PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO

PUC/SP

Luiz Gonçalves Filho

Modelagem Matemática e o ensino de Função de 1º Grau.

MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

São Paulo

2011

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO

PUC/SP

Luiz Gonçalves Filho

Modelagem Matemática e o ensino de Função de 1º Grau.

MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de ***MESTRE PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA****, sob a orientação do* ***Prof. Dr. Antonio Carlos Brolezzi.***

São Paulo

2011

Banca Examinadora

____

____

____

____

____

Autorizo exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura: ______________________________ **Local e Data:** _______________

Dedico este trabalho a Deus, aos meus saudosos e queridos pais *Luiz Gonçalves e Jahires do Prado Gonçalves* (in memória), aos quais agradeço pelo dom da vida *e familiares pelos exemplos de vida e educação*.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a DEUS, acima de tudo, por me guiar nessa difícil jornada.

Muitas pessoas fizeram parte dessa caminhada, direta ou indiretamente, a todos meu especial carinho e agradecimento:

À minha família pelo carinho e incentivo constantes.

Ao querido Professor Doutor Antônio Carlos Brolezzi, por sua grande dedicação, que com todo rigor científico me acompanhou durante o trabalho com muito carinho, amizade, serenidade e motivação.

As professoras Drª Sonia Barbosa Camargo Igliori e Drª Cristina Cerri, por aceitarem fazer parte da banca examinadora e às valiosas sugestões, no Exame de Qualificação.

Ao professor Saddo Ag Almouloud, pelo incentivo e apoio no programa.

Ao Secretário do programa Francisco, pelos imprescindíveis esclarecimentos e atenção prestados.

Aos amigos Maria Aparecida Delfino e Mauricio Beranger, pelo incentivo ao meu ingresso no Programa de Mestrado da PUC – SP.

À querida Dirigente Regional de Ensino, Marta pela amizade sincera.

Aos companheiros do Polo UAB - Itapevi pelo apoio e amizade.

As amigas Christianne Gally e Rájar Kourani, pelo auxílio na revisão e confecção do abstract.

A minha companheira Vania Umbelina Machado e família que com muita paciência me ajudaram a superar desafios com apoio e compreensão.

Aos amigos da Oficina Pedagógica da Diretoria de Ensino de Itapevi, por me apoiarem em todos os momentos.

Aos colegas de curso, em especial Ivan, Maria Aparecida, Maurício, Sebastião e tantos outros que contribuíram para o meu crescimento.

Às Diretoras e amigas Carmela e Marli por abrir as portas da escola com carinho e confiança.

Aos alunos participantes desta pesquisa, por permitirem sua realização.

À equipe do Programa Bolsa Mestrado da Diretoria de Ensino de Itapevi, em especial a Professora Geraldina, a qual esclareceu minhas dúvidas sempre que solicitada, com muito carinho e paciência.

A Secretaria de Estado da Educação de São Paulo pelo Programa Bolsa Mestrado, sem o qual não teria condições de iniciar e completar esta jornada.

Enfim, a todas as pessoas que me incentivaram e contribuíram para a conquista e realização deste trabalho.

FILHO, Luiz Gonçalves. **Modelagem Matemática e o ensino de função de 1º grau**. Dissertação de Mestrado, PUC – SP, São Paulo, 2011.

RESUMO

O objetivo desta pesquisa é desenvolver a aplicação de algumas atividades da Proposta Curricular da Secretaria de Estado da Educação adequando-as a formação de modelos matemáticos. Diante das dificuldades apresentadas pelos alunos, busca-se, na estratégia de Modelagem Matemática, um caminho para que o aluno seja capaz de compreender o conceito de Função nas diferentes formas de representação – algébrica, gráfica ou através de tabelas. Para saber se a Modelagem Matemática é um meio facilitador na compreensão da Função de 1º Grau, partiu-se da experiência adquirida no curso de extensão *Programa Construindo Sempre – Aperfeiçoamento de Professores PEB II* (2003), que trata do tema funções como instrumento de Modelagem e optou-se por trabalhar com algumas atividades da proposta Curricular da SEE-SP que também abordam funções com a mesma estratégia de Modelagem. Este estudo contou com a participação de alunos da 1ª série do Ensino Médio de uma escola pública estadual. Analisou-se a maneira como este grupo de alunos respondeu as questões propostas nas quais o conceito de Função foi apresentado, inicialmente, a partir do relacionamento entre grandezas diretamente proporcionais. A partir da modelação de uma conta de água, procurou-se desenvolver o conceito de função, nas suas diferentes representações pelas quais ele pudesse emergir naturalmente. Por fim, uma questão foi apresentada através de um gráfico para que os alunos fizessem a passagem para a representação algébrica. Foram buscados como suporte teórico os estudos da Modelagem Matemática de Rodney Carlos Bassanezi.

Palavras-Chave: Função do 1º grau, Modelagem Matemática, Aprendizagem Significativa, Contextualização.

FILHO, Luiz Gonçalves. **Modelagem Matemática e o ensino de função de 1º grau**. Dissertação de Mestrado, PUC – SP, São Paulo, 2011.

ABSTRACT

The objective of this research is to develop the application of some activities of the Curricular Proposal State Secretary of Education adapting them to the formation of mathematical models. Given the problems presented by the students, it seeks to, in Mathematical Modeling strategy, a way for learners to be able to understand the concept of function in different forms of representation - algebraic, graphical or by tables. To find out if mathematical modeling is an enabler in understanding the function of Grade 1, it was started with the experience gained in the course of extension Program Building Time - Improving Teacher PEB II (2003), which tackles the subject functions as a tool for modeling and whe chose to work with some of the proposed activities of the Curriculum SEE-SP also functions deal with the same modeling strategy. This study had the participation of students from first grade of high school to a state school. It was analyzed how this group of students answered the questions proposed in which the concept of function was presented, initially, from the relationship between quantities directly proportional. From the modeling of a water bill, sought to develop the concept of function in their various representations by which he could emerge naturally. Finally, a question was raised on a graph so that students make the transition to the algebraic representation. Studies of the Mathematical Modeling of Rodney Carlos Bassanezi were searched to theoretical support.

Keywords: Function of a degree, Mathematical Modeling, Meaningful Learning, Context.

Gráficos

TABELAS

FIGURAS

PROTOCOLOS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

A elaboração desta pesquisa foi motivada pela experiência, de mais de 13 anos, no ensino de Matemática nas séries finais do Ensino Fundamental e nas séries iniciais do Ensino Médio. Durante esse tempo, observaram-se as dificuldades dos alunos das séries iniciais do Ensino Médio para aprender os fundamentos de Função Polinomial do 1º Grau, bem como os conceitos envolvidos em tais fundamentos. A partir deste assunto pode-se desenvolver uma temática mais ampla, que é o tratamento gráfico de funções. Verifica-se, no dia-a-dia, ao ensinar Matemática, que problemas de compreensão do conceito de Função de 1º Grau e de suas formas de representação refletem-se, posteriormente, em obstáculos no aprendizado do educando relacionadas à compreensão de Geometria Analítica no final do Ensino Médio e no início do Ensino Superior.

A participação como tutor presencial no projeto Universidade Aberta do Brasil[1] (UAB), no curso de Sistemas de Informação da Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), no polo presencial do município de Itapevi, permitiu-me constatar que os alunos da graduação, têm apresentado as mesmas dificuldades na compreensão do conceito de Função e de conteúdos da Matemática relacionados a esse conceito, principalmente na interpretação de gráficos, de tabelas e na obtenção da Lei de Formação, ou seja, na representação algébrica da respectiva função.

Relatos orais e informais dos alunos do referido curso apontaram esta dificuldade em epígrafe como um dos motivos pelo qual o abandonaram por ocasião do estudo da disciplina Cálculo I.

---

[1] A Universidade Aberta do Brasil é um sistema integrado por universidades públicas que oferece cursos de nível superior para camadas da população que têm dificuldade de acesso à formação universitária, por meio do uso da metodologia da educação à distância. http://www.uab.capes.gov.br/ acesso em 06/10/2010.

Ao participar em um curso de extensão da Universidade de São Paulo, *Programa Construindo Sempre – Aperfeiçoamento de Professores PEB II* (2003), este nos forneceu subsídios para análise crítica do modo como o conceito função do 1º grau é desenvolvido por grande parte dos autores nos livros didáticos.

Posteriormente, numa reunião de HTPC[2] da Unidade Escolar E.E. "Zacarias Antônio da Silva" para a escolha do livro didático para o ano seguinte, observou-se que os livros apresentados para escolha, à época, tratavam o conteúdo "Função de 1º Grau" de forma "mecânica" e sem ligação com problemas do cotidiano do aluno. Esse aspecto poderia ser caracterizado como um dos principais fatores das dificuldades de aprendizagem dos alunos. A forma teórica como eram trabalhados os assuntos relacionados a esse tema não ajudava os educandos a compreenderem e resolverem problemas que envolvam o conceito de função, levando-os, então, consequentemente, uma diminuição do interesse pela Matemática.

Sabe-se que o conceito de função tem sua aplicabilidade em muitas áreas do conhecimento, como a Biologia, a Física, a Química e a Astronomia, devido ao fato de esse conceito relacionar-se à variação de uma grandeza em relação à outra. Utilizar o conceito aplicado a uma realidade concreta poderia corroborar para o aprendizado do aluno, já que a abordagem ficaria contextualizada.

Em relação a este ponto, tem-se observado com base na experiência em sala de aula, que as questões apresentadas tanto em livros didáticos quanto nas propostas curriculares, nem sempre contemplam todo o conteúdo necessário para um bom entendimento do aluno sobre o tema função.

Assim, temos procurado instrumentalizar os conceitos envolvidos na função do 1º grau para que o aluno possa mobilizar tais conhecimentos e aplicá-los na resolução de problemas do seu cotidiano.

---

[2] Em 1996, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) previu, no inciso 5 do artigo 67, a obrigatoriedade de os sistemas públicos reservarem algumas horas por semana – remuneradas e incluídas na jornada de trabalho – para que a equipe docente estude e planeje aulas coletivamente e que foi denominado por: Hora de Trabalho Pedagógico Coletivo (HTPC).

Em uma prática pedagógica tradicional, em que os conceitos relacionados ao tema função sejam trabalhados de forma descontextualizada, é natural haver, por parte dos alunos, desinteresse por sua aprendizagem. Isso ocorre porque, provavelmente muitas vezes, o ensino desse conteúdo, limita-se à construção mecânica de gráficos e tabelas utilizando representação algébrica, sem que o aluno passe por um processo de compreensão e mobilidade de conhecimentos e possa, assim, aplicá-los em situações corriqueiras.

Os *softwares* dos computadores poderiam se constituir como recurso facilitador para a aprendizagem de função do 1º grau, entretanto, não tem sido fácil encontrar salas de computação viáveis para utilização pelos alunos. Mas, isso não seria um obstáculo intransponível para um tratamento mais adequado do ensino de funções. O qual pode ser pode ser desenvolvido tanto por meio de recursos tecnológicos, quanto por meio de simples materiais, como lápis e papel.

Foi essa clareza que foi obtida após o ingresso no Mestrado em Ensino da Matemática na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP). Houve a oportunidade do contato com o uso do *Winplot* e *Cabri-Géomètre* no estudo de funções, na disciplina *Autoformação pelo uso das Tecnologias da Informação e da Comunicação* (TICs). Dessa forma, percebeu-se que o que se faz ao estudar funções com o auxílio do computador, isto é, construir gráficos de função, tabelas e expressões algébricas das respectivas funções, também pode ser feito com recursos simples.

A Proposta Curricular da Secretaria de Estado da Educação de São Paulo (SEE-SP) implantada, em 2008, sugere a abordagem do ensino de funções de forma contextualizada. Em consonância com esta proposta, optou-se por investigar como a Modelagem Matemática pela perspectiva da Educação Matemática[3], vem sendo aí aplicada como recurso auxiliar no ensino dos tópicos relacionados à Função de 1º grau.

---

[3] Nesta dissertação, a Modelagem Matemática será considerada sob a perspectiva da Educação Matemática. Também, por vezes, usaremos apenas a palavra “Modelagem” ao invés da expressão “Modelagem Matemática”, a fim de evitar repetições. Usamos por vezes a palavra modelação no lugar de modelagem, para dar uma ideia de aplicação da metodologia de modelagem.

O objetivo desta pesquisa é possibilitar a análise do desenvolvimento de algumas atividades da Proposta Curricular da Secretaria de Estado da Educação em forma de Modelagem. Ao desenvolver essa modelação, almeja-se, a posteriori, possibilitar aos alunos a observação de situações do cotidiano e interagir com as formas de representar funções – algébrica, gráfica, por meio de texto ou tabela.

Propõe-se, então, neste trabalho, uma modelação matemática que aborde uma situação do cotidiano do aluno. Essa proposta estaria coerente com as sugestões atuais de trabalho com Matemática, especificamente, com funções do 1º grau, como as veiculadas no programa *Construindo Sempre – Aperfeiçoamento de Professores PEB II* e no próprio material da SEE - SP.

Neste trabalho detalharemos a maneira como o tema Funções foi abordado no programa *Construindo Sempre – Aperfeiçoamento de Professores PEB II*, bem como no material da Proposta Curricular da SEE – SP – 2008, no ensino de Função do 1º grau. Resta saber – e é o que esta pesquisa visa mostrar – se a modelação ajuda o aluno a apropriar-se dos conhecimentos fundamentais sobre função do 1º grau e se consegue desenvolver as competências e habilidades para fazer a conexão com problemas de seu cotidiano.

Para responder a questão da pesquisa, ou seja, **se a modelagem é meio facilitador no ensino de função**, foram observados alunos da 1ª série C do Ensino Médio da EE Mal. Cândido Rondon, no município de Itapevi, no Estado de São Paulo.

Estrutura desta dissertação

Na presente pesquisa, procurou-se construir uma abordagem de algumas atividades do caderno do aluno da 1ª série do Ensino Médio – Volume 2 da Proposta Curricular de 2010 e de uma modelação matemática que contribuísse para a discussão das ideias básicas concernentes ao aprendizado do tema Função do 1º Grau pelos alunos da 1ª série do Ensino Médio.

A pesquisa foi dividida em 3 capítulos, a saber:

Na introdução, foi apresentado o que levou à investigação do tema Função como instrumentos de Modelagem e sua importância social no mundo contemporâneo.

No primeiro capítulo, apresentou-se a metodologia utilizada, a caracterização dos alunos e a estrutura desta dissertação.

No segundo capítulo, foi traçado um histórico do conceito de Função desde a Antiguidade até o século XX e apresentada a trajetória de seu ensino no Brasil e no Estado de São Paulo, desde Euclides Roxo. Foram apresentados, também, os fundamentos teóricos para esta pesquisa e a estratégia da Modelagem no ensino, proposta por Bassanezi.

No terceiro capítulo, foram apresentadas e descritas as atividades propostas aos alunos, tecendo-se comentários, analisando o seu desenvolvimento. Apresentou-se uma descrição e a análise da atividade de modelação desenvolvida em sala e o que fora obtido dos alunos como resultados da aplicação dessas atividades. Essas atividades comporão o objeto – encarte desta dissertação – que será apresentado para que possa ser utilizado nas escolas pelos professores, conforme as características de um trabalho de mestrado profissional em ensino de matemática.

Ao final do trabalho, apresentaram-se as considerações finais sobre os resultados do desenvolvimento das atividades em sala de aula e sugestões de aprimoramentos.

Capítulo 1 – Descrição da pesquisa

A partir da experiência adquirida no curso de extensão *Programa Construindo Sempre – Aperfeiçoamento de Professores PEB II* (2003), desenvolvido pela USP, em parceria com a SEE – SP, tratando do tema funções como instrumentos de Modelagem, decidiu-se desenvolver junto a um grupo de alunos da 1ª série C do Ensino Médio de uma escola pública do Estado de São Paulo, atividades da Proposta Curricular da SEE-SP que abordam funções com a mesma estratégia da Modelagem.

Na pesquisa, foi eleito o tema Função de 1º Grau a ser desenvolvido, na forma de Modelagem devido ao fato de estar relacionado à etapa que embasa o ensino sobre o assunto. Além disso, foram constatadas, nos resultados em anexo (Anexo VI) do SARESP[4] 2007 e na sala de aula, as dificuldades sobre vários aspectos fundamentais relativos a esse tema por parte dos alunos, tanto no final do Ensino Médio, quanto no ingresso do Ensino Superior.

As atividades abordadas no caderno do aluno da 1ª série do Ensino Médio – volume 2, na Situação de Aprendizagem 2, tratam do tema Funções do 1º Grau – significado, gráficos, crescimento, decrescimento, taxas. Essas atividades são exemplos do emprego da Modelagem em situações do cotidiano. As quais justificam a escolha da proposta, uma vez que se tem como objetivo verificar se elas, juntamente com a Modelagem, podem favorecer a compreensão do tema abordado.

Procurou-se com esta pesquisa, portanto, propor a Modelagem como uma estratégia para o ensino desse tema e responder a seguinte questão:

---

[4] O Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo – Saresp – é uma avaliação externa da Educação Básica, realizada desde 1996 pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo – SEE/SP. http://saresp.fde.sp.gov.br/2007/.

Modelagem Matemática: meio facilitador na compreensão da Função de 1º Grau?

Para responder a essa questão, propôs-se um roteiro de estudo em que foram utilizados, como referencial teórico, os estudos sobre Modelagem de Rodney Carlos Bassanezi (2002).

Metodologia de trabalho

Este trabalho baseia-se em um referencial teórico oriundo de pesquisa bibliográfica, a respeito da estratégia da Modelagem no ensino de funções de 1º grau. Foram investigadas dissertações e teses relativas ao tema que fazem uma abordagem dessa estratégia no ensino de Matemática, bem como o material de referência do autor Bassanezi (2002). Também foi feito um levantamento histórico do tema funções, envolvendo uma pesquisa em história da Matemática.

Em seguida, propôs-se uma modelação de uma situação que contemple o cotidiano do aluno e esteja referenciada nas atividades do caderno do aluno da 1ª série do Ensino Médio da Proposta Curricular da SEE – SP – 2010 e no material do curso do PEC. Essa modelação foi desenvolvida em sala de aula, com o grupo de sujeitos da pesquisa, alunos da 1ª série C do Ensino Médio.

Dos 45 alunos da 1ª série C do Ensino Médio, convidados a participarem desta pesquisa, apenas 6 (seis) alunos, efetivamente se envolveram na proposta, trabalhando em duplas aqui nomeadas como: Dupla A, dupla B e dupla C.

O cenário da pesquisa

Neste tipo de pesquisa, algumas especificações precisam ser mais detalhadas. O que se apresenta a seguir descreve brevemente a escola e sua “clientela”, ou seja, o grupo de alunos nela envolvidos.

A Escola Estadual Marechal Cândido Rondon - EEMCR

A escola está localizada na região central de Itapevi e foi criada em 1957 com o objetivo de oferecer apenas o Ensino Fundamental – a julgar pela altura em que as lousas estão afixadas e pela concepção arquitetônica do prédio, com salas relativamente pequenas ao se comparar com as salas de outras escolas da região. Com a municipalização do ensino em 1996, a escola possui hoje apenas o Ensino Fundamental de 6º ano ao 9º ano[5] e Ensino Médio. Recebe, atualmente, alunos tanto da classe C como das classes D e E, pois recentemente houve a implantação de um Conjunto habitacional (Cohab) e a expansão habitacional de novos bairros próximos.

Hoje, como observado em outras escolas nos últimos anos, a EEMCR também é um dos muitos exemplos dos males que uma orientação política equivocada é capaz de promover. Apesar de ser sempre divulgado pela mídia e pelas entidades envolvidas no processo educacional e ainda de se tratar de um tema muito debatido, nunca é demais denunciar o descaso e a falta de seriedade com que as políticas públicas para a educação, a saúde e a segurança são

[5] Em 2008, no Brasil, foi instituído o Ensino Fundamental com a duração de 9 anos. A palavra série foi substituída pela palavra ano. Portanto, o 6º ano a que nos referimos em nosso trabalho é equivalente à 5ª série do Ensino Fundamental com 8 anos de duração.

tratadas no país. Especificamente no que tange às anteriores e à atual política estadual paulista, tem havido uma maior preocupação com a construção de novos e modernos presídios de segurança máxima, centros de recuperação de menores e escolas com maior infraestrutura com quadras cobertas, distribuição de materiais escolares e livros didáticos, o que tem seus pontos positivos. Mas, além disso, o bom funcionamento da escola demanda a presença de equipes pedagógicas com boa formação.

A escola não possui segurança, nem equipes de apoio qualificadas para o trato com os alunos, nem especialistas ou professores capacitados para coordenar projetos pedagógicos. Também não conta com sala de multimídia, biblioteca adequada, laboratórios de Química, Física, Matemática ou de Informática. Além disso, ainda enfrenta problemas relacionados à indisciplina e depredações.

Todos esses fatores ocasionam muitas faltas e licenças médicas por parte dos professores que ali trabalham, motivos que tem causado a dispensa de alunos antes do encerramento do turno. Mal se conseguem vislumbrar, nessa escola, os vestígios do que já foi há pouco mais de 10 anos.

Mesmo dentro deste cenário, os professores da EEMCR têm se empenhado na formação continuada, com o objetivo de promover experiências facilitadoras da aprendizagem buscando otimizar a eficiência na formação dos educandos.

