, Senhores Justos e Ilustres, e a você, Venerável e Justo, para cuja clientela eu dirijo tanto a mim quanto a ela, deverá se defrontar com alguns censores muito inquisitivos e arrogantes, que julgam e

⁷² *Lord Major* = prefeito

dizem erroneamente a esse respeito⁷³: mas não para a arte (contra a qual eu me convenço que eles deverão encontrar poucos motivos para se oporem), ainda mais em relação ao meu especial chamado: Do auge e da dignidade dos quais, tais pequenas e baixas cogitações possam parecer ser indignas.

Mas pode satisfazê-los considerar que a Teologia é *ἐπιστήμη μάλιστα ἰσχυρο-νική καὶ ἀσχηματικὴ* (texto em grego, não traduzido), a principal e primeira dama e a soberana de todas as outras faculdades, em que todos os chamados nesta vida, para a sua justa, fiel, e consciente execução, estão em conformidade e são explicáveis.

E visto que Deus ordenou, com sua sagrada palavra, não somente acabar com o mal, mas também aprender a fazer o bem e buscar o discernimento; este [ser] Divino pode ser pensado como o melhor para executar seu trabalho, que não somente reprovará a injustiça e o mau comportamento, mas que também deverá, até mesmo nas ações particulares, informar a consciência do que é certo e de como executá-lo. Eu tenho me esforçado para realizar isto.

A santa Escritura freqüentemente mostra a aversão aos pesos falsos e enganadores e proíbe usar injustamente a linha, o peso ou a medida: e disse-nos que um peso verdadeiro e um equilíbrio justo são do Senhor e que todos os pesos no saco são seu trabalho. Se eu, por isso, graças à ajuda de Deus e do conhecimento que ele teve o prazer de me dar, verei mostrar a esta renomada Cidade, uma linha (régua) e uma regra para medir os recipientes de acordo com a verdadeira arte e ensinar de que maneira corrigir um erro, que teve por algum tempo (pela ignorância dos melhores) usurpado o lugar da verdade, e que, com muito mais facilidade, é então realizado:

⁷³ Ou seja, da “invenção”

Eu espero não ser julgado, injustamente, por ter me desviado para fora dos limites da minha profissão e vocação. Agora, as circunstâncias nas quais eu o inventei foram estas.

Há muitos anos, projetei um instrumento para meu próprio uso, que chamei “os círculos da proporção”: que é nada mais do que os Logaritmos dos números, senos e Tangentes ajustados aos círculos. E eu escrevi em latim sobre os seus vários usos, não só nos cálculos aritméticos, geométricos e astronômicos, mas também em diversos outros cálculos, práticas e questões, que ocorrem na sociedade civil e na convivência da humanidade: dentre estes usos, um esteve relacionado à mensuração ou à medida de recipientes: os quais tendo a forma esferóide, ou parecida com uma grande esfera, com as duas extremidades igualmente cortadas (como, geralmente, supuseram os antigos e os escritores mais recentes e que, na fabricação de tais recipientes, ainda é visado pelos fabricantes), eu transferi, desprovido das razões e das descobertas desse artista muito admirável, Archimedes, a forma verdadeira e artificial de encontrar seus diversos conteúdos: e a apliquei ao uso do meu instrumento, com tanta facilidade e diligência como eu pude. Eu não discursi de maneira alguma a respeito de ondas mecânicas feitas por outros homens, tampouco refutei qualquer um de seus erros, mas eu só, francamente e positivamente, entreguei a verdade.

Eu estava de acordo, persuadido por um amigo meu, que se ofereceu para traduzir estas minhas notas e este meu instrumento (após muitos anos), que ele deveria mostrá-los e torná-los comum, mesmo eu não tendo nenhuma participação nessa publicação.

Quando a tradução já estava pronta para a impressão, o meu amigo tendo examinado que o Mestre Gunter em seu segundo livro de Crosse Staffe, capítulo

4, escrito de modo obscuro sobre a medida de recipientes, perguntou - me o que ele quis dizer por: meio diâmetro de acordo com o modo usual? Eu lhe respondi que, na maneira usual da arte, não havia média ou meio, mas sim o meio entre os dois termos extremos em alguma proporção: e que toda proporção sendo ou Aritmética, ou geométrica, ou Musical, ele, sendo um estudioso e um artista, deve necessariamente (como eu pensava) compreender meio por um desses três [sentidos]: e muito provavelmente a média aritmética, que é o maior deles. Pois supondo que dois termos extremos são 9 e 4, a média aritmética entre eles é 6, que é a metade da soma dos dois: a média geométrica é $6\sqrt{2}$; e a média em proporção musical é $5\frac{2}{3}$. E ainda eu disse que a média aritmética é muito pequena, como eu provei ao medir uma viga bem fina: muito mais do que qualquer um dos dois intervalos. E a arte não proporcionou nenhum outro diâmetro médio, que pudesse dar o verdadeiro conteúdo de um esferóide.

O meu amigo respondeu, Mestre Gunter é geralmente reconhecido por ser um homem habilidoso e você é completamente desconhecido: ele verá que o seu livro discordará dos documentos dele e, sem nenhum trabalho, ele rejeita-lo-á; portanto, será melhor você escrever, em poucas linhas, por que você discorda do Sr. Günter e mostrar que a forma do meio diâmetro dele não se sustenta pela arte.

Vendo não ser desnecessário este conselho dele, especialmente no que diz respeito ao grande esforço que ele despendeu para traduzir as minhas notas, peguei uma caneta e, brevemente, na margem da tradução escrita por ele, escrevi estas pequenas notas, relativas ao meio diâmetro do Sr. Günter.

Não muito depois que a tradução foi impressa, foi-me enviado, no campo, uma nota, que um velho senhor (que disse que ele era), coletor de impostos⁷⁴ de

⁷⁴ Gauger = coletor de impostos. Pode também ser agrimensor, ou alguém que tira medidas.

Londres, veio veementemente perguntando a meu respeito, e ele estava muito zangado, declarando que ele queria reivindicar o crédito para Mr. Gunter, e que ele falava por ele, que não podia responder por si: e o que eu tinha ensinado uma falsa maneira de medir recipientes: e que, tanto ele, como muitos outros, tinha comprado os meus livros; que lhe causou muito problema: e ele foi muito solícito de que eles deveriam receber de volta o dinheiro deles; e que ele nunca viu tal livro em sua vida, pois ele não poderia dizer o que fazer com ele. O tradutor disse-lhe que quando ele, ou qualquer outra pessoa além dele, que desaprovava essa forma de medir os recipientes, que eu tinha proferido, trouxesse o livro dele e, então, ele teria o dinheiro de volta.

Na minha próxima vinda a Londres, ele, sabendo de minha estada na cidade, veio a mim e queixou-se comigo: por que eu ousava questionar qualquer coisa que o Sr. Gunter escrevia? Eu lhe respondi que: isto seria uma negligência para os estudantes dessas artes, por serem muito incrédulos, especialmente, se eles vissem a demonstração em contrário. Ele disse que eu não entendi o que o Sr. Gunter quis dizer por meio diâmetro de acordo com a maneira habitual: pois o Sr. Gunter (embora ele não tivesse dito tanto a respeito) entendia a maneira habitual [utilizada] em Londres, e que ele próprio seguiu medindo: que era para tomar a metade da soma dos diâmetros na parte superior e no batoque do barril, e adicionar um quarto da sua diferença: e que esta seria a verdadeira forma e a melhor maneira [de medir] do que a minha: e que, se ele usasse a minha maneira, seria mais trabalhoso e levaria mais tempo: e que ele tinha um homem, a quem ele tinha ensinado que tinha pouca ou nenhuma habilidade em aritmética e que, mal podia multiplicar e, mesmo assim, ele pôde medir usando a maneira dele [do Günter] como qualquer homem na Inglaterra; e que, se a forma [de medir] dele

não estivesse correta, ele poderia fazer mais erros em poucos anos do que qualquer Vereador indicado em Londres seria digno [de fazê-lo]; e isto ele estava jurado de fazer de modo justo.

Eu respondi que o maior vínculo encontrava-se em fazer justiça e que, quanto mais dano ele fizesse por medir errado, tanto mais grato ele seria a mim por mostrar-lhe o certo, e com mais alegria, ele a adotaria, embora ela encerrasse algumas dificuldades: pois, embora eu devesse estar em paz (como Sr. Gunter pareceu estar), ele, entretanto, nunca seria o mais justificável: e eu desejaria que ele olhasse para sua consciência: especialmente, vendo agora, que ele poderia informar-se da verdade.

Ele disse que encontrou realmente, por sua experiência, que a adição de um quarto da diferença era, de alguma forma, demais; e, portanto, que agora começou a tomar a quinta parte dele: e, ainda, que as duas formas foram melhores do que a minha; e que ele não aprenderia de mim como medir recipientes. E assim conduziu-se com grande ira e desagrado.

Eu quis saber realmente, nessa afirmação dele, se ele tomou a quarta ou a quinta parte da diferença, ou, ainda, se tomá-las é a melhor forma para a arte do que aquela que eu tinha dado: pois, mesmo naquele exemplo, que no meu livro está proposto, em que um recipiente, tendo o diâmetro de 32 polegadas no batoque e o diâmetro de 18 polegadas na parte superior e o comprimento de 40 polegadas, ele, que fez o ensaio, deveria ter encontrado o conteúdo computado por um quarto da diferença para 110 galões e quase a metade, e por uma quinta parte para 105 $\frac{1}{10}$ galões, enquanto que a verdadeira medida pela arte é 107 galões e a metade e, um tanto melhor, a qual está quase no meio deles: de modo que se algum homem supor uma das suas formas, seja a primeira, seja a última,

como a certa: ainda o outro é obrigado, pela necessidade, estar longe da verdade do que aquilo que eu ensinei porque ele, encontrando-se entre eles [isto é no meio], deve necessariamente estar perto de cada um deles, assim como um deles do outro.