Caracterização dos alunos

Na 1ª série C, havia 45 alunos que iniciaram o ano letivo. Em agosto, porém, havia 42 alunos dos quais apenas três eram repetentes. A maioria está na faixa etária compreendida entre 13 e 16 anos (o que denota certa distorção idade/série). Foi solicitado aos alunos que trabalhassem em duplas. O critério adotado para a composição das duplas foi: a assiduidade, ou seja, a participação em todas as atividades e a permanência nas mesmas duplas. Como muitos faltaram, pelo menos, a uma das atividades, a dupla da qual faziam parte não foi impedida de continuar participando, mas foi desconsiderada para nossa pesquisa, pois era necessária a participação de todos e em todas as sessões de atividades.

Os alunos dessa escola caracterizam-se pela falta de participação na maioria das aulas. Vivencia-se uma constante agitação, guerra de frutas quando são distribuídas como merenda, brigas em sala de aula, no intervalo ou em frente à escola, constantes depredações do prédio, de móveis e até de carros de alguns professores. Isso tem provocado falta de concentração e respeito mútuo, principalmente ao iniciar o 2º semestre, quando retornam do recesso escolar e já estão bem familiarizados uns com os outros e conhecedores das “deficiências” da escola. Apenas para citar um exemplo: apesar de terem reformado recentemente a escola, as carteiras, as portas e até a iluminação interna, já se encontram em estado lastimável de uso e conservação.

Ainda assim, encontram-se alguns alunos que se mostram interessados e que até trabalham bem quando os demais “permitem”, mesmo que de forma descontinuada e não muito organizada. Após algumas conversas informais com esse grupo de alunos da 1ª série C, foi realizada uma entrevista com roteiro semi-estruturado – alguns deles recusaram-se a responder – a fim de esboçar um quadro socioeconômico que foi de grande valia no momento da contextualização das atividades referentes ao tema abordado.

Uma característica relevante observada foi a de que esses alunos são filhos de trabalhadores (as), residem em bairros próximos à escola, e que seus pais e algumas mães saem cedo para o trabalho. A maioria dos pais trabalha na construção civil e em empregos domésticos na Capital e na região que abrange especialmente o bairro *Alphaville* na cidade de Barueri, em Osasco e em Cotia, cidades da região. Esses pais só retornam à noite e já muito cansados da viagem de ida e volta ao trabalho, motivo pelo qual, muitas vezes, não fazem o acompanhamento esperado da vida social e escolar de seus filhos. Os dados do quadro socioeconômico levantado revelaram, ainda, que a maioria dos alunos estava no período noturno porque ou ajudavam em casa ou já trabalhavam meio expediente ou esporadicamente. Isso, segundo eles, não atrapalhava nos estudos, embora não tivessem muito tempo para se dedicarem a eles – quando tinham tempo para estudar, nunca contavam com alguém para ajudá-los com as tarefas escolares.

Em resposta a uma das perguntas referentes aos sonhos futuros, poucos alunos disseram que se viam prosseguindo nos estudos. A maioria acreditava que estaria trabalhando daqui a três anos ou até antes, pois precisariam ajudar em casa.

Todos os encontros para a realização das atividades propostas ocorreram durante as aulas regulares de Matemática. O conteúdo de Função do 1º Grau abordado faz parte da Proposta Curricular da SEE – SP - 2010 para o 2º bimestre de 2011, e prevista na programação normal.

Foi requerida autorização à Diretoria de Ensino e também foi feito um pedido de autorização aos responsáveis pelos alunos para sua participação na realização desta pesquisa. Também foi esclarecido aos participantes e aos seus responsáveis que, ao colaborarem, voluntariamente, com a pesquisa, teriam garantia de anonimato nessa colaboração.

Capítulo 2 - O tema função na história e no currículo da educação básica

Abordar-se-á, neste capítulo, um breve histórico sobre o conceito de função bem como a presença desse conceito ao longo a História da Matemática.

Também será apresentado como surgiu e foi introduzido o tema função no currículo da educação básica, com as reformas educacionais ocorridas nos currículos escolares brasileiros e paulistas.

Um breve histórico do conceito de Função

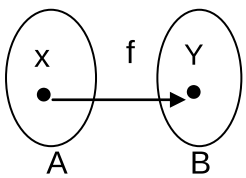
O conceito de função abordado no ensino de matemática em geral é o que se pode identificar nos livros didáticos de Matemática do Ensino Médio. O livro didático adotado pela escola onde se desenrola esta pesquisa é MATEMÁTICA – DANTE – VOLUME ÚNICO. O capítulo referente ao assunto Funções é iniciado explorando, intuitivamente, a noção de função por meio de alguns exemplos de relacionamento entre duas grandezas variáveis e, em seguida, apresenta a seguinte definição e notação:

Dados dois conjuntos não-vazios **A** e **B**, uma função de **A** em **B** é uma regra que diz como associar cada elemento x ϵ A a um único elemento y ϵ B.

Foi utilizada a seguinte notação:

$$f: A \to B \text{ ou } A \xrightarrow{f} B$$

Que se lê: **f** é uma função de **A** em **B**.



A função **f** transforma **x** de **A** em **y** de **B**, ou seja, y = f(x). (2005, p. 34)

O conceito de função, hoje trabalhado nas escolas, não é novo. Na verdade, ele sempre esteve presente, desde a Antiguidade até os dias atuais. Inicialmente, ele era apresentado de forma mais direta, ou seja, sem uma linguagem formal. Por exemplo, uma função era identificada por tabelas ou por sua representação geométrica e mecânica, expressa por meio retórico. A partir do século XVII, determinadas condições, no campo sociocultural, influenciaram a inclusão do tratamento algébrico desse conceito.

O conhecimento matemático desenvolveu-se, assim como todo o conhecimento humano de forma geral.

> Ao longo da história se reconhecem esforços de indivíduos e de todas as sociedades para encontrar explicações, formas de lidar e conviver com a realidade natural e sociocultural. Isso deu origem aos modos de comunicação e às línguas, às religiões e as artes, assim como às ciências e às Matemáticas, enfim a tudo o que chamamos "conhecimento", muitas vezes também chamado "saber". (D'Ambrosio, 1996, p.18).

Segundo Boyer (1974) e Caraça (1989), o conceito de função já era utilizado pelos babilônios que registravam seus conhecimentos matemáticos em tabletes de argila, material usado à época para fazer as anotações. Assim como os babilônios, os egípcios também fizeram uso de tabelas em que o registro era feito em papiro. Nestas tabelas, observa-se que os babilônios tinham a percepção da relação entre grandezas físicas.

Entre os gregos, as tabelas evidenciavam que eles também percebiam a relação entre duas grandezas, principalmente ao se estudar a matemática da Astronomia. A obra *Almagesto* de Ptolomeu, publicada entre 125 e 150 d.C., apresenta algumas tabelas que confirmam a percepção dos gregos em relação à Função. Sabe-se que a geometria grega envolvia representações de curvas, como as cônicas. Essa representação, entretanto, não está associada diretamente à noção de Função, mas às propriedades das curvas definidas por lugares geométricos.

O monge francês Nicolas Oresme (1323-1382) é considerado um dos primeiros estudiosos a buscar uma representação gráfica de funções: "– Por que não traçar uma figura ou gráfico da maneira pela qual variam as coisas?" (Boyer, 1974, p. 192). Oresme descreve, graficamente, em uma de suas obras, o movimento de um corpo com aceleração constante.

A partir do século XVII, houve uma grande revolução na Matemática. René Descartes (1596-1650) e Pierre de Fermat (1601-1665) realizaram trabalhos de forma independente, utilizando métodos analíticos para o estudo das relações. Embora não se possa identificar claramente que Descartes ou Fermat tenham usado eixos coordenados no sentido do moderno plano cartesiano, eles foram, sem dúvida, bastante longe ao representar, graficamente, uma Função expressa por uma equação algébrica.

Foi somente a partir dos trabalhos de Newton (1642-1727) e de Leibniz (1646-1716) – a quem se atribui ser o primeiro a usar a palavra *Função* – que o conceito de Função começou a adquirir uma versão mais próxima da moderna. Acredita-se que a contribuição de Newton em relação ao estudo de funções tenha sido quanto à introdução do termo "variável independente".

Segundo Boyer (1974), a notação, atualmente utilizada para Função, como $f(x)$ foi usada, pela primeira vez, por Leonard Euler (1707-1783) nos *Comentários de Petersburgo para 1734-1735*.

Segundo Eves (2004), muitos conceitos matemáticos passam por modificações acentuadas, resultado da busca incessante dos matemáticos de "generalizar" e "ampliar" esses conceitos. Para ele, a Função é um dos conceitos que fizeram parte da vida de muitos matemáticos pela busca de sua clarificação.

> Por volta de 1718, Johann Bernoulli havia chegado a considerar Função como uma expressão qualquer formada de uma variável e algumas constantes; pouco tempo depois Euler considerou uma Função como uma equação ou fórmula qualquer envolvendo variáveis e constantes.
> (...) O conceito de Euler se manteve inalterado até que Joseph Fourier (1768-1830) foi levado a considerar, em suas pesquisas sobre a propagação do calor, as chamadas séries trigonométricas. (p. 661).

Por volta do século XIX, Lejeune Dirichlet (1805-1859) apresenta a seguinte definição para o conceito de Função:

> Uma *variável* é um símbolo que representa qualquer dos elementos de um conjunto de números; se duas varáveis *x* e *y* estão relacionadas de maneira que, sempre que se atribui um valor a *x*, corresponde automaticamente, por alguma lei ou regra, um valor a *y*, então se diz que *y* é uma *Função* (unívoca) de *x*. A variável *x*, à qual se atribuem valores à vontade, é chamada *variável independente* e a *y*, cujos valores dependem dos valores de *x*, é chamada de *variável dependente*. Os valores possíveis que *x* pode assumir constituem o *campo de definição* da Função e os valores assumidos por *y* constituem o *campo de valores* da Função. (Eves, 2004, p. 661).

Será abordada, no próximo tópico, a maneira como foi utilizado o conceito de Função no ensino de Matemática no Brasil.

A presença do conceito de Função nos currículos brasileiros

Segundo Braga (2006), o ensino da Matemática no Brasil, em 1925, era dividido em três áreas: Aritmética, Álgebra e Geometria. O conceito de Função era abordado na parte de Álgebra do currículo.

Euclides de Medeiros Guimarães Roxo, em 14 de novembro de 1927, então professor catedrático do Colégio Pedro II, influenciado pelo movimento internacional de modernização da Matemática que tinha à frente o matemático alemão Félix Klein, propôs o ensino da Matemática com aplicações, sugerindo a unificação das três áreas.

Em 1931, ocorreu a Reforma Francisco Campos que institucionalizou e criou a disciplina de Matemática. O conceito de Função, a partir daí, passou a ser a espinha dorsal desse curso, pois o mesmo dava suporte para que outros temas fossem abordados.

Essas reformulações não foram bem aceitas e, na prática, o conceito de Função aparecia no antigo ensino secundário, constando apenas do último capítulo dos livros didático, aspecto que justificava, em parte, o fato de muitos professores não abordar esse assunto em suas aulas.

Em 1934, assumiu o Ministério de Educação e Saúde Gustavo Capanema que, diante das disputas ideológicas e políticas daquele momento, propôs uma ampla consulta antes de efetuar qualquer reforma.

A partir dos dados coletados e de estudos comparativos com outros países, em 9 de Abril de 1942, foi promulgada a lei orgânica do ensino secundário – o decreto Nº 4244, cujo artigo 18 dizia que deveria ser criada uma comissão para elaborar o programa do sistema educacional. A Portaria Ministerial de 27 de Abril de 1942 determinou, então, uma comissão cujo presidente seria Gustavo Capanema e um dos membros, Euclides Roxo.

Euclides Roxo apresentou, para essa comissão, uma proposta para o ensino de Matemática, um pouco diferente daquela anteriormente elaborada por ele na reforma "Francisco Campos". Mas, em relação ao ensino de Funções, as sugestões foram as mesmas.

Capanema pediu a apreciação da proposta elaborada por Euclides ao Padre Arlindo Vieira – representante dos setores ligados à Igreja – e aos representantes do Exército. Não houve nenhuma divergência por parte dos membros ligados ao Exército; o Padre Arlindo Vieira, porém, pediu exatamente a retirada do item mais importante para Euclides Roxo: a noção de Função e variável, que deveria ser ensinada na 3ª série do curso ginasial. Capanema aceitou a sugestão de Arlindo Vieira e o conceito de Função não foi inserido no curso ginasial.

Após a II Guerra Mundial, houve uma grande preocupação de alguns países em reformar os currículos de Matemática no intuito de fornecer ferramentas aos estudantes a fim de que, no final dos estudos, pudessem aplicá-las nos setores que as exigissem.

Com o lançamento do satélite soviético Sputnik, em 1957, os Estados Unidos aceleraram o processo de reforma curricular cuja preocupação era a de uma formação científica, desde a escola básica, o que culminou com a criação dos grupos *SMSG* (*School Mathematics Study Group*) e *NCTM* (*National Council of Teacher of Mathematics*).

O Brasil passou por momentos de grandes transformações, principalmente, no campo político e econômico, tendo como meta a modernização do país. Nesse momento, um movimento na direção de renovar o currículo de Matemática ocorria em muitos países da Europa, nos Estados Unidos e no Brasil. Este movimento ficou conhecido como o Movimento de Matemática Moderna (MMM).

No Brasil, a discussão da Educação Matemática iniciou-se na década de 1950. Congressos nacionais aconteceram nos anos de 1955, 1957 e 1959 quando as inovações no ensino que estavam sendo debatidas nos Estados Unidos e Europa foram incorporadas nas discussões aqui.

Sob a inspiração do *SMSG* americano, foi fundado, em 1961, em São Paulo, o Grupo de Estudos do Ensino da Matemática (GEEM) formado por professores dos antigos ensinos denominados primário, secundário e superior do Estado de São Paulo, cujo principal representante foi Osvaldo Sangiorgi.

A Matemática Moderna dava, no ensino de funções, ênfase excessiva à Teoria dos Conjuntos, Estruturas Algébricas, Topologia etc. em detrimento à Aritmética, à Geometria e Medidas. Esse tipo de Matemática interessava mais aos estudiosos e matemáticos e era um assunto complexo principalmente para alunos das séries iniciais, pois estavam distantes de situações do cotidiano.

> A divulgação da Matemática Moderna foi desencadeada, no Brasil, por um grupo de professores que viu na proposta um caminho, senão o caminho para a melhora do ensino secundário de Matemática no país,

> num quadro de articulação de professores de sua participação na discussão desse ensino, com o sentido da superação do centralismo que vinha caracterizando as decisões sobre organização e programas do secundário, desde 1931.
> A divulgação da Matemática Moderna não foi, portanto, resultado direto da decisão de algum gabinete. A dimensão que este processo adquiriu só pode ser explicada pela existência de um movimento que envolveu articulação de grupos de professores secundários e universitários, a realização e debate de experiências concretas de ensino, a publicação de textos para professores e alunos, a construção de um discurso adaptado à realidade local. (Burigo, 1989, 176-177)

O Movimento de Matemática Moderna vigorou por um grande período e, diante da constatação da inadequação de alguns de seus princípios básicos e do excesso de algumas formulações, esse movimento foi dispersado.

A partir de 1980, o *NCTM* apresentou o documento "Agenda para Ação" – destacando a Resolução de Problemas – direcionando as discussões para o ensino de Matemática sobre outra direção associada aos debates que levavam em consideração os aspectos sociais, cognitivos, antropológicos, etc.

A presença do conceito de função nos currículos paulistas

Segundo Martins (1996), desde a década de 1970, os professores de São Paulo tinham à sua disposição os guias curriculares, conhecidos como "verdão", não pela capa que era verde, mas devido ao momento político que vigorava no país.

A partir dos anos 80, com o advento do movimento pela redemocratização do país, uma série de reivindicações surgiu no campo educacional pela reformulação desses guias curriculares. Coube à Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas (CENP), órgão da Secretaria do Estado da Educação de São Paulo (SEE – SP), a construção das novas propostas curriculares.

> Dentre as atribuições da CENP estavam a elaboração, execução e normatização dos modelos curriculares para o Estado, bem como o permanente trabalho de qualificação e requalificação docentes, técnico-pedagógicos e administrativos da área pedagógica. Cabia a ela ainda o desenvolvimento de estudos para aperfeiçoar material e metodologias de ensino e supervisão. (Martins, 1996)

Dentro da estrutura da CENP, encontra-se a Divisão responsável por currículos, cujos trabalhos são desenvolvidos pelas Equipes Técnicas formadas por professores, os quais se agrupam por componentes curriculares.

De 1986 a 1988, foram construídas as propostas curriculares para as disciplinas do núcleo comum do 1º grau – Matemática, Língua Portuguesa, Ciências e Estudos Sociais.

A partir de problemas identificados com o ensino de Matemática, em 1986, foi apresentada para os professores de São Paulo uma Proposta Curricular que aborda os seguintes temas: Números, Geometria e Medidas. Nessa proposta, o ensino de Função consta como conteúdo da 7ª série.

Ainda em 1986, para o ensino do 2º grau, a CENP e SEE-SP apresentaram o documento Proposta Curricular de Matemática para o 2º grau, mostrando que o tópico Funções deveria ser ensinado na 1ª série e cuja abrangência seria aprofundada de acordo com o número de aulas semanais. Nessa proposta, o tema "Função do 1º grau e 2º graus" tem como objetivos:

> Expressar a dependência de uma variável em relação à outra. Relacionar gráficos com tabelas que descrevem uma Função. Conceituar Domínio e Conjunto Imagem de uma Função.
> Definir Função. Estudar graficamente a variação de uma Função. Reconhecer os intervalos em que a Função é crescente (decrescente). Reconhecer e utilizar pontos de máximo (mínimo) na solução de problemas.
> Reconhecer e definir Função Constante. Utilizar a Função Constante como instrumento de análise de situações.
> Reconhecer e definir Função do 1º grau. Relacionar o gráfico com os coeficientes da expressão que descreve uma Função do 1º grau. Resolver equações e inequações do 1º grau.

> Reconhecer e definir Função do 2º Grau. Construir gráficos e utilizá-los na análise de funções quadráticas. Resolver equações e inequações do 2º Grau. Utilizar máximos e mínimos de funções quadráticas na solução de problemas. (1992, p. 22-24).

Ainda nesse documento, foram sugeridas diversas atividades como exemplos a ser aplicado no sentido de relacionar função linear com grandezas diretamente proporcionais, coeficiente angular com a inclinação da reta que representa uma Função do 1º grau.

Em 1990, o Ministério de Educação e Desportos (MEC), juntamente com a Secretaria de Educação Fundamental, apresentou uma série de documentos intitulados Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental – PCN nos quais foram abordados os conteúdos de cada uma das disciplinas.

Para o ensino de Matemática, mais especificamente para o tema de função, foi sugerido que fosse abordado a partir de situações do cotidiano nas diversas formas de representação, ou seja, tabelas, gráficos, expressão algébrica, etc. Nessa proposta, o ensino de função constava como conteúdo do quarto ciclo do Ensino Fundamental (7ª série/ 8º ano e 8ª série/ 9º ano), envolvendo proporcionalidade entre grandezas direta ou inversa ou mesmo a não proporcionalidade:

> Identificação da natureza da variação de duas grandezas diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais (afim ou quadrática), expressando a relação existente por meio de uma sentença algébrica e representando-a no plano cartesiano. (PCN, 1998, p. 87)

Com a promulgação da Lei 9394/96 – Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDB, o Ensino Médio passou a fazer parte da Educação Básica.

Em 1999, o Ministério da Educação, por intermédio da Secretaria da Educação Média e Tecnológica, apresentou o documento PCNEM – Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Médio, que propunha um currículo baseado em habilidades e competências e que valorizasse o contexto dos alunos. (PCN (Ensino Médio), 1999, p. 259)

Em relação ao ensino de funções, entre outras competências e habilidades, figuravam:

> Ler, interpretar e utilizar representações Matemáticas (tabelas, gráficos, expressões, etc.).
>
> Transcrever mensagens Matemáticas da linguagem corrente para linguagem simbólica (equações, gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas, etc.) e vice-versa.
>
> Desenvolver a capacidade de utilizar a matemática na interpretação e intervenção no real.
>
> Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento. (1999, p. 259)

Para complementar o PCNEM, em 2000, foi elaborado para os professores um documento com a finalidade de auxiliar nos trabalhos pedagógicos, visando o ensino de forma contextualizada e interdisciplinar, os PCN+ Ensino Médio – Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino de Ciências da Natureza Matemática e suas Tecnologias.

Nesse documento, a proposta de conteúdo para Matemática, nas três séries do Ensino Médio, foi dividida em três temas estruturados, a saber:

1. Álgebra, números e funções;
2. Geometria e medidas;
3. Análise de dados.

Segundo esse documento, o estudo de funções deveria ser “a partir de situações contextualizadas, descritas algébrica e graficamente”. (2002, p. 121). Além disso, era necessário:

> Identificar, analisar e aplicar conhecimentos sobre valores de variáveis, representados em gráficos, diagramas ou expressões algébricas, realizando previsão de tendências, extrapolações e interpolações, e

> interpretações. (PCN (Ensino Médio) 1999 - Parte III - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, p. 215).

O Ministério da Educação, por meio da Secretaria de Educação Básica, publicou as “Orientações Curriculares Para o Ensino Médio” (2008), com o objetivo de contribuir para o diálogo entre professor e escola sobre a prática docente. Nesse documento, os conteúdos básicos estavam organizados em blocos, e a articulação entre eles deveria ser constantemente buscada. No bloco Funções, destacamos:

> O estudo de Funções pode ser iniciado com uma exploração qualitativa das relações entre duas grandezas em diferentes situações: idade e altura; área do circulo e raio; tempo e distância percorrida; tempo e crescimento populacional; [...]. Também é interessante provocar os alunos para que apresentem outras tantas relações funcionais e que de início, esbocem qualitativamente os gráficos que representam essas relações, registrando os tipos de crescimento e decrescimento [...]. É conveniente solicitar aos alunos que expressem em palavras uma função dada de forma algébrica, por exemplo, $f(x) = 2x + 3$, como uma função que associa a um dado valor real o seu dobro, acrescido de três unidades; isso pode facilitar a identificação, por parte do aluno, da ideia de função em outras situações, como, por exemplo, no estudo da cinemática, em Física. É importante destacar o significado da representação gráfica das funções, quando alteramos seus parâmetros, ou seja, identificar os movimentos realizados pelo gráfico de uma Função quando alteramos seus coeficientes. (p. 72)

A Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, em 2008, publicou um documento, a *Proposta Curricular para o Ensino Fundamental (Ciclo II) e Ensino Médio: documento de apresentação*, com o objetivo de “apoiar o trabalho realizado nas escolas estaduais e contribuir para a melhoria da qualidade da aprendizagem de seus alunos” (São Paulo, 2008). Nele, para a disciplina Matemática, fez-se uma referência a algumas propostas elaboradas a partir de 1986, em que a contextualização e a instrumentalização da educação para o mundo do trabalho apresentam-se como aspecto de convergência.

Com a apresentação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e com a implantação do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), foi esclarecido o que já era discutido nas propostas curriculares, dando ênfase às competências que deveriam ser “desenvolvidas nos alunos ao longo da escola básica”, agrupando-as em três eixos: expressão/compreensão, argumentação/decisão e contextualização/abstração. Quanto aos conteúdos, foram agrupados em quatro blocos – números, geometria, medidas e tratamento da informação – a serem abordados tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio.

O documento propôs que o estudo de Função deveria ser trabalhado no bloco de grandezas e medidas. Na 8ª série do Ensino Fundamental, foi abordada a ideia de proporcionalidade direta e inversa. No Ensino Médio, sugeriu-se buscar a “investigação da relação entre grandezas”.

> “Nesse sentido, abre-se também no Ensino Médio um rico leque de possibilidades para o cruzamento desse eixo com os demais, por exemplo, com a geometria analítica – por meio de explorações da linguagem gráfica de uma Função –, ou, ainda, de investigações sobre a ideia de taxa de variação”. (p. 47)

Essa proposta sugeriu que o tema Função fosse trabalhado no 2º bimestre da 8ª série do Ensino Fundamental – Ciclo II, cujos tópicos estariam divididos em noções básicas sobre Função, a ideia de variação e construção de tabelas e gráficos para representar funções do 1º e 2º graus. No Ensino Médio, também no 2º bimestre, estudar-se-iam, com maior profundidade, as relações entre duas grandezas, proporcionalidades direta, inversa, direta com o quadrado, Função do 1º grau e Função do 2º grau.

O tema Função na Proposta Curricular da SEE-SP – 2008

Ao se optar pela abordagem dos textos sobre o tema Função constantes no material de apoio utilizado na rede estadual de ensino, levou-se em consideração que a decisão e escolha do material ora utilizado foram baseadas no fato de que a Proposta Curricular da SEE-SP – 2008 estava inserida como um instrumento de apoio no trabalho docente.

Na Proposta Curricular da SEE-SP, o tema Função é abordado de uma forma contextualizada, ou seja, relacionado a vida do aluno, mas com muitas lacunas a serem preenchidas com conteúdos do livro didático. Isso tem se mostrado, muitas vezes, impossível de cumprir dentro do tempo previsto – com apenas uma semana e meia cada situação de aprendizagem. O desenvolvimento desse tema exige o acompanhamento com livro didático.

Mas, ao analisar os conteúdos constantes nesse material, surgem os seguintes questionamentos: como torná-los realmente significativos para o aluno? Como abordá-los, em sala de aula, de forma que o aluno possa utilizá-los no seu dia-a-dia? Como diz Bassanezi (2002), “como fazer para que a Matemática seja considerada importante porque mais tarde ela poderá ser aplicada e não simplesmente por alguma definição arbitrária?”.

As situações de aprendizagem na Proposta

Nessa proposta, o professor recebe um caderno com orientações e conteúdos relacionados ao caderno que cada aluno recebe. A abordagem do tema Função do 1º grau é desenvolvida em etapas denominadas “situações de aprendizagem” nos cadernos do Ensino Fundamental (Ciclo II) e no Ensino Médio.

No caderno de Matemática do professor da 1ª série do Ensino Médio, volume 2 – 2009 e no do aluno da 1ª série do Ensino Médio, volume 2 – 2010, para o ensino do tópico Função do 1º Grau, são apresentadas as situações de aprendizagem 1 e 2 (anexos IV e V). Na primeira situação, é feita uma abordagem das relações de interdependência entre variáveis, enquanto, na segunda, a abordagem é feita tratando do significado dos gráficos, do crescimento e decrescimento e taxas de variação. Sendo que este procedimento esta de acordo com o objetivo e enfoque desta pesquisa.

Os autores sugerem um roteiro no qual é explorada a ideia de função do 1º grau, bem como a organização de alguns fatos, cabendo ao professor detalhar, ou não, os conteúdos preliminares e, em seguida, explorar as atividades que constam no caderno do aluno.

A proposta é a de que se retome a noção de função, apresentada no ano anterior, com as turmas de 8ª série/9º ano, na qual era tratada como uma relação de interdependência entre duas grandezas, explorando, especialmente, as funções do 1º grau e 2º grau, bem como suas aplicações em diferentes contextos. Somente após essa etapa é que irá definir-se uma função de 1º grau como uma relação de interdependência, como segue:

> Duas grandezas **x** e **y** podem variar de modo interdependente, de tal forma que assumam valores inter-relacionados. Quando, deixando variar livremente os valores de uma grandeza **x**, notamos que os valores de outra grandeza **y** também variam de tal forma que a cada valor de **x** corresponde um e somente um valor de **y**, então dizemos que **y** é uma Função de **x**; dizemos ainda que **x** é a **variável independente** e **y** é a **variável dependente**. (Caderno do aluno - p. 03) (Grifos nossos.).

Quanto à proporcionalidade direta ou inversa entre duas grandezas, a sugestão é a de esclarecer que:

> Quando **x** e **y** são duas grandezas **diretamente proporcionais**, elas aumentam ou diminuem simultânea e proporcionalmente, ou seja, a razão $\frac{y}{x}$ é constante, e resulta que $y = k \cdot x$ (**k** é uma constante). Quando **x** e **y** são duas grandezas **inversamente proporcionais**, sempre que uma delas aumenta, a outra diminui na mesma proporção, e vice-versa, de modo que o produto das duas permanece constante: $x \cdot y = k$, ou seja, $y = \frac{k}{x}$ onde **k** é uma constante não nula. (Caderno do aluno - p. 03) (Grifos nossos.).

E ainda que se alertem aos alunos que:

> Quando observamos os valores de duas grandezas interdependentes **x** e **y**, e notamos que um aumento no valor de **x** acarreta um aumento no valor de **y**, ou então, um aumento no valor de **x** provoca uma diminuição no valor de **y**, somos tentados a dizer que: a variação é diretamente proporcional no primeiro caso e inversamente proporcional no segundo. Entretanto, tais afirmações nem sempre são corretas, uma vez que, como visto anteriormente, a proporcionalidade direta exige mais do que um aumento simultâneo nos valores nos valores de **x** e **y**, pois é preciso que **a razão** $\frac{\mathrm{y}}{\mathrm{x}}$ **seja constante e resulte em** $y = k \cdot x$ **(k é uma constante)**. Analogamente, a proporcionalidade inversa é mais do que uma diminuição nos valores de uma das grandezas, quando o outro aumenta; é necessário que o **produto dos valores de x e y permaneça constante, ou seja,** $x \cdot y = k$ **(k** é **constante).** (Caderno do aluno - p. 03) (Grifos nossos.).

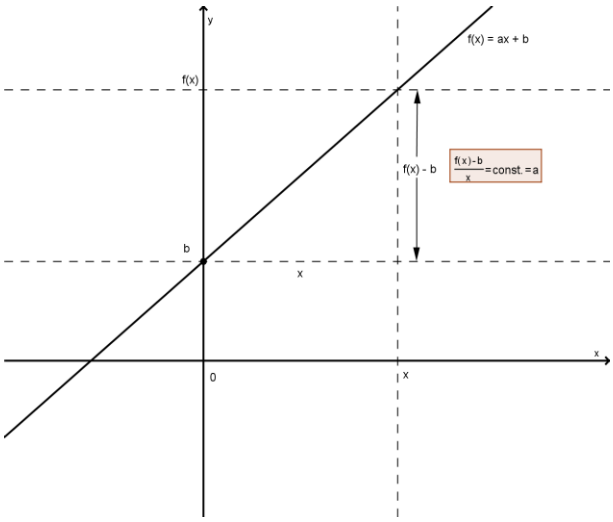
Nesse documento, uma função do 1º grau deve ser expressa pela fórmula **f(x) = *a*x + *b*** em que ***a*** e ***b*** são constantes, sendo ***a* ≠ 0**. Quando ***a*** for igual a **0**, a função se reduz a fórmula **f(x) = *b*** (**função constante**) e quando **b = 0** a função se reduz a **f(x) = ax (função linear)**.

Outra característica peculiar das funções do 1º grau é que elas variam a uma taxa constante, ou seja, há proporcionalidade e ela fica evidente quando isolamos a constante ***a*** na fórmula **f(x) = *a*x + *b***, obtendo, $a = \frac{f(x) - b}{x}$.

Quando se diz que **f** é uma função do 1º grau, está-se afirmando que o gráfico da função é uma reta, independentemente dos valores que as constantes

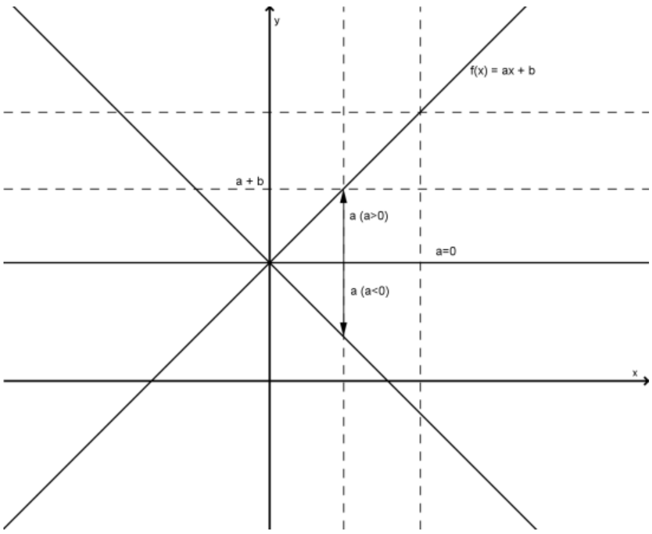
a ou **b** assumam; assim, pode-se utilizar a forma inclinação-intersecção da equação de uma reta para escrever uma fórmula para esta função, ou seja, $y = f(x) = ax + b$ onde **a** é o coeficiente angular da reta e **b** é a intersecção com o eixo **y**.

Gráfico 1: Gráfico de f(x) = ax+b



Fonte: Esse gráfico foi extraído do caderno do professor, São Paulo Faz Escola. Parte integrante da Proposta Curricular da SEE – SP – 2009. (p.21).

Gráfico 2: Gráfico de *f(x)* = a*x* + b, nos casos de a > 0, a = 0 e a < 0



Fonte: Esse gráfico foi extraído do caderno do professor, São Paulo Faz Escola. Parte integrante da Proposta Curricular da SEE – SP – 2009. (p.21).

Nesses gráficos observa-se que:

a) f(*x*) = *b*, para *x* = 0 ou a = 0;

b) o coeficiente ***a*** representa a inclinação da reta que representa a função ***f***;

c) a variação de ***f(x)*** para cada unidade a mais de ***x*** é igual a ***a***;

d) quando ***a* > 0**, a função é crescente;

e) quando ***a* < 0**, a função é decrescente;

f) quando ***b* = 0** tem-se ***f(x)* = *ax*** e o gráfico passa pela origem do sistema de coordenadas;

g) se duas funções apresentam o mesmo coeficiente de ***x***, isto é, a mesma taxa de inclinação ***a***, então seus gráficos são retas paralelas.

Em seguida, são apresentadas as atividades do caderno do aluno (anexo – V) e as atividades do caderno do professor (anexo – IV).

Em relação às atividades do caderno do professor vol. 2, quatro atividades (1, 2, 3 e 8), partem do gráfico para a expressão algébrica, duas atividades (5 e 6), partem da linguagem natural para a algébrica, uma atividade (7) pede para analisar a taxa de variação, uma atividade (9), parte da ilustração para uma inequação e uma atividade (4) pede para analisar a inclinação da reta que representa a função linear.

As atividades abordadas pelos autores contemplam os quesitos contextualização e as diferentes formas de representação – verbal, numérica, visual e algébrica – (Duval, 2003), porém trazem uma gama extensa de atividades para serem abordadas.

O ideal seria trabalhar essas variações gráficas com o uso de computadores, recurso que não está disponível nesta Unidade Escolar. Logo, o tempo previsto de três semanas não seria cumprido devido à grande quantidade de gráficos que precisariam ser confeccionados na lousa, com giz e apagador ou com lápis e papel.

Além disso, se, de um lado, o professor optar por fazer um maior aprofundamento sobre o tema, como é sugerido no início da situação de aprendizagem, deverá mobilizar um grande rol de conhecimentos sobre o assunto, o que consequentemente traria um atraso na finalização dessas atividades no prazo previsto. Se, de outro lado, o professor fizer diretamente a abordagem das atividades sem maiores detalhamentos, outro entrave acontecerá: o de não abordar tópicos necessários para uma boa compreensão dos conteúdos pelos alunos.

Por isso o objetivo desse trabalho é atrelar teoria e prática referentes a funções do 1º grau utilizando-se da estratégia da Modelagem para facilitar sua compreensão.

O PEC – Construindo Sempre – USP

Período: 2002/2003/2004

O curso de Extensão “Programa de Educação Continuada (PEC) – Construindo Sempre”, desenvolvido pela Universidade de São Paulo – USP, em parceria com a Secretaria Estadual de Educação do Estado de São Paulo, teve duração de 150 horas/aula e foi voltado para professores de 5ª a 8ª séries do Ensino Fundamental e do Ensino Médio (PEB II) da rede estadual no período 2002-2004.

Atendeu aproximadamente 2.400 professores especialistas de sete áreas do conhecimento: Língua Portuguesa, Matemática, História, Geografia, Química, Física e Biologia, utilizando a tecnologia de videoconferências, atividades via *web* e material de apoio impresso[6]. A Fundação Carlos Alberto Vanzolini (FCAV) respondeu pela produção editorial dos materiais de apoio, tanto impresso quanto *web*, e pelos serviços de logística.

A Secretaria Estadual da Educação e a Universidade de São Paulo – por intermédio da FAFE (Fundação de Apoio à Faculdade de Educação) – delinearam um programa, partindo de indicadores do desempenho dos alunos nos diferentes componentes curriculares e da identificação de formas de ação que atendessem às demandas estabelecidas como necessárias para melhoria da aprendizagem.

Tendo em vista a melhoria das práticas didático-pedagógicas, o curso abordou novas formas de interação do trabalho escolar, reconstruindo saberes disciplinares já obtidos em cursos de graduação. O objetivo foi o de oferecer um curso de capacitação para professores PEB II, partindo da análise das principais características das mudanças do sistema de ensino nos últimos anos. Foi considerada a situação concreta das escolas, identificando formas de ação que melhor atendessem aos objetivos educacionais definidos, assim como objetivos específicos de cada área.

Atentando-se para a pluralidade dos estudantes, foram discutidas e realizadas sugestões para o trabalho na escola.

O Programa contou com um material de apoio impresso para cada módulo, que foi desenvolvido durante três semanas. Nele constava a apresentação da Área Curricular e a apresentação do Módulo com os temas que seriam estudados por meio de atividades presenciais e virtuais.

A seguir, foram apresentados os textos básicos e uma série de atividades que constituíam o Trabalho Monitorado em sala de aula, no qual havia a assistência do professor tutor. Na seção Trabalhando em Sala de Aula, os autores indicaram algumas propostas para o aluno-professor desenvolverem com seus alunos. No final do material, encontravam-se as Referências Adicionais com

---

[6] O material de apoio impresso (Cerri, Barufi e Salerno) e as atividades *web* produzidas para o curso eram disponibilizados no endereço http://paje.fe.usp.br/estrutura/pec/.

indicações, comentadas, ou não, de *sites*, livros, teses e filmes relacionados aos temas tratados no Módulo.

A cada semana aconteciam dois encontros presenciais, havia também uma videoconferência e, no material de apoio, constava uma síntese do tema e uma relação de tópicos que eram tratados pelo professor videoconferencista. A seleção dos tópicos centrais de cada módulo baseava-se na análise de documentos, pesquisas e dados de avaliação dos estudantes da rede pública.

Em uma videoconferência, que apresentava a programação, durante quatro horas, apresentou-se a capacitação para o uso da ferramenta *LearningSpace*, necessária para as atividades desenvolvidas *on-line*. Após essa atividade, teve-se que cumprir, obrigatoriamente, a carga horária de:

• 72 horas de atividades com utilização de mídias interativas (9 semanas) no polo;

• 46 horas não presenciais, para o desenvolvendo projetos, com os alunos;

• 32 horas de encontros gerais na USP.

Cada turma de 40 alunos contava com o apoio de um tutor em todas as atividades. Além do tutor – que também orientava os projetos desenvolvidos nas escolas –, havia também um professor orientador, responsável não só pelo acompanhamento dos trabalhos de duas turmas de alunos por área, como também pela interação nas atividades *on-line*.

Cada um dos alunos-professores concluintes recebeu um Certificado de Extensão Universitária expedido pelas Pró-Reitorias de Graduação e de Extensão Universitária da Universidade de São Paulo. Para tanto, era necessário participar de 80% das atividades programadas, com 60% de aproveitamento nos módulos específicos – a avaliação foi feita com base nos trabalhos que foram desenvolvidos em cada programação.

Público Alvo

O Programa destinou-se a professores PEB II – Professores de Educação Básica II – da rede estadual de ensino do Estado de São Paulo que atendessem às seguintes condições:

• fossem profissionais habilitados em um dos seguintes componentes curriculares: Língua Portuguesa, Matemática, História, Geografia, Ciências, Física, Química, Biologia, ou habilitados em outra disciplina de qualquer uma das áreas estabelecidas para o Ensino Médio e Fundamental – Linguagem, Códigos e suas Tecnologias, Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, Ciências Humanas e suas Tecnologias;

• não estivessem participando dos projetos “Construindo Sempre – PUC Português / 2002”, “Construindo Sempre – PUC Matemática / 2002” ou “Pró-Ciências / 2002”, pois trariam uma sobrecarga para o professor-estudante;

• estivessem em pleno exercício das suas atividades.

Objetivo

Um grande desafio que se coloca a cada professor é o de conduzir o aluno à aprendizagem significativa da Matemática – principalmente quando se leva em conta que é importante que o cidadão hoje conheça a linguagem Matemática para formar opinião crítica e autônoma sobre os fatos e informações. A proposta desse curso foi o de trazer subsídios para que tal objetivo fosse mais facilmente alcançado, discutindo alguns conteúdos mais sensíveis da Matemática, tanto do ponto de vista conceitual quanto do metodológico.

Programação

09/12/2003 – Matemática

Aulas de Apresentação de Matemática - Início do Módulo 1 nos dias 11 e 16 de dezembro de 2003.

05/01/2004 – Matemática

Retomada do Módulo 1.

O tema Função – Módulo I – Descrição

No PEC – Construindo Sempre – USP, os temas abordados nos módulos foram: Módulo 1 – Funções, Módulo 2 – Geometria e Módulo 3 - Combinatória Estatística.

O tema Função – presente no Módulo I[7] – foi abordado como instrumento de Modelagem e motivador ao aluno, propiciando um sentido mais real e significativo ao tema. Foram sugeridas várias situações do cotidiano e fenômenos da natureza para elucidar o conceito de Função, tomando como ponto de partida, a variação entre grandezas e interdependências entre as mesmas.

A representação gráfica de uma função foi abordada com outro olhar, no qual, a partir do gráfico de uma função elementar, se obteriam gráficos de novas funções do mesmo tipo que sofriam algumas transformações no plano.

Este curso mostrou também que é possível resolver equações e inequações de forma significativa através do uso dos gráficos de funções.

1ª Parte do Módulo 1 - A videoconferência 1

Na primeira *videoconferência*, houve o desafio de pensar em atividades que propiciavam ao aluno um aprendizado significativo de funções, tópico tratado no Ensino Médio como instrumento eficaz na Modelagem Matemática de problemas práticos e teóricos.

---

[7] O Módulo I, bem como os demais, pode ser acessado para consultas em http://naeg.prg.usp.br/pec-em/mat/index.htm.

Inicialmente, na primeira sessão, trabalhou-se com aplicações em fenômenos periódicos, tais como a variação da temperatura, o nível de hormônios no corpo e as altas da maré, por meio de uma série de exercícios. Em seguida, trabalhou-se com funções elementares, tais como as polinomiais, e foram observadas diversas aplicações no cotidiano. Por fim, foi proposto um desafio a fim de que aplicássemos conceitos aprendidos ao longo da 1ª parte do módulo 1.

O material de apoio

Neste material, o tema funções, tratado como instrumento de Modelagem, foi elaborado pelas professoras Cristina Cerri[8] e Martha Salerno Monteiro[9].