Algum tempo depois, o Sr. Elias Allen (um homem bem conhecido e estimado por todos os homens da arte por sua habilidade em fazer instrumentos de metal), estando em companhia de alguns cavalheiros de boa qualidade e conceito, relatou, naquela ocasião, estas palavras precedentes sobre o coletor de impostos, que grande prejuízo ele poderia trazer pela sua maneira de medir, se [a medida] não fosse verdadeira. À cujo discurso, o Sr. George Erbrege, então o venerável Mestre da Companhia de mercadores de vinhos, ouvindo e observando, disse que, na verdade, ele não duvidava, mas que muitos erros haviam sido cometidos por aferição errada de recipientes de vinho; e que muitas vezes eles a descobriram em suas despesas, mas que eles não poderiam facilmente remediar. E, por isso, levou o Sr. Allen a pedir-me para elaborar um instrumento para aferição, que estivesse de acordo com verdadeira arte e que fosse de fácil e de familiar uso; para que eles pudessem examinar e testar seus próprios recipientes: e disse que ele seria uma invenção muito bem-vinda e de grande utilidade, bem como um meio para evitar erros que muitas vezes são feitos.

Ao qual exame e estudo, para encontrar um verdadeiro e perfeito instrumento para medir recipientes (embora, à primeira vista, sem qualquer desejo de fazer qualquer coisa extraordinária, nesse particular, em vista de tão grande número de artistas instruídos e escritores deste tipo, com os quais, os mais hábeis destes, não quero ser comparado), eu me comprometi, apenas por causa de meu amor à sociedade da humanidade e do meu desejo de avançar na

verdade e na justiça e, finalmente, realizei graças à ajuda de Deus, que é justo e amado em sua retidão: e aqui com toda humildade e cordial presteza, a você, meu justo [e] ilustre LL., sobre quem repousa a principal tarefa de todo tipo de medidas desta mais florescente e ilustre Cidade, e a vocês, justos [e] veneráveis Mestres e a toda companhia de mercadores de vinho e também aos muitos desta renomada Cidade que terão a oportunidade de usá-lo, eu apresento este meu novo instrumento de aferir. Somente desejando, assim, que vocês se deleitassem em aceitá-lo, com o mesmo carinho e respeito benevolente, tal como eu próprio teria com vocês e a verdade na investigação deste.

O teste feito ao instrumento para aferir: e certamente sobre dele.

Eu, realmente, não posso deixar de relatar o nobre favor feito pela Venerável Companhia de mercadores de vinho, embora ele não me conhecesse. Pois quando o Sr. Elias Allen tinha acabado um daqueles meus instrumentos ou régua para aferir e tinha trazido à sua casa, eles [a companhia de mercadores de vinho] prontamente incumbiram algumas pessoas de sua sociedade para ver a experiência e o desempenho dele, na Taverna em Leaden-hall, com a presença da Kings-head⁷⁵: e eles se esforçaram em examinar a sua verdade em muitos e diversos tipos de recipientes do vinho, donde, como já havia dito (pois eu não estava lá presente), além de todas as expectativas, eles se acordaram entre si sobre a exata medida da água que eles encheram cada galão; após selado o padrão para a medida de vinho que, na maior parte, a diferença era pouco sensível, embora as marcas feitas neles excedessem as mesmas medidas por dois ou três, e, às vezes, mais de quatro galões num recipiente.

⁷⁵ Não encontrei tradução.

Então, eles concordaram com o Sr. Allen a respeito do preço e encomendou dele sessenta réguas ou instrumentos iguais ao meu. Cujos respeito tão nobre e cortês em ordenar a análise deste meu invento (embora eu não exija outros benefícios ou recompensas para o mesmo) eu não posso deixar de reconhecer com muita gratidão.

A facilidade de trabalhar com esta nova régua comparada a outras formas errôneas incomodamente problemáticas.

Tampouco é a facilidade de trabalhar com isso qualquer coisa ínfima de modo certo: mas que se faz muito menos esforço em medir o nível dos vasos por esta verdadeira regra do que a outra forma errônea e não-artificial requer necessariamente.

Pois, nesse particular, primeiro, os dois diâmetros da batoque do barril e da parte superior, medidos em polegadas, devem ser somados e a metade da soma deles tomada e guardada..

Em segundo lugar, o diâmetro da cabeça deve ser subtraído do diâmetro do batoque do barril e os restos devem ser divididos por 4 ou por 5 para encontrar a quarta ou a quinta parte de suas diferenças.

Em terceiro lugar, que a quarta ou que a quinta parte da diferença deve ser adicionada à metade da soma guardada para fazer um diâmetro médio.