Inicialmente, as autoras fazem uma abordagem sobre o grande destaque que as funções têm na Matemática. Para elas, a formalização e o estudo sistemático de suas propriedades foram fundamentais para o desenvolvimento de diversas áreas da ciência e da própria Matemática. Apesar de ser um tema estudado com maior profundidade no Ensino Médio, pode ser abordado também no Ensino Fundamental, pois está presente no dia a dia.

Abordando a definição de função como ideia de dependência ou correspondência, ilustrando com diversas situações do cotidiano, mostram que esse tipo de abordagem pode ser útil para motivar a aprendizagem.

---

[8] Cristina Cerri é docente do Instituto de Matemática e Estatística (IME) da USP e fez licenciatura e mestrado em Matemática na USP. Seu doutorado, na área de Análise Funcional, foi realizado na USP e na University of New Mexico, nos EUA.

[9] Martha Salermo Monteiro também é docente do IME da USP. Fez doutorado na área de Análise Funcional na University of New Mexico, nos EUA.

Segundo Matos (1995, p.14), “um modelo matemático consiste numa estrutura Matemática que oferece uma aproximação dos traços essenciais de uma determinada realidade”. Essa definição complementa-se com a estratégia de funções como instrumentos eficazes para a Modelagem de problemas concretos ou teóricos. Apesar de essa eficiência encontrar um modelo matemático versátil ao propósito que se quer aplicar, muitas vezes não é fácil, sendo em diversos casos objeto de pesquisa.

No desenvolvimento de diversas áreas da ciência, como a Física, Biologia e Economia, por exemplo, foram fundamentais a obtenção e o estudo de modelos matemáticos que descreviam vários fenômenos.

As funções, então, são consideradas como instrumentos de Modelagem na resolução de problemas que envolvem situações do cotidiano e como relações entre grandezas. Esse trabalho de modelagem pode ser feito com os vários tipos de funções, como as lineares, quadráticas, exponenciais, trigonométricas e logarítmicas. É possível apontar em quais situações seriam empregadas as funções; entretanto, é preciso ter cuidado para que os exemplos apontados sejam pertinentes a realidade do aluno.

Em seguida, algumas atividades foram propostas pelas autoras para que os professores-alunos do curso realizassem – sem monitoramento e outras como trabalho monitorado – atividades para serem desenvolvidas com os alunos em sala de aula e que abordassem o tema com exemplos do cotidiano de fenômenos encontrados na natureza.

O que motivou a escolha da Modelagem

Durante o programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática da PUC – SP, foram lidos diversos artigos, teses e dissertações que faziam a abordagem do ensino do tema Função por diversas estratégias e que, de alguma forma, influenciaram os anseios quanto ao desenvolvimento de um trabalho que contribuísse com o ensino desse assunto.

Uma das ideias, no sentido de melhorar o ensino de Matemática, tem sido abordada por pesquisadores na Educação Matemática – tais como Ubiratan D'Ambrosio, Rodney Carlos Bassanezi, Jonei Cerqueira Barbosa e Ademir Donizeti Caldeira, Maria Salett Biembengut, entre outros – que tratam da estratégia da Modelagem Matemática na Educação Matemática ou modelação Matemática, especificamente, naquela defendida por Bassanezi.

Essa ideia surgiu após se ter buscado trabalhos de diversos pesquisadores em Educação Matemática que tratavam o tema Modelagem em artigos, dissertações, teses e revistas especializadas em Educação Matemática – como Fiorentini (1994) que analisou cerca de 200 trabalhos publicados de 1971 a 1990. Outros pesquisadores têm feito levantamentos que apontam o crescimento do interesse por Modelagem em seus trabalhos, como Silveira (2007) que fez um levantamento de dissertações e teses publicadas sobre o tema até 2005, e no qual constatou que haviam sido publicadas 11 teses e 54 dissertações.

Em 2008, Marcos José Ardenghi, fez um levantamento do tipo estado da arte das pesquisas realizadas entre 1970 e 2005 com relação ao tema aprendizagem do conceito de função, compondo o fichamento a partir das propostas de Fiorentini (1994), Oliveira (2003), Junho (2003) e Fiorentini & Lorenzato (2006).

Ao consultar o quadro 3, no trabalho de Ardenghi, que traz a distribuição dos trabalhos por título, autor e orientador, pode-se verificar que, entre os 46 trabalhos, apenas 1 traz no título referência à estratégia da Modelagem Matemática no ensino de função: o trabalho de Maria Isaura de Albuquerque Chaves (2005) da UFPA (Universidade Federal do Pará), orientado por Adilson Oliveira do Espírito Santo, tendo Francisco Hermes Santos da Silva como co-orientador, fato intrigante e que despertou a atenção para esse trabalho.

Para complementar o levantamento de Ardenghi, o autor desta pesquisa buscou em bancos de dados de teses e dissertações como o do Cempem: Faculdade de Educação – Unicamp – Campinas/SP o elenco das dissertações defendidas entre 2006 e 2010 abordando a Modelagem em seus trabalhos quando se constatou que há um crescente número de pesquisadores tematizando este assunto, como por exemplo, os elencados na tabela abaixo:

Tabela 1 - Dissertações defendidas no estado de São Paulo entre 2006 e 2010

Instituição	Título da dissertação	Autor/orientador	Ano	Programa de Mestrado
PUC/SP	Explorar e investigar para aprender Matemática por meio da Modelagem Matemática.	Willian Kfouri. Ubiratan D'Ambrosio.	2008	Profissional em ensino de Matemática.
	Modelagem Matemática na formação continuada: Análise das Concepções de professores em um curso de especialização. (2009)	Marcelo Navarro da Silva. Ubiratan D'Ambrósio.	2009	Educação Matemática.
	O uso da Modelação Matemática na construção do conceito de Função.	Rogério Fernando Pires. Sandra Maria Pinto Magina.	2009	Profissional em ensino de Matemática.
	A Modelagem Matemática na introdução ao estudo de equações diferenciais em um curso de engenharia.	Vagner Donizeti Tavares Ferreira. Benedito Antonio da Silva.	2010	Profissional em ensino de Matemática.

CEETPS SP	A Modelagem Matemática como ferramenta no ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos destinados à formação técnica/tecnológica.	Marcelo Lucio Ferreira. Francisco Tadeu Degasperi.	2009	Gestão e Desenvolvimento da Formação Tecnológica.
UNESP RC	O Papel das Tecnologias da Informação e Comunicação nos Projetos de Modelagem Matemática.	Leandro do Nascimento Diniz. Marcelo de Carvalho Borba.	2007	Pós-Graduação em Educação Matemática.
UNICAMP	Modelagem Matemática: Considerações sobre a visão do estudante em relação à Matemática, seu ensino e aprendizagem.	Patrizia Palmieri. João Frederico da Costa Meyer.	2006	Educação Matemática.

Dando continuidade o autor desta pesquisa encontrou também os pesquisadores abaixo relacionados:

Edilene Farias Rozal (2007), Elizabeth Gomes Souza (2007), Pedro Estevão da Conseição Moutinho (2007), Alyne Maria Rosa de Araújo (2008), Silvia Danielle da Cunha Smith (2008), Roberta Modesto Braga (2009), Antonia Edna Rodrigues Silva (2010), todos da UFPA (Universidade Federal do Pará); Cláudia Regina Confortin Viecili (2006), Elisa Spode Machado (2006), Luciano Stropper da Silva (2007), todos da PUC–RS (Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul); Everaldo Silveira (2007) que traz um resumo das teses e dissertações que versam sobre a Modelagem de 1976 a 2005, da UFPR (Universidade Federal do Paraná); Rodolfo Eduardo Vertuan (2007) e Fabio Vieira dos Santos (2008) da UEL (Universidade Estadual de Londrina), entre outras de outros estados e regiões do Brasil.

O autor desta pesquisa realizou um levantamento sobre as teses defendidas no Estado de São Paulo, entre 2007 e 2010, que segue na tabela seguinte:

Tabela 2 - Teses defendidas no estado de São Paulo entre 2007 e 2010

Instituição	Título da tese	Autor/orientador	Ano	Programa de Doutorado
PUC/SP	Ensino de Cálculo pela Modelagem Matemática e Aplicações – Teoria e Prática	Maria Eli Puga Beltrão. Sonia Barbosa Camargo Igliori	2009	Educação Matemática.
PUC/SP	Ensino de Programação: A Modelagem como estratégia para ampliar a compreensão dos alunos	Daniel Couto Gatti. José Armando Valente	2009	Educação Matemática
UNESP RC	Abordagem Geométrica: possibilidades para o ensino e aprendizagem de Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias	Sueli Liberatti Javaroni. João Frederico da Costa Azevedo Meyer	2007	Educação Matemática
UNICAMP	Desenvolvimento e educação: análise das relações de causalidade através da Modelagem de equações estruturais	Nonato Assis de Miranda. Dirceu da Silva	2008	Educação

Ao buscar por mais teses defendidas em outros estados e regiões do Brasil, o autor desta pesquisa não encontrou nenhuma que fizesse a abordagem da Modelagem como estratégia de ensino de Função, ou seja, que tratam funções como instrumentos de Modelagem.

Entretanto, deve-se frisar que esse volume de trabalhos mostra vagamente quanto a Modelagem, como estratégia, está se propagando nos meios acadêmicos nos dias atuais, principalmente após o advento do 14º *International Commission on Mathematical Instruction* - ICMI Study, realizado em 2007 – considerado como marco da maturação das Aplicações e Modelagem como campo de pesquisa na Educação Matemática, segundo Niss, Blun e Galbraith (*apud* Beltrão, 2009).

A seguir, apresenta-se um relato sobre o trabalho que mais incentivou o desenvolvimento desta pesquisa, ou seja, o de Maria Isaura de Albuquerque Chaves[10] que aborda função como instrumento de Modelagem no ensino de Matemática e que foi aplicada com alunos do Ensino Médio.

A partir de uma reflexão sobre a prática do professor e sobre um ensino que não contribui para uma aprendizagem significativa de Matemática e de leituras de pesquisadores preocupados com esta problemática, Chaves (2005) encontrou, na proposta de Modelagem Matemática, um suporte teórico para a elaboração de um trabalho que tornasse a relação ensino-aprendizagem da Matemática mais atraente e prazerosa. Assim, a partir de uma situação da realidade, modela-se, usando conhecimentos matemáticos e a ela retorna para verificar a sua validade.

Através de leituras e reflexões das pesquisas de Bassanezi, Biembengut e Hein, Barbosa, entre outros, Chaves elaborou uma formulação para a materialização da Modelagem Matemática, em uma sala de aula do curso regular, onde a pressão pelo cumprimento do conteúdo e do tempo são muito forte.

> Modelagem Matemática como um ambiente de ensino e de aprendizagem no qual o professor, através de problematizações de situações com referência na realidade, oportuniza ao aluno a construção de modelos matemáticos, sobre os quais ele faça inferências e/ou projeções, cabendo ao professor o acompanhamento das atividades, no sentido de conduzir o aluno na/para a construção do conhecimento matemático previsto no planejamento escolar. (Chaves, 2005, p. 133).

A autora e sua equipe escolheram o tema Água para desenvolver o seu trabalho em sala de aula, local que ela chamou de ambiente de aprendizagem.

---

[10] A dissertação de Maria Isaura de Albuquerque Chaves foi defendida em 2005. Participaram da banca examinadora os professores Adilson Oliveira do Espírito Santo (orientador), Francisco Hermes Santos da Silva, ambos da UFPA e Jonei Cerqueira Barbosa.

Através da coleta de materiais sobre o assunto, eles elaboraram um conjunto de 14 atividades com o intuito de facilitar a aprendizagem dos alunos em relação ao conteúdo Funções, proposto para este nível de ensino. As atividades foram aplicadas durante três meses com sessões de 1h30, três vezes por semana com 28 alunos da 1ª série o Ensino Médio.

A autora conclui sua pesquisa fazendo uma reflexão sobre as dificuldades encontradas no ensino tradicional de Matemática em que as aulas são apresentadas, seguindo as seguintes etapas: definição-exemplo e exercício tendo o professor como o centro do processo.

Seduzida pelas vantagens de um método de ensino que levasse o aluno a ser autor de sua própria aprendizagem, Chaves (2005) encontrou, na Modelagem Matemática, um caminho para minimizar as dificuldades em que se encontra o ensino tradicional e com o qual os alunos estão acostumados.

Utilizou-se a Modelagem Matemática, fazendo algumas adaptações para a realidade – quais sejam: o conteúdo a ser cumprido, o tempo curto para o desenvolvimento destes conteúdos, a prova de seleção para o ingresso no Ensino Superior, aliados ao desinteresse do aluno.

Desde a elaboração das atividades e depois no seu desenvolvimento pelos alunos, a autora constatou que capacidades, como de “leitura e interpretação de gráficos, tradução de um problema para a linguagem simbólica da matemática, critica as diferentes soluções obtidas para um problema e procurar de forma autônoma resolver os problemas propostos” foram desenvolvidas e “transformou a turma apática e desinteressada em participativa e questionadora” (Chaves, 2005, p. 133).

Modelagem Matemática

A História das Ciências relata que a Modelagem não é algo recente e que essa abordagem esteve presente na construção de muitas teorias por egípcios, hindus, chineses e árabes e, a partir do séc. XIII, também pelos povos ocidentais.

Entre os principais pensadores de diferentes momentos históricos que contribuíram para o desenvolvimento da Matemática, em especial, a Modelagem Matemática, pode-se citar Tales de Mileto (639-568 a.C) – que demonstrou através da semelhança de triângulos o cálculo da altura de uma pirâmide através de sua sombra; Pitágoras (530 a.C) – demonstrou a harmonia do Universo através de números e elaborou uma teoria matemática para a música; Platão (428-347 a.C), que elaborou um modelo que explicava os movimentos dos planetas no qual a terra era centro do Universo; Euclides (300 a.C) – descobriu a leis fundamentais da estática, especialmente o princípio da alavanca; Galileu Galilei (1564 – 1642) – que propôs um método cuja essência é a união da indução com a dedução que conduziu gradualmente a grandes descobertas na Física, Química e Biologia; René Descartes (1596 – 1650) – que estabeleceu a relação entre equações e lugares geométricos de pontos cujas coordenadas satisfazem a equações – e Isaac Newton (1642 – 1727) que, através de observações de fenômenos da Natureza deu um tratamento matemático para os mesmos.

Muitos pesquisadores, como Ubiratan D'Ambrosio (1990), Caldeira (1992), Maria Salett Biembengut (2011), Dionízio Burak (1987 e 1992), Rodney Carlos Bassanezi (2002), entre outros, têm utilizado a Modelagem como estratégia de ensino em seus trabalhos.

> *Modelagem Matemática* é um processo dinâmico utilizado para obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A Modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade

> em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. (Bassanezi, 2002, p.24)

A Modelagem Matemática, portanto, pode ser versátil no ensino de Matemática no momento em que o aluno, ao partir de uma situação da vida real, cria um modelo, valida-o por meio de alguma teoria Matemática conhecida e o interpreta numa linguagem usual. Segundo Bassanezi (2002), o processo de Modelagem deve seguir uma sequência de etapas:

I – Problema não matemático.

Um problema do cotidiano o qual não se tem ideia do conteúdo matemático e que seja sugerido pelos alunos.

II – Dados experimentais.

Após a escolha de um problema não matemático, faz-se a coleta dos dados através de pesquisas, entrevistas ou experiências.

III – Modelo matemático.

Depois da escolha do tema e do levantamento dos dados, busca-se um modelo matemático – equações ou funções com uma ou mais variáveis – que melhor descreva o problema apresentado.

IV – Solução.

Resolve-se o problema inicial de forma efetiva e não com uma simples resolução formal.

Essas etapas podem ser melhor visualizadas na figura 1:

Figura 1: Esquema de uma Modelagem

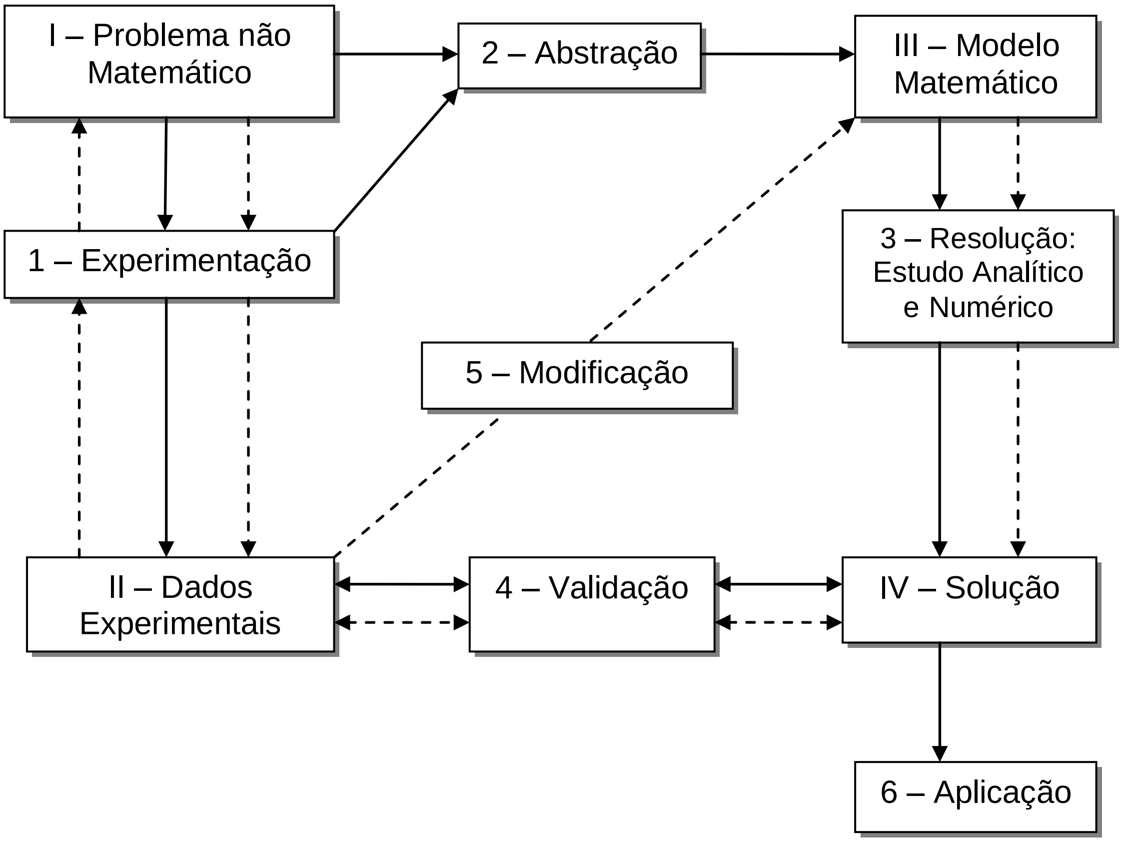


Figura 1.2: Esquema de uma modelagem: as setas contínuas indicam a primeira aproximação. A busca de um modelo matemático que melhor descreva o problema estudado torna o processo dinâmico, indicado pelas setas pontilhadas.
Fonte: Bassanezi, (2002, p. 27)

Segundo Bassanezi (2002), as atividades intelectuais da Modelagem, apontadas nessa Figura, são as seguintes:

1 – Experimentação: é a obtenção dos dados empíricos ou por métodos experimentais que são quase sempre ditados pela natureza do experimento e objetivo da pesquisa. A contribuição de um matemático, nessa fase, pode ser fundamental e ajuda no direcionamento da pesquisa e, posteriormente, no cálculo de parâmetros envolvidos no modelo matemático.

2 – Abstração: é o procedimento que leva à formulação do Modelo Matemático em que se procura selecionar as variáveis, a formulação de problemas e hipóteses e a simplificação – tornando alguma situação-problema complexa em algo mais simples sem prejuízo da essência.

3 – Resolução: nesta etapa, a linguagem natural das hipóteses é substituída pela linguagem matemática: estamos diante de um modelo matemático.

4 – Validação: neste momento, confrontar-se-á a resolução do modelo matemático com os dados obtidos da realidade e tomar-se-á uma decisão em aceitar, ou não, este modelo, comparando qual o grau de aproximação do modelo com a realidade.

5 – Modificação: diante da rejeição do modelo, deve-se modificá-lo ou aperfeiçoá-lo para uma melhor aproximação da realidade.

6 – Aplicação: se o modelo matemático for eficiente, retorna para a realidade com a capacidade de influenciar em suas mudanças.

Stewart (2010) define modelo como:

> Um **modelo matemático** é a descrição Matemática (freqüentemente por meio de uma Função ou de uma equação) de um fenômeno do mundo real, como o tamanho de uma população, a demanda por um produto, a velocidade de um objeto caindo, a concentração de um produto em uma reação química, a expectativa de vida de uma pessoa ao nascer ou o custo da redução de poluentes. O propósito desses modelos é entender o fenômeno e talvez, fazer previsões sobre seu comportamento futuro.

> A Figura 2 ilustra o processo de Modelagem Matemática. Dado um problema do mundo real, num primeiro estágio, nossa tarefa é formular um modelo matemático por meio da identificação e especificação das variáveis dependentes e independentes e da formulação de hipóteses que simplifiquem o fenômeno o suficiente, tornando-o matematicamente tratável. Usamos nosso conhecimento da situação física e nossos recursos matemáticos para obter equações que relacionem as variáveis. Em situações em que não existe uma lei física para nos guiar, pode ser necessário coletar dados – de uma biblioteca, da internet ou conduzindo nossas próprias experiências – e examiná-los na forma de uma tabela, a fim de perceber os padrões. Dessa representação numérica de uma Função, podemos obter sua representação gráfica marcando os dados. Esse gráfico pode até sugerir a fórmula algébrica apropriada, em alguns casos.

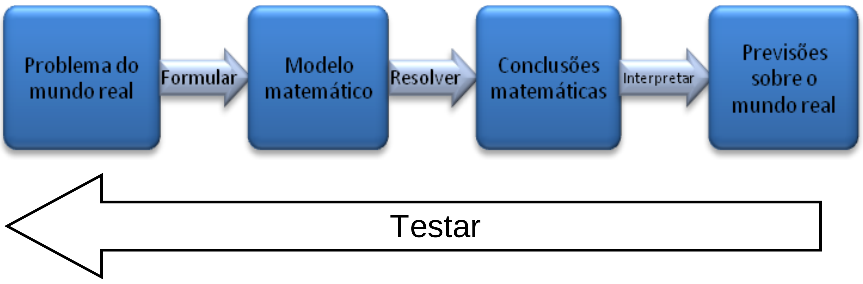


Figura 2 - Processo de Modelagem

> O segundo estágio é aplicar a Matemática que sabemos ao modelo matemático que formulamos, a fim de tirar conclusões Matemáticas. Então, em um terceiro estágio, interpretamos essas conclusões Matemáticas como informações sobre o fenômeno original e oferecemos explicações ou fazemos previsões. A etapa final é testar nossas previsões, comparando-as com novos dados reais. Se as previsões não se ajustam bem à realidade, precisamos refinar nosso modelo ou formular um novo, começando novamente o ciclo.
>
> Um modelo matemático nunca é uma representação completamente precisa de uma situação física – é uma *idealização*. Um bom modelo simplifica a realidade o bastante para permitir cálculos matemáticos, mantendo, porém, precisão suficiente para conclusões significativas. É importante entender as limitações do modelo. A palavra final está com a Mãe Natureza.
>
> Existem vários tipos diferentes de funções que podem ser usados para modelar as relações observadas no mundo real. (Stewart, 2010, p. 15).

Como se pode observar, esta abordagem sobre Modelagem vem contribuir com o esse trabalho, pois ela constitui uma ferramenta importante quando se analisa a interdependência entre grandezas variáveis e pode ser tratada com os alunos do Ensino Médio.

A Modelagem na sala de aula

Após o estudo da Modelagem Matemática do ponto de vista de alguns pesquisadores do assunto, a proposta foi de trazer a sua aplicação para a sala de aula.

Seguindo o caminho de alguns pesquisadores que escolheram a Modelagem Matemática como estratégia de ensino, destacaram-se, neste trabalho, algumas questões (do cotidiano) que se caracterizam como Modelagem Matemática e que foram propostas para alunos do 1º ano do Ensino Médio, tendo como objetivo uma nova abordagem do conceito de função do 1º Grau nas representações algébricas e gráficas com o intuito de tornar a aprendizagem mais significativa e prazerosa.

A sociedade atual está em constante mudança, e o aluno na sala de aula traz consigo conhecimentos que adquire no dia-a-dia, principalmente, aqueles ligados às novas tecnologias. Uma aula tradicional, portanto, não é capaz de motivá-lo para a aquisição dos conhecimentos escolares. Encontrou-se, na Modelagem Matemática, um caminho para que os conteúdos matemáticos pudessem ser trabalhados na sala de aula, e que, neste caso, será denominado de modelação.

Segundo Biembengut & Hein (2011, p. 19-28), em seu livro *A Modelagem no Ensino*, apresenta 5 (cinco) passos necessários quando se opta pelo método em que a essência da modelagem é utilizada como metodologia de ensino-aprendizagem da Matemática – a modelação.

1. Diagnóstico

Deve-se fazer um levantamento da realidade socioeconômica dos alunos, do número de aulas da disciplina, do horário da turma entre outros.

2. Escolha do tema ou modelo matemático

Tendo conhecimento da realidade dos alunos, o professor deverá propor um tema que faça parte do contexto e que vá de encontro ao interesse dos mesmos.

3. Desenvolvimento do conteúdo programático

Ao desenvolver o conteúdo programático, os autores sugerem as mesmas etapas do processo de Modelagem: Interação, Matematização e Modelo matemático.

a) **Interação:** apresenta-se uma breve exposição do problema a ser modelado com intuito de fazer com que os alunos se interessem pelo tema. A seguir, abre-se espaço para que os alunos apresentem questões ou sugestões.

b) **Matematização:** uma questão é selecionada para nortear o estudo e, num clima de descontração e criatividade, deve-se buscar a solução para o problema proposto. Se a questão não estiver bem clara, deve-se buscar esclarecimentos através de pesquisas adicionais tomando sempre o cuidado para que o aluno não perca interesse pelo assunto. Quando determinado conteúdo matemático emerge no processo, deve-se dar uma pausa para desenvolver o conhecimento necessário de modo que o aluno não perca o estímulo.

Os autores também propõem que, ao trabalhar com esta estratégia, se faça, quando necessário, uma reestruturação no programa e que exemplos análogos devem ser apresentados de modo a clarear o assunto.

c) **Modelo:** A questão formulada que responde a questão proposta corresponde ao modelo matemático. Neste momento, faz-se uma interpretação e verifica-se se é válida para a questão inicial apresentada e para outras situações semelhantes.

4. Orientação de modelagem

Deve-se motivar os alunos a criarem seus próprios modelos no intuito de ampliarem seus conhecimentos matemáticos, desenvolver a autonomia e espírito de pesquisa para que tais objetivos sejam alcançados. Deve-se reservar algumas aulas para conduzir e orientar os alunos nas etapas necessárias para a obtenção de seus modelos, tais como na escolha do tema e na matematização.

5. Avaliação do processo

Para a avaliação do processo, deve-se utilizar critérios que verifiquem o avanço dos alunos.

Assim, como sugere Biembengut & Hein, procurou-se, com essa pesquisa, trabalhar o conceito de Função do 1º Grau e sua representação algébrica e gráfica com o intuito de auxiliar os alunos a assimilarem esses conteúdos de forma significativa.

Sobre a Modelagem como estratégia de apoio para ensinar Função

Uma das estratégias utilizadas para o ensino da Matemática é a Modelagem Matemática. Na Proposta Curricular da SEE – SP – 2008, bem como nos PCN (1998), essa estratégia é referenciada no sentido de dar significado aos conteúdos ensinados.

A Modelagem é um processo que envolve a realidade e a Matemática no qual se definem estratégias de ação. Dessa forma, o aluno é capaz de fazer uma compreender a realidade e agir sobre ela. A Matemática nasce da realidade e a ela retorna.

Na Proposta Curricular, essa estratégia é indicada como meio facilitador no ensino de funções para compreensão de fenômenos físicos, sociais, econômicos, etc. Pode-se observar esses aspectos na tabela 3, elaborada a partir dos cadernos do professor que relaciona em qual série/caderno do aluno esse tema vem referenciado, o tipo de Função a ser ensinado e a qual situação do cotidiano ele está relacionado:

Tabela 3 - Modelagem na Proposta Curricular da SEE – SP – 2010

Caderno do professor	Tipo de Função	Situação Modelada
8ª série, vol. 2 1ª série, vol. 2	**1º grau ou Linear**	Relação entre o preço de venda de um ingresso e o lucro. (p. 57) Relação entre o custo total de produção de um produto e a quantidade produzida. (p 52) Área ideal de um terreno. (p. 52,53)
8ª série, vol. 2 1ª série, vol. 2	**2º grau ou Quadrática**	Relação entre a massa do ferro e seu volume. (p. 52) Relação entre as medidas dos lados de um retângulo e seu perímetro. (p. 55) Valor de um tributo territorial em Função da área do terreno. (p. 26)
1ª série, vol. 3	**Exponencial**	Crescimento de micróbios. (p. 15) Crescimento populacional. (p. 17) Taxa de juros composta. (p. 46) Decaimento radioativo. (p. 47)
2ª série, vol. 1 3ª série, vol. 3	**Trigonométrica**	Movimento aparente do Sol. (p. 20) Movimento das marés. (p. 52) Movimento de uma mola elástica. (p. 18)

Como se pode notar, a proposta sugere como estratégia, diversas questões para se ensinar Matemática por situações do cotidiano abordando, portanto, o tema por um viés. Isso pode contribuir para o aprendizado significativo do aluno, como se tem observado nos resultados de diversos trabalhos recentes desenvolvidos com essa estratégia. Notam-se esses resultados nos mais diferentes campos e estágios de ensino da Matemática, Física, Química e até outros setores das ciências exatas e humanas.

Vantagens e obstáculos

Bassanezi aponta algumas vantagens e obstáculos para a aplicação da Modelagem Matemática em cursos regulares:

Vantagens:

a) **Formativo:** desenvolve nos alunos capacidades para resolver problemas.

b) **Competência crítica:** prepara os estudantes para a vida, tornando-os críticos.

c) **Utilidades:** prepara os estudantes para o uso da matemática em situações e áreas.

d) **Intrínseco:** dá aos estudantes, instrumental para entender e interpretar a própria Matemática.

e) **Aprendizagem:** valoriza a própria Matemática.

f) **Alternativa epistemológica:** Modelagem como metodologia alternativa.

Obstáculos:

a) **Instrucionais:** a Modelagem demanda algum tempo, e não há tempo hábil para o programa estabelecido.

b) **Obstáculos para os estudantes:** eles estão acostumados com uma rotina do ensino tradicional.

c) **Obstáculos para os professores:** falta de conhecimento e medo dessa nova abordagem de ensino.

Após uma reflexão sobre as experiências e leituras que nos levaram à escolha da Modelagem matemática como uma estratégia de ensino de funções. Serão apresentadas, no próximo capítulo, as atividades acompanhadas de suas análises.

Capítulo 3 – Atividades propostas

Neste capítulo, são apresentadas as atividades que foram propostas e desenvolvidas em sala de aula, bem como a descrição dos encontros.

Os tópicos relacionados com o tema função do 1º grau e que foram abordados nas atividades com os alunos foram os seguintes:

1 – A representação da função do 1º grau de forma tabular, algébrica e gráfica.

2 – Tipos de função do 1º grau, a saber: função constante, função crescente e função decrescente.

3 – Definição de função.

A seguir serão elencadas as questões escolhidas para as atividades, seguidas de nossas expectativas quanto às resoluções apresentadas pelos alunos. Foram escolhidas atividades para serem exploradas em três encontros de duas aulas cada um, com duração de 90 minutos.

No primeiro encontro, o principal objetivo foi diagnosticar quais as dúvidas e dificuldades com o conteúdo de função do 1º grau que os educandos ainda apresentavam, mesmo após já terem trabalhado com o tema no ano anterior. Para esse diagnóstico, foram propostas três atividades diversificadas explorando diversos tópicos relacionados ao tema função de 1º Grau.

No segundo encontro, foi desenvolvida uma atividade com objetivo de trabalhar com o tema funções, como instrumentos de Modelagem, a fim de observar como esses alunos mobilizariam os conhecimentos prévios diante dessa nova forma de abordagem.

No último encontro, a atividade propunha diagnosticar se agora, num gráfico com três estágios da velocidade de um carro em função do tempo, representados por três segmentos de reta no plano cartesiano, o aluno conseguiria escrever a equação algébrica referente a cada um desses estágios.

Atividades do primeiro encontro

No primeiro encontro, foram apresentadas três atividades:

Na primeira, foi solicitado ao aluno o que segue:

a) Complete uma tabela dadas as quantidades de litros de gasolina, com o valor a ser pago;

b) Calcule o valor a ser pago por uma quantidade estipulada de litros de gasolina;

c) Calcule a diferença a ser paga entre dois abastecimentos com diferença de um litro de gasolina;

d) Calcule a taxa de variação entre os valores das variáveis;

e) Construa o gráfico da função representada pelos valores apresentados na tabela.

Em uma segunda atividade, pede-se que:

a) Calcule o preço a ser cobrado por uma corrida, dada a quilometragem rodada;

b) Calcule a diferença entre os preços de duas corridas;

c) A partir da equação algébrica referente à função, construa o gráfico sem utilizar a tabela.

Na terceira atividade, são apresentadas, num plano cartesiano, diversas retas e é solicitado ao aluno que deduza a expressão algébrica da função que representa cada uma dessas retas. É válido ressaltar que todos os tópicos sobre o assunto foram abordados também no semestre anterior.

A seguir, apresenta-se a análise de cada atividade do primeiro encontro.

ATIVIDADE – 1[11]

O valor a ser pago por uma pessoa para abastecer com combustível seu automóvel varia proporcionalmente em função da quantidade de litros de combustível colocada. Isso significa dizer que o preço é uma função da quantidade de litros de combustível que abastece o automóvel. Imaginemos que o litro de gasolina custe R$ 2,50. Denotando por **P** o preço a ser pago e por ℓ a quantidade de litros de gasolina com que um automóvel é abastecido, pede-se:

a) Complete a tabela abaixo que relaciona P com ℓ.

Tabela 4 - Relação do preço P com os litros ℓ

ℓ	0	1	2	3	4	6
P						

[11] Essa atividade foi extraída do caderno do aluno, São Paulo Faz Escola. Parte integrante da Proposta Curricular da SEE-SP-2010. (p. 8 e 9).

b) Qual é o preço a ser pago quando se abastece o carro com 10 litros?

c) Calcule a diferença entre os preços a serem pagos quando se abastece um carro com 15 litros e 16 litros.

d) Observando a tabela, concluímos que **P** e $\boldsymbol{\ell}$ são grandezas diretamente proporcionais, isto é, $\frac{P}{l} = constante = k$, ou seja, $P = f(l) = k \cdot l$. Determine o valor de ***k***.

e) Sabendo que dada uma função *y* = *f(x)*, o conjunto de pontos *(x;y)* do plano cartesiano tal que *y* = *f(x)* constitui o gráfico da função, construa, em um plano cartesiano, o gráfico da função **P** = *f(*$\boldsymbol{\ell}$*)*.

Optou-se por esse problema, porque ele faz parte do rol de atividades propostas na Proposta Curricular da SEE-SP/ 2010 e é tão comum no dia a dia de motoristas que, mesmo os alunos não sendo ainda motoristas, pode-se aplicá-lo pois essa situação faz parte de seu cotidiano.

Esperamos que os alunos consigam preencher com facilidade os campos da tabela, pois, para isso, é necessário e suficiente apenas que utilizem o princípio multiplicativo.

Quanto à construção do gráfico, talvez apresentem grandes dificuldades, pois, apesar de já terem construindo gráficos em ocasiões anteriores a essa, sempre o fazem sem preocupação com as características fundamentais, como por exemplo: a disposição dos eixos no plano mantendo ângulo reto na intersecção desses ou da disposição dos pontos pelos quais a reta cortaria o plano, ou ainda não fazendo uma escolha de escala adequada para cada eixo.

ATIVIDADE – 2[12]

O preço **P** a cobrar em uma corrida de táxi é composto por uma quantia **a** fixada, igual para todas as corridas, mais uma parcela variável, que é diretamente proporcional ao número ***x*** de quilômetros rodados: **P** = a + b***x*** (b é o custo de cada quilômetro rodado).

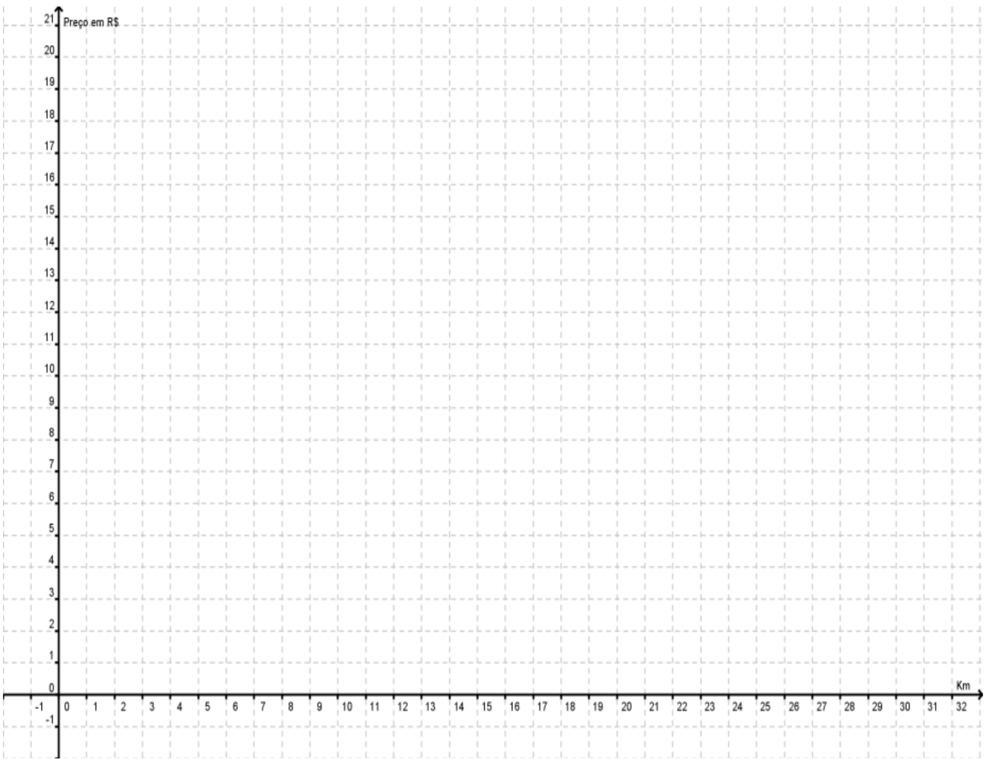
Em certa cidade, temos **P** = 15 + 0,8•*x* (**P** em reais e ***x*** em km).

a) Qual é o preço a cobrar por uma corrida de 12 km?

b) Calcule a diferença entre os preços de duas corridas, uma de 20 km e outra de 21 km.

c) Esboce o gráfico de **P** em função de ***x*,** no plano cartesiano abaixo, sem utilizar a tabela de valores.

Figura 3 - Plano cartesiano da atividade 2 do primeiro encontro.



[12] Essa atividade foi extraída do caderno do aluno, São Paulo Faz Escola. Parte integrante da Proposta Curricular da SEE – SP – 2010. (p.10 - 11). Observação: fez-se adaptação de inclusão do plano cartesiano que não consta na atividade original.

Espera-se, nessa atividade, que os alunos:

Ao responderem o primeiro item, façam a substituição direta do valor dado 12 km diretamente na variável ***x*** e realizem as operações para chegar ao preço a ser pago por esta corrida;

Utilizem o resultado da diferença entre 20 e 21 substituindo esse resultado na variável e cheguem à conclusão de que este é o valor a ser cobrado por quilômetro rodado pelo táxi;

E que utilizem uma das estratégias abaixo para traçarem o gráfico da Função $P = 15 + 0{,}8 \cdot x$:

1. Deduzam que a reta correspondente à função **P** corte o eixo das ordenadas em 15 e, em seguida, atribuam um valor maior que ***0*** (zero) para ***x***. Ao calcularem as coordenadas destes dois pontos, façam a união dos mesmos, obtendo assim, a reta que corresponde ao gráfico da função **P**.

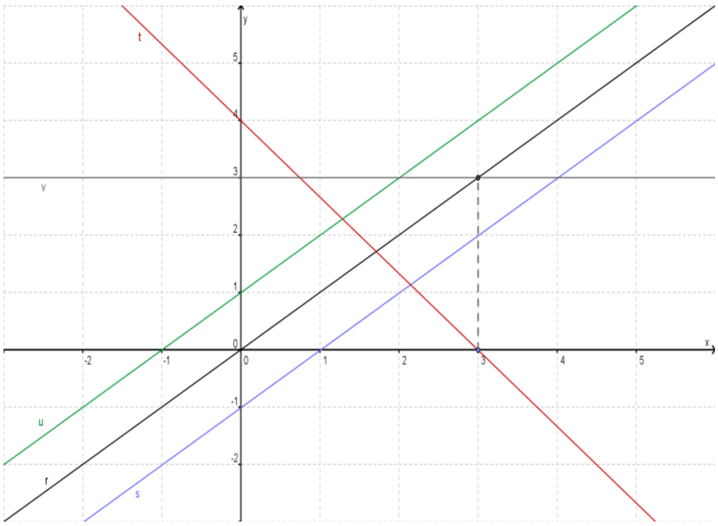
2. Ou que apenas deduzam que a reta correspondente ao gráfico da função passe pelo valor 15, no eixo das ordenadas, mas que não saibam como detectar outro ponto por onde a reta da função **P** passe.

3. Ou ainda que, nem sequer saibam que se trate de uma reta e que a expressão algébrica é de uma função de 1º Grau.

ATIVIDADE – 3[13]

As retas ***r***, ***s***, ***t***, ***u*** e ***v*** são os gráficos de funções do tipo $f(x) = ax + b$. Determine os valores de **a** e **b** em cada um dos cinco casos.

Gráfico 3 – Atividade 3 do primeiro encontro.



Espera-se que, nessa atividade, os alunos sejam capazes de montar um sistema de 2 equações a 2 variáveis e resolvam o sistema a fim de encontrarem os valores de ***a*** e ***b*** procurados para escreverem a equação algébrica correspondente a cada função.

Ou que eles percebam que o valor de ***b*** é a ordenada do ponto onde as retas ***y = ax*** cortam o eixo ***y*** e que quando ***b = 0*** o valor de ***a*** é igual à $\frac{y}{x}$ (há proporcionalidade direta entre ***y*** e ***x***).