Finalmente, permaneceu aí uma proporção a ser batida pela multiplicação e divisão, da seguinte forma:

Como o quadrado de 17,15 (que o Sr. Gunter chamou de ponto de aferição) está para o quadrado do diâmetro médio, encontrado por último, assim, o comprimento do recipiente, medido em polegadas, está para o conteúdo do mesmo recipiente em galões de vinho.

Tal quantidade de esforços e tal multiplicidade de trabalho são submetidas na sua aferição usual: e ainda quando tudo está feito a capacidade ou o conteúdo do recipiente assim encontrada é meramente conjuntural, por vezes falsa e por vezes verdadeira, de acordo como os diâmetros do recipiente ser mais ou menos desigual.

Mas esta forma da arte, que eu proponho, além de ser constante e universal para todos os tipos de recipientes de vinho, é mais facilmente executada com apenas uma única adição e multiplicação; como será declarada daqui a pouco com regras e exemplos. Desse modo, eu agora espero ter feito Sr. Gauger [senhor coletor de impostos] retificar a demasiada dificuldade e trabalho que ele achava que meu livro colocava e que, portanto, diante disso, ele será tão mais cuidadoso para vindicar meu crédito, assim como ele o traduziu ansiosamente antes de ter me conhecido direito.

Pois, embora eu não pudesse, deste modo, desculpá-lo por sua precipitação em intervir imprudentemente em questões que ele tinha pouca habilidade, entretanto, eu estou convencido de que ele não tinha qualquer más intenções contra a minha pessoa, que era, então, totalmente desconhecido por ele. E da minha parte (pois eu devo lembrar) eu não tinha ouvido falar sobre qualquer oficial deste tipo na Cidade.

Mas atribuo todo ataque dele à minha pessoa, em parte, à grande estima que ele tinha pelo Sr. Gunter, de quem ele, para discordar, pensava ser um assunto "odioso": e, em parte, a sua dissidência e desconfiança em relação à minha regra, como ela poderia se sustentar quando fosse posta à prova. E, portanto, eu volto-me prontamente em favor dele e recomendo esta minha invenção para futura aprovação e amizade dele; garantindo - lhe que aquilo que

eu escrevi antes não se destinava contra ele: mas apenas para mostrar a verdadeira ocasião como eu senti em relação a esta pesquisa e procura: que, em vista de minha profissão, pareceu ser muito necessário.

Dois princípios ou razões desse instrumento de aferição .

Os princípios sobre os quais a forma que eu ensino está fundamentada são esses dois.

Primeiro, que um recipiente do vinho tem a forma de um perfeito esferóide com as duas extremidades igualmente cortadas. A verdade deste fundamento evidenciou-se pelo consenso geral de quase todos que escreveram sobre aferição: e pela construção desses tipos de recipientes que são propositalmente feitos para serem assim pelos trabalhadores e fabricantes disso (so farreforth⁷⁶ como na prática na qual eles são hábeis). E agora recentemente feito pelo teste destes com o padrão, para o qual se encontrou uma maior correspondência em todos esses tipos de recipientes ou [outros] quase imaginados.

Em segundo lugar, que uma esfera ou esferóide continha duas terças parte de um cilindro, tendo o mesmo comprimento e espessura e, conseqüentemente, que a convexidade do sólido entre dois cilindros, um dentro do esferóide e o outro sem tocá-lo e tendo o mesmo centro e altura, é igual a duas terceiras partes da diferença desses dois cilindros: o que há muito tempo atrás tinha sido ensinado pelo antigo siracusano Arquimedes, em seu primeiro livro sobre Esfera e Cilindro e em seu livro sobre grandezas de Cone e da Esfera: e mais recentemente por

⁷⁶ Não encontrei tradução

nosso Arquimedes inglês, Sr. Henry Briggs, em seu Tratado de Artithmetica Logarithmica.

Além de considerar destes dois princípios, ou fundamentos, eu moldei minha regra, que eu estabeleci em meu livro dos Círculos de Proporção, capítulo 9, com estas palavras. Meça os dois diâmetros do recipiente em polegadas, ou então em dez partes de um pé, um no furo do batoque do barril, o outro na cabeça, e também juntamente o comprimento. E pelos diâmetros encontrados, encontre os círculos; então some juntamente duas e terças partes do grande círculo e uma terça parte do menor; finalmente, multiplique o agregado pelo comprimento: assim você terá o conteúdo do recipiente, quer em polegadas cúbicas, ou décima parte de um pé ao cubo. O qual, no final desse capítulo (tendo primeiro indagado sobre a quantidade de um galão de cerveja e de vinho, medida em volume em polegadas, o primeiro sendo 272, o outro, 231).

Eu ensinei como reduzir em galões e em partes de cem, dividindo todo o número de polegadas contidas no recipiente por qualquer destes dois números, respectivamente. E esta é a própria regra, o trabalho e a prática que eu obtenho pela arte, com uma invenção ainda não pensada por nenhuma outra pessoa e com divisões calculadas para tal propósito, ajustadas e aplicadas para minha nova linha ou régua de aferição.

A régua de aferição descrita: e das várias partes dela .

Ela consistia de duas régua de latão com cerca de 32 polegadas de comprimento, que também são a metade de uma polegada de largura, e um

quarto de uma polegada de espessura: que, colocadas em conjunto, podem fazer meia polegada quadrada.

Num dos extremos das réguas estão dois encaixes de latão presas fortemente: por meio dos quais as réguas são mantidas juntas e para mover uma sobre a outra, bem como para abrirem-se em todo o comprimento quando a ocasião assim exigir: e quando você os têm apenas num justo comprimento, há sobre um dos encaixes um longo pino para apertá-las [as réguas] firmemente.

Estes dois pequenos encaixes não abrangem as réguas bem redondas: mas cada um deles tem uma fenda de cerca aproximadamente um quarto de polegada: que eles não dificultam a visão das divisões, que estão ao largo ou dos lados das réguas. Quais são, na realidade, as divisões de utilização principal: tratando-se propriamente das divisões de aferição: e [que] agora são, antes de tudo, encontradas e acomodadas à mensuração de recipientes.

As divisões para aferição são ao todo duzentos e trinta: de cada divisão particular representada de uma centésima parte de um galão de vinho de modo que, ao todo, eles estejam em 2 galões e 30 partes de cem de vinho. E para os mais perspicazes distinguindo deles eles são afigurados em décimos, assim, 0,10,... 2,30: tendo entre cada uma dessas figuras dez divisões, ou dez partes de cem.

No outro extremo das réguas está um gancho formando ângulos retos ou de esquadro para ser parafusado: um com um parafuso, o outro com uma matriz ou rosca. E acima destes ganchos, a borda das réguas é dividida em polegadas, começando de forma exatamente igual pelas extremidades dos ganchos: e numerado com 5, 10, 15, 20, 24, 27, 30, etc .. E cada polegada é subdividida em dez partes iguais.

Que a divisão das polegadas, juntamente com os ganchos, sirva para tomar o comprimento de todos os recipientes; que as extremidades da tampa do barril, alcançando o fundo, não possam ser um impedimento para a medição.

Sobre a outra borda de cada régua é colocada a linha de números: que é a mesma em ambas [as régua]: apesar de [ser] um tanto [que] figurada diferentemente. Por isso, na régua próxima do encaixe com o longo parafuso, é observado com as marcas 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,20, que eu, portanto, chamei a linha dos números de dígito: e que, na outra régua é mostrado com dez, como 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 200, 300: e eu a chamei de linha de números decimais. Onde você deve se recordar que de 1 a 5, e de 10 a 50 e também acima de 100, cada espaço é subdividido em cem partes, mas acima de 5 em 10, e acima de 5 em 100, porque os espaços são pequenos demais para receber cem partes, eles são subdivididos em cinquenta.

O uso da régua de aferir ensinado por 4 regras.

Desta maneira, tendo mostrado a descrição das várias partes da régua de aferição: eu passo agora ao seu uso para medir qualquer tipo de recipiente pelo galão de vinho. Para isso eu considerarei essas quatro regras.

Regra 1. Como tomar o comprimento de um recipiente. (p. 23)

Tendo primeiramente ajustados os dois ganchos sobre as extremidades das duas régua, de modo que a linha de polegadas esteja no ponto mais alto, estenda as régua no comprimento e aplique-as ao longo do recipiente de tal

modo que os dois ganchos abarquem as duas bases: parafuse-os firmemente no encaixe, com o longo parafuso, neste comprimento: então retire o gancho que tem o parafuso: e observe quantas polegadas têm o encaixe da régua, que tem o gancho, na régua sem o gancho; pois esse será o comprimento do recipiente de lado a lado em polegadas: porque se você tomar a espessura das duas bases fora desta medida (o que pode ser facilmente estimado através do furo do batoque [rolha grossa]), você terá o verdadeiro comprimento do recipiente.

Mas se o comprimento do recipiente for inferior a 27 polegadas, você não poderá usar os ganchos como foi feito antes. Portanto, aplique a régua, que tem a matriz ou a rosca, ao recipiente, fixando aquele gancho numa das bases: e marque com uma faca onde as divisões de polegadas começam naquela régua: então remova esse mesmo gancho da outra base; e as polegadas, que a faca marcou, deverão dar o comprimento do recipiente de fora para fora.

Regra 2. Como tomar os Diâmetros de um recipiente no batoque e na parte superior. E como adicioná-los, para que você possa encontrar a soma dos mesmos.