Ainda que eles possam deduzir que tomando a reta da Função ***f(x) = x*** como referencial, quando a mesma sofre um deslocamento na vertical de uma

---

[13] Essa atividade foi extraída e adaptada do caderno do aluno, São Paulo Faz Escola. Parte integrante da Proposta Curricular do Ensino Médio do Estado de São Paulo. (p. 15). As adaptações foram as alterações feitas nas translações das retas no plano e nos nomes atribuídos a elas, que originalmente são A, B, C, D e E e como de costume atribuímos os nomes **r**, **s**, **t**, **u** e **v,** respectivamente

unidade a expressão algébrica ***f(x) = x+1*** corresponde ao gráfico designado pela letra ***s***. Da mesma forma, usem o mesmo raciocínio para o gráfico designado pela letra ***t***.

Ou ainda que possam seguir na mesma linha de raciocínio acima para deduzir que a expressão algébrica ***f(x) = -x+4*** corresponderia ao gráfico designado pela letra ***u***.

E ainda que observem que a única expressão algébrica referente a uma Função constante seria ***f(x) = 3*** corresponderia ao gráfico designado pela letra ***u***.

É válido acrescentar que a determinação do coeficiente angular, através do cálculo da tangente do ângulo formado pela reta com o eixo ***x***, não é uma estratégia esperada por nós devido ao fato de que tal assunto não foi trabalhado ainda e que o mesmo deverá ser tratado no 3º ano do Ensino Médio, conforme consta na Proposta Curricular da SEE - SP.

Atividade desenvolvida no segundo encontro

Neste encontro, desenvolveu-se uma modelação de uma situação do cotidiano com objetivo de trabalhar com o tema Função, como instrumento de Modelagem, a fim de poder observar como esses alunos comportavam-se diante dessa forma de abordagem.

Atividade de modelação

Essa atividade foi elaborada a partir da dissertação de mestrado de Maria Isaura de Albuquerque Chaves (2005) com adaptações na conta de água e nas tabelas propostas como atividades.

No quadro abaixo, está uma conta de água de uma residência do município de Itapevi, cujo consumo foi de 13m^3:

Figura 4 - Recorte de uma conta de água.

Companhia de Saneamento Tarifas de água por faixas de consumo				Discriminação do faturamento	
Faixas	**Tarifas**	**Consumo (m^3)**	**Valor- R$**		
				Água	19,18
Até 10	13,06	Valor mínimo	13,06	Esgoto	19,18
11 a 20	2,04	3	6,12		
21 a 30	5,09				
31 a 50	5,09				
Acima de 50	5,61				

1) Responda:

a) Qual o total a pagar?

b) Se o consumo for de 30 m^3, qual o valor a ser pago?

c) Se o valor pago foi de R$ 46,56, qual foi o consumo?

2) Preencha as tabelas a seguir:

Tabela 1

Consumo (m^3)	**Valor (R$)**	**Valor Total (R$)**
1		
2		
3		
4		
$0 < x \leq 10$		

Tabela 2

Consumo (m^3)	**Valor (R$)**	**Valor Total (R$)**
11		
12		
13		
14		
$11 < x \leq 20$		

Tabela 3

Consumo (m^3)	**Valor (R$)**	**Valor Total (R$)**
21		
22		
23		
24		
$21 < x \leq 30$		

Tabela 4

Consumo (m^3)	**Valor (R$)**	**Valor Total (R$)**
31		
32		
33		
34		
40		
41		
42		
43		
44		
50		
51		
52		
53		
54		
$x>50$		

3) Construa um gráfico que represente o valor total a ser pago em função do consumo.

Espera-se que o aluno, ao realizar essa atividade estabelecida como de modelação, seja capaz de compreender a relação que existe entre o preço a pagar e o volume de água consumido e que é possível estabelecer uma representação algébrica do tipo f(x) = a***x*** + b, em que ***x*** representa o volume de água consumido e que este volume está subdividido em faixas representadas na seguinte tabela:

Tabela 5 - Função do valor a pagar pelo consumo

Faixa de consumo (m^3)	***f(x) =***
$0 \leq x \leq 10$	$13{,}06$
$10 < x \leq 20$	$13{,}06 + 2{,}04(x - 10)$
$20 < x \leq 30$	$13{,}06 + 2{,}04\, x\, 10 + 5{,}09(x - 20)$
$30 < x \leq 50$	$13{,}06 + 2{,}04\, x\, 10 + 5{,}09\, x\, 20 + 5{,}09(x - 30)$
$x > 50$	$13{,}06 + 2{,}04\, x\, 10 + 5{,}09\, x\, 20 + 5{,}09\, x\, 30 + 5{,}61(x - 50)$

E ainda que o aluno não só consiga visualizar que, ao valor total da conta de água, é acrescida a taxa de esgoto que corresponde ao mesmo valor cobrado pelo consumo de água, como também, após o preenchimento das tabelas com os valores correspondentes as respectivas faixas de consumo, mas que também consiga construir os gráficos no mesmo plano cartesiano.

Atividade desenvolvida no terceiro encontro

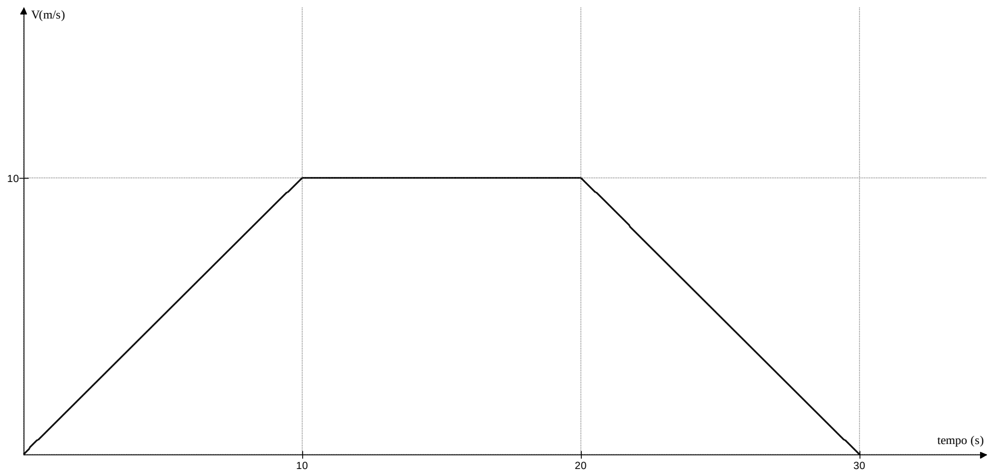
No 1º bimestre, os alunos aprenderam, em Física, que a velocidade média de um móvel é o espaço que ele percorre em função do tempo, representada aqui por (V_m) e é dada no **Sistema Internacional de Unidades** abreviadamente (**S.I.**), em metros por segundo (**m/s**).

Para recordar esse conceito, supõe-se que, numa viagem de carro entre duas cidades, **A** e **B** distantes 240 km uma da outra, se demore 3 horas; logo, a velocidade média desenvolvida neste percurso foi de 80 km/h que convertidos para o **S.I** vão ser, aproximadamente, 22 m/s.

Atividade[14]

A velocidade de um carro varia, conforme o gráfico a seguir:

Gráfico 4 – Velocidade em (m/s) em Função do tempo em (s)



Escreva as três sentenças matemáticas que representam a variação da velocidade do carro em Função do tempo como descrito no gráfico apresentado.

Espera-se que, após ter sido aplicada a atividade, que trata funções como instrumento de Modelagem anterior a esta, os alunos agora sejam capazes não só de escrever as equações algébricas correspondentes ao gráfico acima com desenvoltura, como também de perceberem que um dos caminhos para responder a esta questão é que, para o trecho **AB,** basta tomar os pontos (0,0) e (10,10) e que a velocidade é crescente; no trecho **BC** a velocidade é constante e

[14] Essa atividade foi extraída do caderno do aluno, São Paulo Faz Escola. Parte integrante da Proposta Curricular da SEE – SP – 2010. (p.26).

o segmento de reta é paralelo ao eixo ***x;*** e para o trecho **CD** eles observarão que a velocidade diminui logo, o coeficiente de ***x*** deverá ser negativo e, portanto, deverão considerar os pontos (20, 10) e (0,20).

Para a elaboração, aplicação e análise das atividades propostas, toma-se como estratégia a Modelagem Matemática.

As atividades propostas foram desenvolvidas com alunos da 1ª série C do Ensino Médio na Escola Estadual Mal. Cândido Rondon, situada à Av. Rubens Caramez, nº 779, Jardim Jurema em Itapevi, um município da Grande São Paulo.

Essa escola pertence à Diretoria Regional de Ensino de Itapevi e à Secretaria de Estado da Educação – SP. Nela são oferecidos o Ensino Médio, o Ensino Fundamental (3º e 4º Ciclos) e, até julho de 2010 o Ensino Médio da Educação de Jovens Adultos (EJA).

No ano de 2011, no segundo semestre, estavam em funcionamento 26 classes, com dois turnos diurnos e um turno noturno, essas classes estavam assim distribuídas:

Tabela 6 - Distribuição das classes no 2º semestre de 2011

Turmas	**Período**	**Horário**
7ª A, B, C e D 8ª A, B e C 1ª A e B e 2ª A	Manhã	7h00m às 12h20
6º ano A, B, C, D, E e F 7º ano A, B, C e D	Tarde	13h00 às 18h20
1ª C e D, 2ª B e C 3ª A e B	Noite	19h00 às 23h00

Inicialmente, todos alunos da 1ª série C do Ensino Médio participavam das atividades, mas na pesquisa só foram considerados 6 alunos, pois apesar de estarem participando mais alunos, apenas esses se mantiveram presentes em todos os encontros como voluntários.

Os alunos formaram duplas e a escolha dessa turma se deu pela maior contribuição e participação que foi percebida desde o início do ano letivo nesta unidade escolar. Foram escolhidas as duplas que mais se dedicaram às atividades e a seguir foram feitas entrevistas individuais para detectar quais eram as dificuldades com o conteúdo abordado nessas atividades.

A cada encontro em que as atividades foram desenvolvidas, foram utilizadas duas aulas, ou seja, 90 minutos em cada encontro, tendo sido realizados três encontros.

Num primeiro momento, foi explorada uma atividade a fim de diagnosticar quais as dúvidas e dificuldades com o conteúdo de Função do primeiro grau que os educandos apresentavam, mesmo após já terem visto tal conteúdo no 2º bimestre do ano letivo.

Num segundo momento, propôs-se uma atividade com a finalidade de abordar o tema Função de 1º Grau com a estratégia da Modelagem para que o aluno trabalhasse os conteúdos de forma contextualizada com seu cotidiano.

Finalmente, foi desenvolvida uma atividade diagnóstica com um gráfico com três estágios da velocidade de um automóvel em função do tempo e representados por 3 segmentos de reta consecutivos para que o aluno escrevesse a equação algébrica referente a cada um desses estágios. O objetivo principal dessa atividade era o de aferir o quanto o aluno conseguiu assimilar dos conteúdos tratados nas situações de aprendizagem 1 e 2, do caderno do aluno da Proposta Curricular da SEE – SP – 2010, que trata o tema funções do 1º grau.

Descrição das atividades desenvolvidas

No momento do desenvolvimento das atividades propostas conseguiu-se a contribuição de uma professora da escola. A mesma explicou aos alunos a finalidade das atividades que iriam desenvolver em três encontros e que fariam parte de um trabalho de pesquisa. Os alunos prontificaram-se a fazê-las desde que a atividade imputasse em algum ponto na média bimestral ou nota de trabalho mensal.

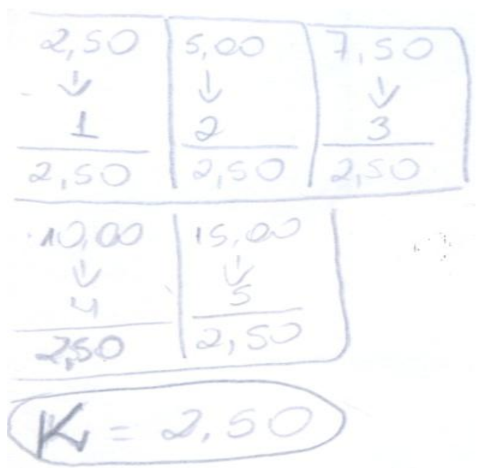
Descrição do primeiro encontro.

Ao iniciar o primeiro encontro, os alunos formaram as duplas que deveriam desenvolver todas as atividades propostas.

Atividade 1.

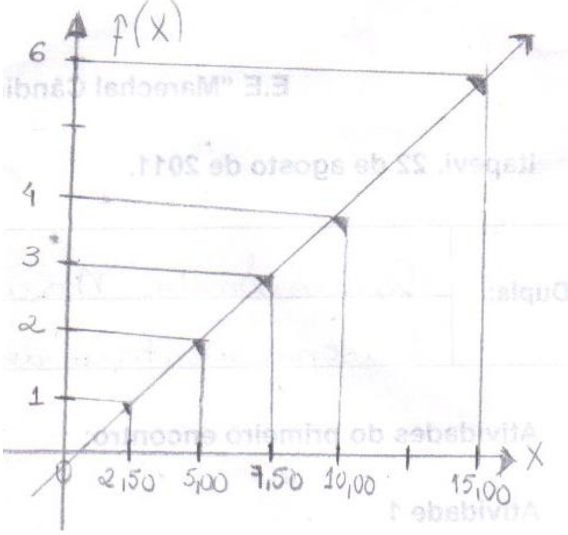
As 3 (três) duplas deram respostas diretas para os itens **a, b** e **c** sem apresentar nenhum cálculo escrito sendo que somente uma dupla justificou como chegou à constante ***k*** procurada, o que já era esperado para esta atividade. Veja como a dupla justificou no protocolo – 1:

Protocolo 1: Solução apresentada pela dupla - A.



Para o item **d**, que solicitava a construção do gráfico que representa a função dada, apenas a dupla C construiu o gráfico corretamente, utilizando a escala e atribuindo a variável independente ao eixo das abscissas e a variável dependente ao eixo das ordenadas.

Protocolo 2: Gráfico construído pela dupla – C.



As outras duplas inverteram os eixos colocando os valores a pagar nas abscissas e a quantidade de litros no eixo das ordenadas. Esse fato, porém, contrariou nossa hipótese inicial, pois previa-se que não seriam capazes de construir o plano cartesiano com as devidas escalas e eixos formando o ângulo de 90°.

Atividade 2.

Embora todas as duplas tenham acertado a resposta do item **a**, apenas uma dupla justificou a solução encontrada ao utilizar a substituição da quilometragem percorrida na função dada.

No item **b**, apenas uma dupla concluiu os cálculos e chegou à diferença de R$0,80 que representa o valor por quilômetro percorrido, já as outras duplas fizeram os cálculos e conseguiram detectar o valor percorrido para cada uma das distâncias dadas, não apresentando a resposta solicitada.

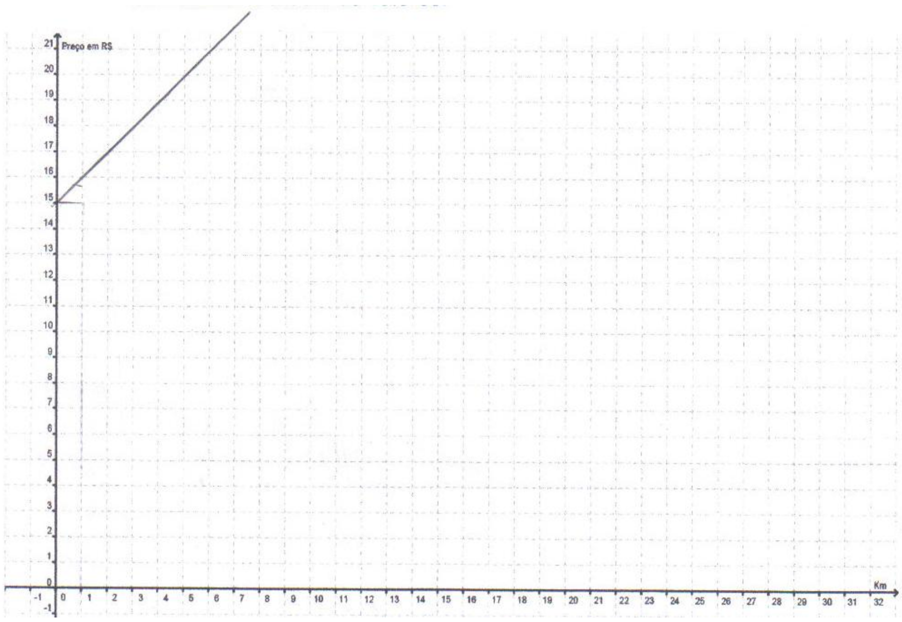
Protocolo 3: Solução apresentada pela dupla – B.

P= 15+0,8 20
P= 16,00 + 15
P= 31,00

P= 15+0,8.21
P= 16,80+15
P= 31,80

Na construção do gráfico, as duplas conseguiram perceber que se tratava de uma reta, mas duas delas não conseguiram detectar que o gráfico deveria se iniciar no ponto (0,15), ou seja, no valor inicial da função dada. Apenas uma dupla conseguiu perceber, mas, ainda assim, não atribuiu nenhum outro valor para ***x*** para detectar a inclinação correta da reta.

Protocolo 4: Gráfico construído pela dupla – B.



Atividade 3.

Nessa atividade, nenhuma das duplas conseguiu encontrar uma estratégia para solucionar a questão, o que demonstra a grande dificuldade que eles têm de interpretar um gráfico e escreverem a equação algébrica correspondente a ele. Esse fato contrariou o que se previu, inicialmente.

Descrição do segundo encontro.

Na semana seguinte, foi realizado o segundo encontro no qual se explorou a atividade de modelação que constava de um excerto de uma conta de água para que a dupla tentasse interpretar e, em seguida, responder a três questões relativas a essa conta, preencher algumas tabelas com valores relativos a alguns consumos, construir os gráficos a eles referentes e chegar à representação algébrica.

Depois de as duplas terem calculado o valor total a ser pago para aquele período, elas tinham que interpretar como era feito o cálculo da tarifa a ser paga em função do consumo por m^3 e ainda preencher algumas tabelas para que, com os dados representados nelas, construíssem os respectivos gráficos.

Realizarem a seguinte atividade de modelação proposta:

Protocolo 5: Apresentado pela dupla – B.

Companhia de Saneamento
Tarifas de água por faixas de consumo

Faixas	Tarifas	Consumo (m^3)	Valor- R$
Até 10	13,06	Valor mínimo	13,06
11 a 20	2,04	3	6,12
21 a 30	5,09		15,27
31 a 50	5,09		
Acima de 50	5,61		16,83

Discriminação do faturamento	
Água	19,18
Esgoto	19,18

Quando responderam aos itens **a, b** e **c**, as duplas tentaram utilizar diretamente os números que eram apresentados na conta sem interpretarem ao que se referiam.

Os alunos não perceberam como foi calculada a tarifa cobrada para o consumo em questão, que no caso era de 13 m^3 e que o preço a pagar pelo consumo de água é dado em função da faixa de consumo e ainda que, acima do mínimo, que é de 10 m^3, cada faixa, até a que vai de 31 a 50, varia de 10 em 10 unidades de m^3, correspondente a uma tarifa pela qual deve se multiplicar o total consumido acima daquele mínimo e, em seguida, adicionar a tarifa mínima e ainda, que a tarifa de esgoto cobrada é a mesma que a de consumo de água, ou seja, que ao consumir 13 m^3 ele deveria proceder da seguinte forma:

Aos 13 m^3 de seu consumo total, deve ser cobrada a tarifa mínima de R$ 13,06, correspondente aos 10 m^3 e que os outros 3 m^3 restantes de seu consumo total deve ser multiplicado por R$ 2,04, correspondente à faixa de 11 a 20, que corresponde a R$ 6,12.

A seguir, deveria adicionar os dois resultados, ou seja, R$ 13,06 + R$ 6,12 = R$19,18.

Como essa residência é atendida pela Rede Coletora de Esgoto, o valor cobrado por tal serviço corresponde a 100% do valor do seu consumo de água; logo, o valor total cobrado, em sua conta, será o dobro do consumo de água, ou seja, R$ 38,36.

Protocolo 6: Resoluções apresentadas pela dupla – C.

1) Responda:

a) Qual o total a pagar? O total á pagar é: R$ 38,36

b) Se o consumo for de 30 m^3, qual o valor a ser pago? O valor á ser pago é 55,36

c) Se o valor pago foi de R$ 46,56, qual foi o consumo? 17 m^3.

2) Preencha as tabelas a seguir:

Tabela 1

Consumo (m^3)	Valor (R$)	Valor Total (R$)
1	13,06	26,12
2	19,06	26,12
3	13,06	26,12
4	13,06	26,12
$0<x\leq<10$	$0\leq 13{,}06 \leq 10$	26,12

Não conseguiram também preencher, de forma correta, as tabelas, ficando restritos a preencher aquela que tinha consumos abaixo do mínimo e arriscando calcular as demais sem terem conseguido interpretar corretamente como se dava o cálculo para as outras faixas de consumo.

Protocolo 7: Tabelas preenchidas pela dupla – C.