Os diâmetros não são medidos em polegadas tal como é o comprimento, mas por galões de vinho e em partes de cem, desta maneira. Retire o gancho que tem o parafuso e mergulhe esta extremidade da régua no recipiente no batoque; e veja quantas partes das divisões de galões [medida de capacidade de aproximadamente 4,5 litros, para a Inglaterra e Canadá] o interior do buraco do batoque bate, o mesmo será o diâmetro do batoque. De maneira semelhante aplique a mesma extremidade da régua no topo do recipiente por fora; e veja

quantas partes das divisões de galões é a extensão do meio ou do centro deste; o mesmo será o diâmetro do topo. Mas se o diâmetro no batoque for maior do que o comprimento da régua: prolongue as régua e as parafuse em toda sua extensão: e assim meça os diâmetros, como foi mostrado anteriormente.

Sendo encontrados os dois diâmetros: eles devem ser somados, portanto: anote o Diâmetro no batoque duas vezes e abaixo dele, o diâmetro do topo apenas uma vez, definindo, semelhantemente, os seus lugares uma sob a outra na mesma linha: isto é, todas as unidades em uma linha; todas as décimas partes (as quais vêm depois das unidades) em outra linha; e todas as cem partes na última linha: e trace uma longa linha entre as unidades e as partes, em seguida, adicione-lhes todas as três em uma única soma pelo modo usual.

Como no exemplo: Suponha que um recipiente, que tem o diâmetro do batoque de 1 e 8 partes de cem de galão, a saber, 1,08 e o diâmetro no topo de apenas 96 partes de cem de galão, ou seja 0,96. Você escreverá o diâmetro no batoque duas vezes e o diâmetro no topo uma vez e adicioná-los todos, como você vê feito ao lado: e a soma dos diâmetros será encontrada, 3,12, que é 3 e 12 partes de cem de galões. E, assim, você fará em todos os recipientes.

Regra 3. Como multiplicar a soma dos diâmetros de um recipiente pelo comprimento.

O comprimento de um recipiente a ser medido em polegadas e décimos de polegadas e os diâmetros sendo encontrados em galões e cem partes, e também adicionados, tal como foi dito: A soma dos diâmetros tem de ser verificada na linha dos números de dígitos, a qual é anotada com as marcas 1, 2 3, 4, 5, etc, e

o comprimento na outra linha de números decimais, a qual é anotada com as marcas 10, 20, 30, 40, 50, etc Nas duas linhas de números você tem de considerar que, nos espaços entre as marcas, cada décima divisão é distinguida com uma longa linha: e cada única divisão com uma linha curta: e a cada quinto com uma linha de um comprimento entre os dois, e na linha de números de dígitos, eles exprimem tantas cem partes de um galão:

Mas, na linha dos números decimais (assim como na linha dos números de dígitos acima de 10) cada décima divisão está para uma unidade e cada única divisão está para a décima parte. E, acima de 100, cada divisão decimal está para dez, e cada única divisão está para uma unidade. Onde se nota que, naqueles espaços, por razão de sua pequenez tem senão 50, embora eles sejam compreendidos ser 100, imaginando cada um para conter dois.

Sendo entendida a natureza e a avaliação das linhas de números, de dígito e das decimais, a multiplicação é para ser feita assim. Coloque o lugar da unidade da linha dos números de dígitos marcados com 1 no lugar do comprimento do recipiente verificado na linha de números decimais: nesse lugar, parafuse as régua firmemente. Em seguida, na linha dos números de dígitos verifique a soma dos Diâmetros encontrados, de modo que no batoque seja dobrada, tal como foi ensinado antes: e veja que espaço e divisão foram apontados na linha de números decimais: o mesmo, sendo razoavelmente estimado, será o produto procurado.

Por estimar razoavelmente eu entendo que você considera ou a marca daquele espaço que tem que ser tomado por dezenas ou centenas, o que é feito facilmente, pois nenhum homem é tão ingênuo a ponto de errar acerca de um recipiente de dez ou vinte galões por cem ou duzentos; ou de cem ou duzentos

galões por um de dez ou vinte. E ainda esta curta regra pode ser dada. Que o produto tem de ser estimado segundo aquela primeira avaliação da linha de números decimais: a não ser que o recipiente seja tão pequeno que a soma dos diâmetros não dê o montante de um galão: para tanto, os números 100 e 200 devem ser tomados por 10 e vinte. E se a qualquer momento ocorrer que a soma dos diâmetros não caia entre o lugar da unidade na linha de números de dígitos e no encaixe: divida a mesma soma por 2 e, então, multiplique $\frac{1}{2}$ pelo comprimento; assim, você deverá ter metade do produto procurado: que sendo dobrado lhe dará o todo.

REGRA 4. Como medir ou aferir o conteúdo de qualquer recipiente de vinho em galões.

Tome o comprimento do recipiente proposto medido em polegadas de acordo com a Regra 1, em seguida, pegue os dois diâmetros em medidas de galão e some-os, de modo que no batoque seja dobrado de acordo com a regra 2. Finalmente, multiplique a soma dos diâmetros pelo comprimento de acordo com a Regra 3: e o produto a ser razoavelmente estimado, dará o número de galões de vinho contidos no recipiente.

O DESEMPENHO E A PRÁTICA DESTE TRABALHO POR EXEMPLOS.

Diversos exemplos mostrando a utilização deste instrumento e a prática das regras dadas

Exemplo 1.

E, primeiramente, eu tomarei o exemplo do meu livro sobre os Círculos de Proporção, Cap. 9, de um recipiente que supostamente teria um comprimento de 40 polegadas; e o diâmetro no batoque de 32 polegadas; e o diâmetro no topo de 18 polegadas: cujos dois diâmetros, sendo tomados com a minha régua de aferição em medidas de galão, seria, no batoque, 1 galão e 16 partes de cem e o topo quase 37 partes de cem de um galão. Anote o diâmetro do batoque duas vezes e o diâmetro no topo, uma vez e some-os: a soma dos diâmetros será 2 galões e quase 69 partes de cem pela regra 2 que sendo multiplicado por 40, o produto final será de 107 galões, e melhor do que a metade; o qual é o conteúdo verdadeiro procurado.

Exemplo 2.

Suponha um pequeno recipiente; cujo comprimento é 45 polegadas e 3 partes de dez, a saber 45,3; e o diâmetro no batoque, 38 partes de cem de um galão; e o diâmetro no topo 30 partes de cem. Qual é o conteúdo? Some os dois diâmetros, sendo o dobro no batoque; a soma é 1 galão e 6 partes de cem, pela regra 2. Multiplique esta soma pelo comprimento 45,3: e, o produto será 48,12 pela Regra 3, isto é, 48 galões e quase 12 partes de cem: que é o verdadeiro conteúdo procurado.

Exemplo 3.

Suponha que um outro pequeno recipiente, cujo comprimento é 30 polegadas e 7 partes de dez, a saber, 30,7; e o diâmetro no batoque, 34 partes de

cem de um galão: e o diâmetro no topo, 28 partes de cem, qual é o conteúdo?
Some os dois diâmetros, sendo o dobro no batoque: a soma é de apenas 96 partes de cem de um galão, pela regra 2. Multiplique esta soma pelo comprimento 30,7: e o produto será 29, 47, pela regra 3, isto é, 29 galões e 47 partes de cem, que é quase a metade, que é o verdadeiro conteúdo. Pois, a primeira marca 2 não significa 200 (apesar de estar assim marcada na linha de números decimais), mas apenas 20; como mostrarão a evidente razão e, também, a pequena regra no fim da regra 3.

Exemplo 4.

Suponha um grande recipiente: cujo comprimento é 70 polegadas e meia, ou seja 70,5; e o diâmetro do batoque, 2 galões e 3 partes de cem, a saber, 2,03; e o diâmetro no topo, 1 galão e 10 partes de cem, ou seja 1,10. Qual é o conteúdo?

Some os dois diâmetros, sendo dobrado no batoque; A soma é 5 galões e 16 partes de cem, pela regra 2. Multiplique esta soma pelo comprimento 70,5: mas porque o lugar da unidade da linha dos números de dígitos é colocado em 70,5, na linha de números decimais, a soma dos diâmetros 5,16 estender-se-á para além do encaixe. Portanto, para auxiliar isto [no cômputo], tome a metade da soma dos diâmetros, a saber, 2,58 galões: e multiplique esta metade da soma pelo comprimento 70,5: e, o produto será 18,8, pela regra 3, isto é, 181 galões e quase 9 partes de dez: o que é metade do verdadeiro conteúdo. E, sendo dobrada, dará 363,78 galões para todo o conteúdo desse grande recipiente.

Os exemplos que se seguem são de alguns recipientes medidos na presença deles, que foram incumbidos pela Companhia de mercadores de vinho para acompanhar o teste desta linha ou régua de aferição.

Exemplo 5.

Um tubo amarelo cujo comprimento tinha 48 polegadas e meia, isto é 48,5; e o diâmetro no batoque, 93 partes de cem de um galão, a saber, 0,93: e o diâmetro no topo 54 partes de cem, isto é, 0,54. Qual é o conteúdo? Some os dois diâmetros, sendo dobrado no batoque; a soma é 2 galões e 4 partes de dez, pela regra 2. Multiplique essa soma pelo comprimento 48,5: e o produto será 116,4 pela regra 3, isto é, 116 galões e 4 partes de dez: o qual é o conteúdo procurado.

Exemplo 6.

Um barril "Grave" cujo comprimento era 31 polegadas e 2 partes de dez, a saber, 31,2: e o diâmetro do batoque, 73 partes de cem de um galão, ou seja 0,71; e o diâmetro no topo 57 centésimos, a saber, 0,57. Qual é o conteúdo? Some os dois diâmetros, sendo dobrado no batoque; a soma é 2 galões 3 partes de cem, pela regra 2. Multiplique esta soma pelo comprimento 31,2: e o produto será 62,4 pela Regra 3, isto é, 63 galões e 34 partes de cem: o qual é o conteúdo procurado.