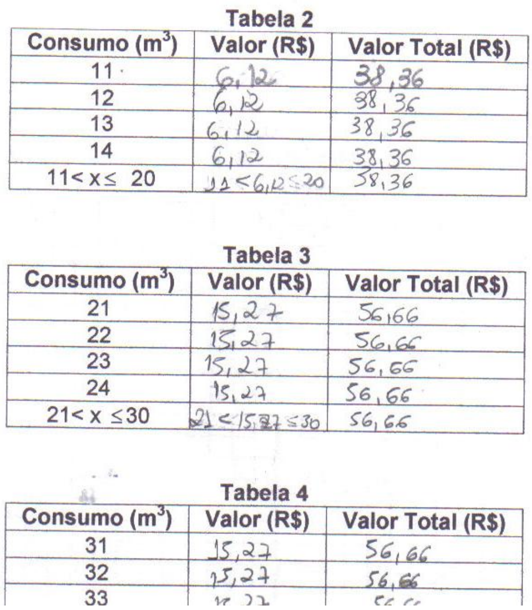


Tabela 2

Consumo (m^3)	Valor (R$)	Valor Total (R$)
11	6,12	38,36
12	6,12	38,36
13	6,12	38,36
14	6,12	38,36
11< x ≤ 20	11 < 6,12 ≤ 20	38,36

Tabela 3

Consumo (m^3)	Valor (R$)	Valor Total (R$)
21	15,27	56,66
22	15,27	56,66
23	15,27	56,66
24	15,27	56,66
21< x ≤30	21 < 15,27 ≤ 30	56,66

Tabela 4

Consumo (m^3)	Valor (R$)	Valor Total (R$)
31	15,27	56,66
32	15,27	56,66
33	[illegible]	[illegible]

Quanto ao gráfico, apenas uma dupla conseguiu esboçar um que se aproximava daquele que corresponderia à modelação aqui proposta, uma vez que, ao eixo das abscissas, foram atribuídas corretamente as faixas de consumo, mas não conseguiu encontrar os valores correspondentes a consumos intermediários dentro de cada faixa.

Diante das dificuldades apresentadas pelos alunos nesse momento, foi fundamental a interferência do professor, no sentido de auxiliar na interpretação e na busca de solução para as questões propostas, que, segundo Biembengut & Hein (2011, p.21),

> (...) ao suscitar um conteúdo matemático para a continuidade do processo ou obtenção de um resultado, interrompe-se a exposição e desenvolve-se a matemática necessária, retornando no momento adequado. (...) Propõe-se exemplos análogos, para que o conteúdo não se restrinja ao modelo. Os exemplos análogos darão uma visão mais clara sobre o assunto, suprindo deficiências, preenchendo possíveis lacunas quanto ao entendimento do conteúdo.

Descrição do terceiro encontro

Após a semana em que se explorou a atividade de Modelação apresentou-se aos alunos uma atividade que constava de um gráfico do qual eles deveriam escrever as representações algébricas correspondentes.

Na atividade 3 do primeiro encontro, constatou-se que nenhuma das duplas havia conseguido encontrar a representação algébrica de nenhuma das retas representas no plano cartesiano.

Após a aplicação da atividade de modelação, cuja questão abordada partia de uma conta de água para que os alunos chegassem à representação algébrica e gráfica, ao aplicar-se a atividade do terceiro encontro, das três duplas, apenas uma das duplas não conseguiu concluir com êxito, o que demonstra que houve um avanço.

Verificou-se que, após a realização de uma atividade do cotidiano do aluno, a representação de uma função do 1º Grau da forma $f(x) = ax + b$ e de sua representação gráfica, tornou-se mais inteligível, tanto que, ao apresentar o gráfico para que ele desse a representação algébrica após a modelação, foi algo possível de se fazer.

Essas duplas conseguiram reconhecer os trechos do gráfico como uma representação da função do tipo $y = ax + b$, destacaram alguns pontos do gráfico e montaram o sistema corretamente, resolvendo-o em seguida.

Em relação à dupla B que, mesmo após a Modelação, não conseguiu encontrar a representação algébrica do gráfico proposto na atividade, acredita-se que as dificuldades que ainda persistiram estavam relacionadas à desorganização nas resoluções que produziam, ocasionando a perda de foco nas contas; a uma leitura menos atenciosa das atividades, que culminou na má interpretação e, por consequência, na falta de identificação dos resultados obtidos por eles e que também não conseguiram relacionar o conteúdo matemático com questões do cotidiano.

Análise dos resultados obtidos

No decorrer do processo houve um maior envolvimento por parte dos alunos participantes, que se tornaram mais atuantes e estimulados, à medida em que sentiam uma melhora significativa em seu desempenho e mais interessados na busca de solução para os problemas propostos.

Observou-se, quando da aplicação das questões relacionadas à função do 1º grau, que o grupo participante do processo teve um aproveitamento maior em relação ao seu desempenho inicial, o que implica num avanço de competências cognitivas para a resolução deste tipo de problema no qual se aplica a matemática às situações da vida prática.

Daí, concluímos que a Modelagem se constitui efetivamente num recurso facilitador para aprendizagem das funções do 1º grau.

O encarte para utilização nas escolas

Faz parte deste trabalho um *CD-ROM (Compact Disc – Read-only memory)*, contendo algumas sugestões de atividades possíveis de serem trabalhadas com alunos da 1ª série do Ensino Médio.

As atividades foram elaboradas tendo como base o caderno do aluno da SEE-SP – 2010, bem como uma atividade da dissertação de Chaves (2005).

Considerações finais

A partir da constatação de que o ensino tradicional de Matemática não tem contribuído para uma aprendizagem significativa da Matemática, em geral, e do ensino de Funções, em particular – fato este comprovado pela experiência profissional e por trabalhos já realizados nesta linha de investigação como o de Maria Isaura de Albuquerque Chaves –, procurou-se, por um instrumento facilitador de aprendizagem a Modelagem Matemática, o caminho para o ensino de Funções, partindo de questões que abordem situações do cotidiano do aluno.

Procurou-se com este trabalho responder a questão de pesquisa: **Modelagem Matemática: meio facilitador na compreensão da função de 1º Grau?** Para respondê-la, pensou-se em aplicá-la junto a um grupo de alunos.

A Modelagem Matemática, como estratégia de ensino, é recente – há cerca de 25 anos –, sendo que tem estado presente desde a Antiguidade quando egípcios e babilônios, por exemplo, utilizavam a Matemática para solucionarem questões práticas – um princípio de Modelagem, portanto.

Foram identificadas, na Proposta Curricular da SEE-SP – 2010, questões relacionadas ao ensino de funções que envolvem a Modelagem como estratégia de aprendizagem deste conteúdo específico. Verificaram-se, neste documento, através dos cadernos do professor e do aluno, questões que abordavam o assunto de Funções, tendo a Modelagem Matemática como estratégia de ensino. Foram, então, selecionadas 2 situações de aprendizagem deste material.

Encontrou-se, na dissertação de mestrado de Maria Isaura de Albuquerque Chaves, uma atividade de modelação que utiliza a conta de água para esse fim. Com algumas adaptações, utilizamos um recorte de uma conta de água com o intuito de que os alunos verificassem a relação entre o preço a pagar e o consumo.

Fora encontrada, na Modelagem Matemática – que, segundo Bassanezi "consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual" –, uma estratégia que, com algumas adaptações, foi possível tratar o conceito de Função como variação entre grandezas, conforme abordado na Proposta Curricular da SEE-SP e também no trabalho de Maria Isaura de Albuquerque Chaves.

As atividades foram desenvolvidas junto aos alunos da 1ª série C do Ensino Médio de uma escola estadual do município de Itapevi. Apesar de encontrarem dificuldades na leitura e interpretação do que era solicitado nas atividades, encontraram-se, nos trabalhos de três duplas, indícios de que essa nova maneira de introduzir o assunto de função do 1º grau é muito mais atraente e significativa, pois o diálogo que se estabeleceu entre eles, na busca de soluções e na forma como as representavam, demonstrou que, apesar dos obstáculos, é possível desenvolver determinados conteúdos da matemática a partir da realidade do aluno com a intenção de torná-los participantes na própria aprendizagem.

O desafio de se trabalhar com a Modelagem, em sala de aula, e as dificuldades encontradas na sua realização fizeram com que se pensasse em aprimorar essas atividades, bem como aumentar o tempo para as suas realizações no sentido de se obter, com maior êxito, os objetivos iniciais das atividades: compreender o conceito de função do 1º grau. Para isso, pensou-se em visitar o setor de cálculos de uma conta de água na Companhia de Saneamento Básico do Estado de São Paulo – SABESP, trabalhar com contas de água de diversos alunos e, no momento das aplicações das atividades, fazer interferências sempre que for necessário.

A realização deste trabalho contribuiu para não só promover uma reflexão acerca das dificuldades inerentes aos alunos do Ensino Médio nas aulas de Matemática no que diz respeito ao assunto de funções, como também adotar novas posturas em relação ao ensino de Matemática, propondo a Modelagem Matemática, considerada um caminho para minimizar essas dificuldades. Esperamos, dessa forma, que este trabalho possa contribuir com professores e pesquisadores de Matemática preocupados com a melhoria do ensino da Função do 1º Grau no Ensino Médio.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, Alyne Maria Rosa de. *Modelagem Matemática nas aulas de cálculo:* Uma estratégia que pode contribuir com a aprendizagem dos alunos de engenharia. Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas. UFPA/PA, 2008.

ARAÚJO, J. L. *Cálculo, Tecnologias e Modelagem Matemática:* As discussões dos alunos. Tese de Doutorado em Educação Matemática – UNESP/RC, 2002.

ARDENGHI, Marcos José. *Ensino aprendizagem do conceito de Função:* Pesquisa de 1970 – 2005 no Brasil. Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática. PUC/SP, 2008.

ÁVILA, G. S. S. *CÁLCULO 1. Funções de uma variável.* Rio de Janeiro. Livros Técnicos e Científicos Editora S. A. 1981.

BASSANEZI, J. C. *Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática:* uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.

BELTRÃO, Maria Eli Puga. *Ensino de Cálculo pela Modelagem Matemática e Aplicações.* Tese de Doutorado em Educação Matemática. PUC/SP, 2009.

BIEMBENGUT, Maria Salett & HEIN, Nelson. *Modelagem Matemática no Ensino.* 5ª Ed. São Paulo: Contexto, 2011.

BOS, H. J. M. *Curso de História da Matemática.* Origens e Desenvolvimento do Cálculo, v. 4. Tradução de Maria José Matoso Miranda Mendes do Departamento de Matemática da Universidade de Brasília, Universidade de Brasília, 1974.

BOYER, C. B. *História da Matemática.* 2ed. Revista por Uta C. Merzbach. Tradução de Elza F. Gomide do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo, São Paulo: Edgar Blücher Ltda., 1974.

BRAGA, Ciro. *Função: a alma do ensino da Matemática.* São Paulo: Annablume, 2006.174 p.

BRAGA, Roberta Modesto. *Modelagem matemática e tratamento do erro no processo de ensino-aprendizagem das equações diferenciais ordinárias.* Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas. UFPA/PA, 2009.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC). *Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental.* Matemática/Secretaria de Educação Fundamental. - Brasília: Ministério da Educação, 1998.

_________. Ministério da Educação (MEC). *Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio.* Secretaria de Educação Média e Tecnológica (Semtec) - Brasília: Ministério da Educação, 1999.

_________. Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Média e Tecnológica (Semtec). *PCN + Ensino Médio:* Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC/Semtec, 2002.

__________. Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Básica (SEB); Departamento de Políticas de Ensino Médio. *Orientações Curriculares do Ensino Médio.* Brasília: MEC/SEB, 2004.

__________. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *PCN+ Ensino Médio:* Orientações Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC, SEMTEC, 2002.144p.

BURAK, D. *Modelagem matemática:* uma alternativa para o ensino de matemática na 5ª série. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. UNESP/RC, 1987.

__________. *Modelagem matemática:* ações e interações no processo de ensino-aprendizagem. Tese de Doutorado em Educação. Unicamp/Campinas, 1992.

BURIGO, Elizabete Zardo. *Movimento da Matemática Moderna no Brasil:* Estudo da ação e do pensamento de Educadores Matemáticos nos anos 60. Dissertação de Mestrado em Educação. UFRGS. – Porto Alegre, 1989.

CALDEIRA, A. D. *Uma proposta pedagógica em Étnomatemática na Zona Rural da Fazenda Angélica em Rio Claro.* Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. UNESP/RC, 1992.

CARAÇA, Bento de Jesus. *Conceitos fundamentais da Matemática.* 9ed. Lisboa: Livraria Sá da Costa, 1989.

CHAVES, Maria Izaura de Albuquerque. *Modelando Matematicamente Questões Ambientais Relacionadas com a água a propósito do ensino-aprendizagem de funções na 1ª série do ensino médio.* Dissertação de Mestrado Educação em Ciências e Matemáticas, UFPA/PA, 2005.

CERRI, C.; MONTEIRO, M. S. *Funções como Instrumento de Modelagem.* São Paulo: Secretaria de Estado d Educação de São Paulo, 2002. (Material de Apoio do Programa PEC – Construindo Sempre).

D' AMBROSIO, Ubiratan. *Etnomatemática. Arte ou técnica de explicar ou conhecer.* São Paulo: Ed. Ática, 1990.

__________. *Educação Matemática:* Da teoria à prática. Campinas: Papirus, 1996.

DANTE, Luiz Roberto. *Matemática.* São Paulo: Ática, 2005.

DUVAL, R. *Aprendizagem em Matemática:* Registros de representação semiótica. Ed. Papirus, 2003, p.11 – 34.

EVES, Howard. *Introdução à História da Matemática.* Trad. Hygino H. Domingues. Campinas: Ed. Da Unicamp, 2004.

FIORENTINI, Dario. *Rumos da pesquisa brasileira em educação matemática:* O caso da produção cientifica em cursos de pós-graduação. Tese de Doutorado em Educação. UNICAMP/SP –1994.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sérgio. *Investigação em educação matemática:* percursos teóricos e metodógicos. Campinas: Autores Associados, 2006.

JUNHO, Benedito Afonso Pinto. *Panorama das dissertações de Educação Matemática sobre o ensino superior da PUC-SP de 1994 a 2000.* Dissertação de Mestrado em Educação Matemática – PUC-SP – 2003.

LOPES, Dejayr Junior. *Função de 1º grau:* um estudo sobre seus registros de representação semiótica por alunos da 1ª série o Ensino Médio. Dissertação de Mestrado em Educação. UFMGS – Campo Grande – MS. 2006.

MACHADO, Elisa Spode. *Modelagem Matemática e resolução de problemas.* Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática. PUC/RS, 2006.

MARTINS, Maria do Carmo. *A construção da Proposta Curricular de História da CENP no período de 1986 a 1992:* confrontos e conflitos. Dissertação de Mestrado em Educação. UNICAMP. Campinas – SP. 1996.

MOUTINHO, Pedro Estevão da Conceição. *CTS e a modelagem matemática na formação de professores de física.* Dissertação de Mestrado Educação em Ciências e Matemáticas, UFPA/PA, 2007.

MOYSÉS, Lucia. *Aplicações de Vygostsky à Educação Matemática.* 7ed. Campinas: Papirus. 2006.

OLIVEIRA, Eliane Alcântara de. *A Educação Matemática & Ensino Médio:* um panorama das pesquisas produzidas na PUC/SP. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. PUC/SP, 2003.

OLIVEIRA, N. *Conceitos de Função:* uma Abordagem do Processo Ensino Aprendizagem. Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática. PUC/SP, 1997.

SANTOS, Fabio Vieira. *Modelagem Matemática e Tecnologias de Informação e Comunicação:* o uso que os alunos fazem do computador em atividades de modelagem. Dissertação de Mestrado. UEL/PR, 2008.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. *Proposta Curricular para o Ensino de Matemática:* 2º grau. 3ed. São Paulo: SE/CENP, 1992.

__________. Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (SEE-SP). *Proposta curricular do Estado de São Paulo:* Matemática, Ensino Fundamental - Ciclo II – Ensino Médio – 2008.

__________. Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (SEE-SP). *Caderno do professor:* Matemática, Ensino Médio. 1ª série, vol. 2, 2009.

__________. Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (SEE-SP). *Caderno do aluno:* Matemática, Ensino Médio – 1ª série, volume 2, 2010.

SCANO, Fabio Correa. *Função Afim:* uma sequência envolvendo atividades com o Geogebra. Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática. PUC/SP, 2009.

SILVA, Alexandre de Paula. *Conceito de Função:* atividades introdutórias propostas no material de Matemática do Ensino Fundamental da rede pública estadual de São Paulo. Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática. PUC/SP, 2008.

SILVA, Antonia Edna Rodrigues. *Modelagem Matemática e alunos em estado de dependência na disciplina Cálculo I.* Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas. UFPA/PA, 2010.

SILVA, Luciano Stropper. *Modelagem Matemática, ensino e pesquisa:* uma experiência no ensino médio Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática. PUC/RS, 2007.

SILVEIRA, Everaldo. *Modelagem Matemática em educação no Brasil:* Entendendo o Universo de Teses e Dissertações. Dissertação de Mestrado em Educação. UFPR/PR, 2007.

SMOLE, Kátia Cristina Stocco e DINIZ, Maria Ignez de Souza Vieira. *Matemática – Ensino Médio.* V. 1.ª Série. 5ed. São Paulo: Saraiva.

SOUZA, Elizabeth Gomes. *Modelagem matemática no contexto dos ciclos de formação.* Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas. UFPA/PA, 2007.

ROZAL, Edilene Farias. *Modelagem matemática e os temas transversais na educação de jovens e adultos.* Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas. UFPA/PA, 2007.

SMITH, Silvia Danielle da Cunha. *Modelagem Matemática gerando um ambiente de ensino e aprendizagem para a educação de jovens e adultos.* Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas. UFPA/PA, 2008.

STEWART, James. *Cálculo.* Tradução técnica Antonio Carlos Moretti, Antonio Carlos Gilli Martins; revisão técnica Helena Castro. Título original: Calculus. 6ed. Americana. São Paulo: Cengage Learning, 2011.

VERTUAN, Eduardo Vertuan. *Um olhar semiótico sobre a Modelagem Matemática.* Dissertação de Mestrado em Educação. UFPR – PR, 2007.

VIECILI, Cláudia Regina Confortin. *Modelagem Matemática:* Uma proposta para o Ensino da Matemática. Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática. PUC/RS, 2006.

ANEXOS

ANEXO I - Requerimento

Itapevi, 14 de Outubro de 2010.

Delegacia de Ensino da Região de Itapevi
Ilma. Dirigente Regional de Ensino
Marta Maria Campos.

Requerimento

Eu, Luiz Gonçalves Filho, portador R.G. 11.337.017-9, Professor de Educação Básica II – (Cargo Efetivo), declaro estar desenvolvendo uma pesquisa, final da dissertação de Mestrado Profissional em Educação Matemática com o seguinte título: **Modelagem Matemática e o ensino de Função de 1º Grau,** sob a orientação do Prof. Dr. Antônio Carlos Brolezzi, da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

Requeiro, por meio deste instrumento, a devida autorização para aplicar uma pesquisa que tem, como objetivo principal, a melhoria do ensino de matemática no nível médio, de acordo com a proposta curricular da S.E do Estado de São Paulo.

Declaro que os alunos participantes de tal pesquisa permanecerão em anonimato, sendo identificados por letras maiúsculas do alfabeto e que a mesma será aplicada, em sala de aula, e durante o horário letivo, não havendo motivos para deslocamentos e nem dispensas dos demais.

Sem mais, peço deferimento.

Luiz Gonçalves Filho

ANEXO II - Solicitação de Autorização aos Pais

Solicitação de Autorização

Senhores **Pais** ou **Responsáveis** pelo (a) aluno (a) ___________________ ______________________________matriculado (a) na ________ série do Ensino Médio da E.E Marechal Candido Rondon.

Peço para que seu filho (a) participe de uma atividade de pesquisa que visa contribuir para a melhoria do ensino de matemática do Ensino Médio.

Deixo claro que seu filho se apresentou como voluntário para tal pesquisa e que o nome dos alunos participantes será preservado, aparecendo nos resultados da pesquisa com um nome fictício.

As atividades serão realizadas no período da manhã, em duas sessões de 50 minutos cada, nos dias ____ e___ das____ as _____.

Contando com sua compreensão, agradeço antecipadamente a atenção.

Luiz Gonçalves Filho   Carmela Silva Gebara

Itapevi, ______ de outubro de 2010.

ANEXO III – Questionário

Caro (a) aluno (a),

Boa Noite!

Este questionário será utilizado apenas para fins da pesquisa que será desenvolvida e que tem como finalidade melhorarmos o ensino de Matemática na Educação. Agradecemos a colaboração de todos por participarem. Não é necessário colocar o nome, apenas responda as questões que seguem:

I. Identificação
   1. Sexo:
      Masculino (   )   Feminino (   )
   2. Idade: _____ anos
   3. Mora com os seus pais?
      Sim (   )   Não (   )
   4. Em qual bairro?
      ____
   5. Qual é a principal ocupação de seu pai? Que horário? Onde?
      ____
      ____
   6. E da sua mãe? Que horário? Onde?
      ____
      ____
   7. Como eles se deslocam e a que horas eles chegam do serviço?
      ____
   8. Você ajuda seus pais com afazeres domésticos?
      Sim (   )   Não (   )
   9. Você já trabalhou ou trabalha meio período?
      Sim (   )   Não (   )
   10. Se você respondeu sim à pergunta anterior, onde trabalha e qual é a quantidade de horas de serviço por dia?
      ____
      ____

II. Quanto aos estudos:
   1. Você já ficou retido em alguma série?
      Sim (   )   Não (   )
   2. Se sim, em que ano e em qual série? Por quê?
      ____
   3. Você estuda quantas horas por dia fora do período de aula?

____

4. Você tem computador em casa?
   Sim ( )   Não ( )
5. Se sim, você utiliza o computador para pesquisas e trabalhos escolares com que frequência?

   ____
6. Seus pais ou algum familiar te ajudam quando está com dificuldades em relação às tarefas da escola?
   Sim ( )   Não ( )
7. Você gosta de Matemática? O que aconteceu para gostar ou não gostar de Matemática? Desde quando pensa assim?