Exemplo 7

Um barril "high-country" cujo comprimento era 30 polegadas e 82 partes de cem, a saber, 30,82. E o diâmetro no batoque, 63 partes de cem de um galão: ou

seja, 0,63 e o diâmetro no topo 51 partes de cem, a saber, 0,51. Qual é o conteúdo?

Some os dois diâmetros, sendo dobrado no batoque; a soma é 1 galão e 77 partes de cem pela regra 2. Multiplique esta soma pelo comprimento 30,8: e, o produto será 54,55, pela regra 3, isto é, 14 galões e 55 partes de cem: o qual é o verdadeiro conteúdo procurado.

A UTILIZAÇÃO DESTE INSTRUMENTO EM AFERIR RECIPIENTES DE CERVEJA.

Embora este instrumento de aferição esteja devidamente ajustado para medir recipientes por galão de vinho: ele, entretanto, pode também ser adequadamente aplicado à medição dos mesmos recipientes por galão de cerveja inglesa ou cerveja. E, para essa finalidade, eu tenho sobre a régua, marcadas com números de dígitos, duas pequenas linhas ou sinais; uma em $272 \frac{1}{4}$, anotada com a letra (w): e a outra em 231, anotada com a letra (a). Cujas utilizações eu dou nesta regra seguinte.

"Procurar o conteúdo do recipiente proposto em galões de vinho, mediante a régua marcada com os números decimais, como tinha sido ensinado antes: e, para tanto, fixe o sinal (w): e assim o outro sinal (a) apontará para o número de galões de cerveja contida no mesmo recipiente".

Eu mostrarei a prática desta regra por meio dos recipientes medidos nos três últimos exemplos.

Primeiro, o tubo amarelo, cujo comprimento era 48,5 polegadas: e o diâmetro do batoque, 0,93 galão: e o diâmetro do topo, 0,54 galão: a medida que

foi achada pelo exemplo 5 foi de 116,4 galões. Quantos galões de cerveja ele conterà?

Fixe o sinal (w) dentro da medida de vinho 116,4 verificada na régua marcada com números decimais, parafusando-a firmemente, e o sinal (a) apontará, na mesma régua, 98,76 que é 98 galões e 76 partes de cem, o seu conteúdo em medida de cerveja.

Novamente, o barril Graves, cujo comprimento era 31,2 polegadas: e o diâmetro do batoque, 0,73 galão: e o diâmetro do topo, 0,17 galão: a medida encontrada pelo Exemplo 6 foi 63,14 galões. Quantos galões de cerveja ele conterà?

Fixe o sinal (w) dentro da medida de vinho 63,34 verificada mediante a régua marcada com números decimais, parafusando-a, nesse lugar, firmemente: e o sinal (a) apontará, na mesma régua, 53,74, isto é, 53 galões e 74 partes de cem, o conteúdo na medida de cerveja.

Finalmente, o barril High Country, cujo tamanho foi 30,81 polegadas: e o diâmetro do batoque, 0,5 galão, e o diâmetro do topo 0,51 galão: a medida encontrada pelo Exemplo 7 foi de 54,55 galões. Quantos galões cerveja ele conterà?

Fixe o sinal (w) dentro da medida do vinho 54,15 verificada sobre a régua marcada com números decimais, parafusando-a firmemente: o sinal (a) apontará, na mesma régua, 46,28, isto é, 46 galões e 28 partes de cem, o seu conteúdo na medida de cerveja.

E agora eu terminei o que eu tinha determinado em escrever em relação à utilização desta minha nova linha ou 'régua de aferição: e eu o fiz de modo completo e fácil, que não tenho dúvida de que qualquer pessoa com uma

faculdade mediana será capaz, com um pouco de zelo, de apreender o propósito e a prática. Eu também dei a regra que eu segui, e pela qual eu fundamentei este trabalho: eu apenas ocultei a maneira de computar a medida das divisões. Porque tal especulação é impertinente para a condução e o trabalho manual com ele e, também, porque até os homens de arte, confrontando a regra com o desempenho, não será difícil encontrar a razão: mas especialmente porque eu pretendo e desejo o privilégio de fazer e fabricar este instrumento, com o Sr. Elias Allen, quem me deu a ocasião para tanto e a pedido de quem eu o inventei.

E se ele for útil para esta mais ilustre cidade, como um meio de manter a verdade e a igualdade entre as coisas desta natureza e aceitável para você, justo [e] ilustre LL, e para você, justo e venerável, a quem eu o apresento, e para conduzir à glória de Deus Todo Poderoso, o autor de toda boa habilidade, ele terá obtido a finalidade almejada.

Estes instrumentos foram feitos em bronze por Elias Allen em frente à igreja de São Clemente, fora de Temple-barre⁷⁷: onde também aqueles, que estão desejosos, podem ser instruídos no uso prático deste: e como tal terá ocasião de poder aferir os recipientes

⁷⁷ Era um portão que foi retirado em 1879 que marcava, em Londres, o limite ocidental da jurisdição da Corporação da *City* (o centro comercial e financeiro de Londres)