   ____
   ____
   ____
   ____
8. Tem facilidades ou dificuldades para aprender Matemática? Por quê? Há quanto tempo?

   ____
   ____
9. Você acha importante estudar Matemática? Por quê?

   ____
   ____
10. Escreva o que você conseguir lembrar sobre Função de 1º grau, ou seja, sobre os tópicos vistos no segundo bimestre e início do terceiro bimestre deste ano.

    ____
    ____
    ____
11. Você utiliza a Matemática em seu dia a dia? Em quais situações?

    ____
    ____

III. Em relação ao seu futuro:

1. O que você pretende fazer daqui a três anos ou mais?

   ____
2. O que pretende fazer, em termos de estudo, quando terminar o Ensino Médio?

   ____

Obrigado.

ANEXO IV – Sequências da Proposta Curricular da S. E. – 2010

SITUAÇÕES DE APRENDIZAGEM

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 1
FUNÇÕES COMO RELAÇÕES DE INTERDEPENDÊNCIA: MÚLTIPLOS EXEMPLOS

Tempo previsto: 1 semana e meia.

Conteúdos e temas: interdependência entre grandezas; proporcionalidade direta e inversa; funções: variável dependente e variável independente; exemplos diversos.

Competências e habilidades: compreender a ideia de proporcionalidade direta e inversa como relações de interdependência; expressar a interdependência entre grandezas por meio de funções; contextualizar a ideia de função e enfrentar situações-problema relativas ao tema.

Estratégias: utilização de diversas linguagens para traduzir a ideia de função (gráficos, tabelas, expressões algébricas, etc.); exercícios referentes a situações-problema em diferentes contextos, envolvendo a ideia de função.

Roteiro para aplicação da Situação de Aprendizagem 1

O texto a seguir constitui apenas um roteiro para a apresentação inicial da ideia de função, ou seja, uma organização dos fatos já conhecidos sobre o tema. Cabe ao professor apresentá-lo detalhadamente ou não, ou passar diretamente à exploração das atividades propostas.

Grandezas e Funções

Uma grandeza é tudo aquilo que pode variar, seja aumentando ou diminuindo. A altura de uma árvore ao longo do tempo, o peso de uma pessoa ao longo de sua vida, o preço do barril de petróleo a cada dia, a produção de automóveis de um país ano após ano, a temperatura de um refrigerante colocado em uma geladeira, o preço a pagar por uma corrida de táxi são alguns exemplos de grandezas.

Duas grandezas **x** e **y** podem variar de modo interdependente, de tal forma que seus valores assumem valores interrelacionados. Quando, deixando variar livremente os valores de uma grandeza **x**, notamos que os valores de outra grandeza **y** também variam, de tal forma que a cada valor de **x** corresponde um e somente um valor de **y**, então dizemos que **y** é uma função de **x**; dizemos ainda que **x** é a variável independente e **y** é a variável dependente. Por exemplo,

a) a área **A** de um quadrado é uma função de seu lado **x**; deixando os valores de **x** variar livremente (naturalmente, **x** não pode assumir valores negativos), então os valores de **A** variarão em função de **x**, e escrevemos $A = f(x)$. No caso, temos: $A = f(x) = x^2$.

b) o comprimento **C** de uma circunferência é uma função de seu raio **r**; no caso, temos $C = f(r) = 2\pi r$.

c) a altura **H** de uma pessoa é uma função de sua idade **t**; podemos escrever $H = f(t)$, sendo certo que a cada valor de **t** corresponde um único valor de **H**. No caso, não sabemos exprimir a relação de interdependência $f(t)$ por meio de uma fórmula.

Um caso simples de relação de interdependência ocorre quando temos duas grandezas proporcionais, estudadas desde a 6ª série do Ensino Fundamental.

Quando **x** e **y** são duas grandezas diretamente proporcionais, elas aumentam ou diminuem simultaneamente, e na mesma proporção, ou seja, a razão $\frac{y}{x}$ é constante, e resulta que $y = kx$ (**k** é uma constante). Quando **x** e **y** são duas grandezas inversamente proporcionais, sempre que uma delas aumenta, a outra diminui na mesma proporção, e vice-versa, de modo que o produto das duas permanece constante: $x \cdot y = k$, ou seja, $y = \frac{k}{x}$ onde **k** é uma constante não nula.

Quando observamos os valores de duas grandezas interdependentes **x** e **y**, e notamos que um aumento no valor de **x** acarreta um aumento no valor de **y**, ou então, um aumento no valor de **x** provoca uma diminuição no valor de **y**, então somos tentados a dizer que **x** e **y** variam de modo diretamente proporcional, no primeiro caso, ou inversamente proporcional, no segundo. Entretanto, tais afirmações nem sempre são corretas, uma vez que, como já foi visto anteriormente, a proporcionalidade direta exige mais do que um aumento simultâneo nos valores de **x** e **y**; além disso, é preciso que a razão $\frac{y}{x}$ seja constante. Analogamente, a proporcionalidade inversa é mais do que uma diminuição nos valores de uma das grandezas, quando aumentam os valores da outra grandeza; é necessário que o produto dos valores de **x** e **y** permaneça constante.

Atividade 1

Em cada um dos casos a seguir, verifique se há ou não proporcionalidade. Se existir, expresse tal fato algebricamente, indicando o valor da constante de proporcionalidade.

a) A altura **a** de uma pessoa é diretamente proporcional a sua idade **t**?

b) A massa **m** de uma pessoa é diretamente proporcional a sua idade **t**?

c) O perímetro **p** de um quadrado é diretamente proporcional ao seu lado **a**?

d) A diagonal **d** de um quadrado é diretamente proporcional ao seu lado **a**?

e) O comprimento **C** de uma circunferência é diretamente proporcional ao seu diâmetro **d**?

Trata-se de verificar se há proporcionalidade direta ou não entre vários pares de grandezas, expressando algebricamente tal fato e indicando o valor da constante de proporcionalidade, quando possível.

*a) A altura **a** de uma pessoa é uma função de sua idade **t**, mas **não** é diretamente proporcional a **t**. De fato, não é verdade que sempre que a idade de uma pessoa duplica, então sua altura também duplica; não é verdade que se a idade triplica, então a altura aumenta proporcionalmente, triplicando. Se houvesse proporcionalidade entre **a** e **t**, imaginem a altura de uma pessoa aos 10 anos, sabendo que aos 2 anos ela tinha 90 cm de altura...*

*b) A massa **m** de uma pessoa é uma função de sua idade **t**, mas **não** é diretamente proporcional a t. Se houvesse proporcionalidade direta, uma criança com 1 ano e 10 kg teria quantos quilos aos 15 anos?...*

*c) O perímetro **p** de um quadrado é uma função de seu lado **a**. No caso,* $p = f(a) = 4a$. *Se o lado a aumenta, o perímetro p aumenta proporcionalmente. O perímetro **p** é diretamente proporcional ao lado **a**, sendo a constante de proporcionalidade igual a 4.*

*d) A diagonal **d** de um quadrado é uma função do lado **a**; ela é diretamente proporcional ao lado **a**. Temos, neste caso,* $d = a\sqrt{2}$. *A constante de proporcionalidade é* $k = \sqrt{2}$.

*e) O comprimento C de uma circunferência é uma função do diâmetro **d**; no caso, C é diretamente proporcional a **d**, e temos* $C = f(d) = \pi d$, *ou seja, a constante de proporcionalidade é* $k = \pi$. *Também podemos escrever* $C = 2\pi r$, *onde **r** é o raio da circunferência.*

Atividade 2

As tabelas a seguir relacionam pares de grandezas. Indique se existe ou não proporcionalidade (direta ou inversa).

a) Produção de automóveis e produção de tratores (anual, em milhares)

País	Automóveis	Tratores
A	100	8
B	150	12
C	200	16
D	225	18
E	250	20
F	300	24
G	350	28
H	400	32
I	450	36

b) Área destinada à agricultura e área destinada à pecuária (em 1 000 km^2)

País	Agricultura	Pecuária
A	80	60
B	100	70
C	110	80
D	120	98
E	150	100
F	160	124
G	180	128
H	200	132
I	250	136

c) Produto Interno Bruto (PIB, em milhões de dólares) e Índice de Desenvolvimento Humano (IDH)

País	PIB	IDH
A	300	0,90
B	400	0,92
C	510	0,80
D	620	0,88
E	750	0,78
F	760	0,89
G	880	0,91
H	1 000	0,80
I	1 100	0,86

d) Expectativa de vida (em anos) e índice de analfabetismo (% da população)

País	Expectativa de vida	Índice de analfabetismo
A	67	11
B	68	10
C	69	9
D	70	8
E	71	7
F	72	6
G	73	5
H	74	4
I	75	3

O objetivo das tabelas é apenas o de consolidar o fato de que duas grandezas podem crescer ou decrescer conjuntamente, ou então podem variar em sentidos opostos (quando uma cresce, a outra decresce) sem que haja proporcionalidade direta ou inversa. Apenas no exemplo do item a a grandeza da 1ª coluna é diretamente proporcional à grandeza da 2ª coluna, sendo a constante de proporcionalidade igual a 12,5; nos outros casos, nem a razão entre as grandezas é constante, nem o produto delas o é, ou seja, em cada um dos pares, não há proporcionalidade direta, nem inversa. De acordo com as tabelas, podemos afirmar, então, que:

a) a produção de automóveis cresce simultaneamente com a produção de tratores; ela é diretamente proporcional à produção de tratores;

b) a área destinada à agricultura cresce juntamente com a área destinada à pecuária;

c) não é verdade que se o PIB aumenta, então o IDH aumenta; também não é verdade que se o PIB diminui, então o IDH diminui.

d) mesmo sem haver proporcionalidade, quando o índice de analfabetismo diminui, a expectativa de vida aumenta.

Atividade 3

Um prêmio **P** da loteria deve ser dividido em partes iguais, cabendo um valor **x** a cada um dos **n** ganhadores. Considerando um prêmio **P** de R$ 400 000,00 preencha a tabela abaixo e expresse a relação de interdependência entre x e n.

n	1	2	4	5	8	10	20
x							

A partir do fato de que os R$ 400 000,00 serão divididos em partes iguais entre os *n ganhadores, concluímos que a cada um deles corresponderá um valor x, sendo n . x = 400 000, ou seja, n e x são inversamente proporcionais:* $x = f(n) = \dfrac{400\,000}{n}$

n	x
1	400 000
2	200 000
4	100 000
5	80 000
8	50 000
10	40 000
20	20 000

Atividade 4

Para cortar a grama de um canteiro quadrado de 5 m de lado, um jardineiro cobrou R$ 20,00. Mantida a proporção, para cortar a grama de um canteiro quadrado de 15 m de lado, quanto o jardineiro deverá cobrar? A quantia a cobrar **C** é diretamente proporcional à medida **x** do lado do canteiro quadrado?

Afirma-se que para cortar a grama de um canteiro quadrado de 5 m de lado, ou seja, de área 25 m², um jardineiro cobrou R$ 20,00, ou seja, ele cobrou R$ 0,80 por m². Mantida esta proporção, para cortar a grama de um canteiro com 15 m de lado, ou seja, com área 225 m², ele deverá cobrar 225 . 0,80, ou seja, R$ 180,00. Outra maneira de encaminhar a solução é a seguinte: a quantia a ser cobrada é diretamente proporcional à área do canteiro, e não ao seu lado; se o lado triplicou, a área tornou-se 9 vezes maior, e a quantia a ser paga deverá ser 9 vezes maior. Faça uma figura de um quadrado com lado x (e área x^2*) e de outro com lado 3x, para mostrar que a área do maior é* $9x^2$*.*

Atividade 5

Quando uma pedra é abandonada em queda livre (sem considerar a resistência do ar ao movimento), a distância vertical **d** que ela percorre em queda é diretamente proporcional ao quadrado do tempo **t** de queda, ou seja, $d = kt^2$. Observando-se que após 1 segundo de queda a pedra caiu 4,9 metros, pergunta-se:

a) qual é o valor da constante de proporcionalidade **k**?

b) qual é a distância vertical percorrida após 5 segundos?

c) quanto tempo a pedra levará para cair 49 m?

Notamos que a distância vertical d que a pedra percorre não é diretamente proporcional ao tempo t de queda, mas sim ao quadrado de t: $d = kt^2$*.*

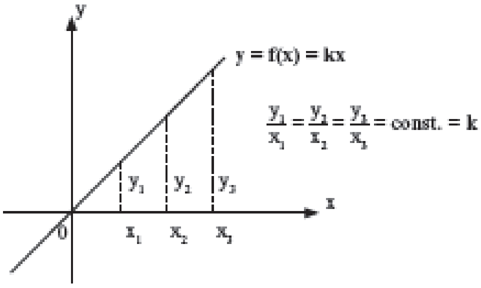
a) É dado que para t = 1, então d = 4,9 m, ou seja, substituindo os valores de t e de d, temos, k = 4,9.

b) Para calcular a distância vertical percorrida após 5 s, basta substituir t por 5, obtendo-se $d = 4{,}9 \cdot 5^2$*, ou seja, d = 122,5 m.*

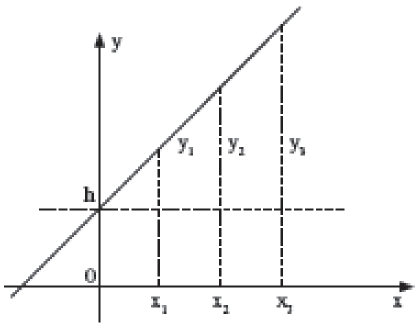
c) Substituindo-se d por 49, obtemos o tempo que a pedra levará para cair 49 m: $49 = 4{,}9t^2$*, ou seja,* $t = \sqrt{10} \cong 3{,}16$ *s.*

Gráficos de funções

Dada uma função y = f(x), o conjunto de pontos (x; y) do plano cartesiano tal que y = f(x) constitui o gráfico da função. No caso das grandezas diretamente proporcionais, sendo $\frac{y}{x}$ = constante = k, ou seja, y = f(x) = kx, então o gráfico correspondente é uma reta passando pela origem do sistema de coordenadas:

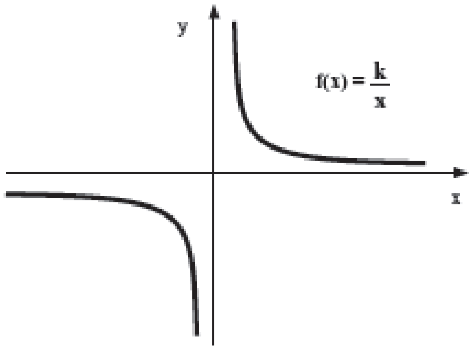


Quando duas grandezas **x** e **y** variam de tal forma que **y = kx + h**, ou seja, **f(x) = kx + h** (**k** e **h** constantes), existe uma proporcionalidade direta entre os valores de **y – h** e os de **x**. A representação gráfica correspondente é uma reta com inclinação **k**; **h** é o valor inicial a partir do qual a variação em y é diretamente proporcional a x. (No caso particular de termos h = 0, então a reta passa pela origem.)



$$\frac{y_1 - h}{x_1} = \frac{y_2 - h}{x_2} = \frac{y_3 - h}{x_3} = const. = k$$

No caso da proporcionalidade inversa, temos a relação **xy = k**, ou seja, **f(x) =** $\frac{k}{x}$, quanto mais aumenta o valor de **x**, menor é o valor correspondente de **y**, e vice-versa; o gráfico correspondente é uma curva chamada hipérbole (ver figura a seguir).



Atividade 6

O preço **P** a cobrar em uma corrida de táxi é composto por uma quantia a fixada, igual para todas as corridas, mais uma parcela variável, que é diretamente proporcional ao número **x** de quilômetros rodados: **P = a + b . x** (**b** é o custo de cada quilômetro rodado).

Em certa cidade, temos P = 15 + 0,8 . x (P em reais e x em km)

a) Qual é o preço a cobrar por uma corrida de 12 km?

b) Calcule a diferença entre os preços de duas corridas, uma de 20 km, outra de 21 km.

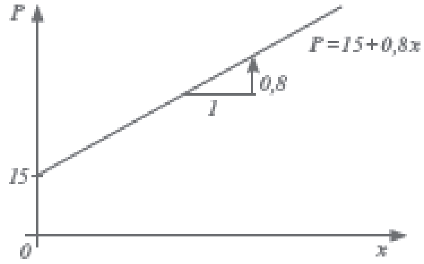
c) Esboce o gráfico de **P** em função de **x**.

*Este é mais um exemplo de uma situação em que a proporcionalidade direta existe apenas no cálculo da parcela variável da corrida de táxi, existindo outra parcela fixa, independentemente dos quilômetros rodados. Temos, no caso, $P = 15 + 0{,}8 . x$ (**P** em reais e **x** em km; 0,8 reais é o custo de cada quilômetro rodado).*

a) Em uma corrida de 12 km, ou seja, para $x = 12$, resulta $P = 15 + 0{,}8 . 12 = 24{,}6$ reais.

b) A diferença entre os custos de uma corrida de 20 km e outra de 21 km é o custo de 1 km rodado, ou seja, 0,8 reais.

*c) O gráfico de **P** em função de **x** é uma reta com inclinação 0,8, cortando o eixo vertical (OP) no ponto de ordenada 15.*



Atividade 7

Na casa de uma família que gasta sempre cerca de 0,5 kg de gás de cozinha por dia, a massa de gás contido em um botijão doméstico de 13 kg varia com o tempo de acordo com a fórmula, $m = 13 – 0{,}5\ t$, onde t é o tempo em dias.

a) Calcule o número de dias necessários para consumir-se 6 kg de gás.

b) Calcule a massa de gás que resta em um botijão após 10 dias de uso.

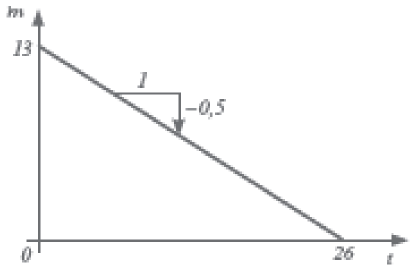
c) Esboce o gráfico de **m** em função de **t**.

Neste caso, temos uma variação proporcional em uma grandeza decrescente: se o consumo diário é sempre 0,5 kg por dia, então a massa do gás consumido é diretamente proporcional ao número de dias, e a massa restante no botijão é a diferença entre o valor inicial, 13 kg, e a massa consumida, ou seja, $m = 13 – 0{,}5\ t$ (t em dias).

a) O número x de dias necessários para consumir-se 6 kg de gás é tal que $0{,}5 . x = 6$, ou seja, $x = 12$ dias.

b) A massa de gás que resta em um botijão após 10 dias de uso é $m = 13 – 0{,}5 . 10 = 8$ kg

*c) O gráfico de **m** em função de **t** é uma reta cortando o eixo **Om** no ponto de ordenada 13 e decrescendo a uma taxa de –0,5 kg por dia:*



Atividade 8

O número **N** de dias necessários para esvaziar um reservatório de água de 20 000 ℓ depende do consumo diário de água. Se o consumo for de **x** litros por dia, então os valores de **N** e **x** devem satisfazer à condição N.x = 20 000.

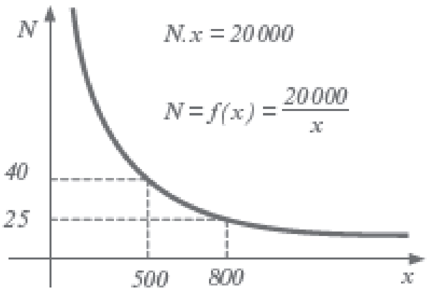
a) Calcule os valores de **N** para $x_1 = 500$ ℓ por dia e para $x_2 = 800$ ℓ por dia.

b) Esboce o gráfico de **N** em função de **x**.

Para esvaziar um reservatório de 20 000 ℓ, se o consumo diário for x litros por dia, serão necessários N dias, sendo N.x = 20 000, ou seja, N e x são inversamente proporcionais.

a) Para $x_1 = 500$, o número de dias N_1 é tal que $N_1 \cdot 500 = 20\,000$, ou seja, $N_1 = 40$ dias; analogamente, para $x_2 = 800$, o número de dias N_2 é tal que $N_2 \cdot 800 = 20\,000$, ou seja, $N_2 = 25$ dias.

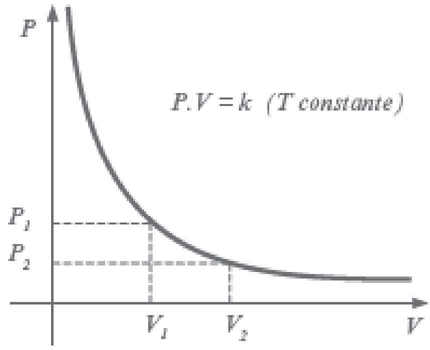
b) O gráfico de N em função de x é uma curva que representa o fato de que, quanto maior o valor de N, menor o de x, mantendo-se a proporção inversa (N . x = 20 000); é o ramo de hipérbole mostrado a seguir.



Atividade 9

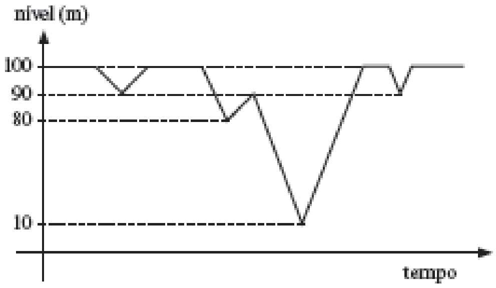
Fixada a temperatura **T**, a pressão **P** e o volume **V** de um gás variam segundo a expressão P.V = k (**k** é uma constante). Esboce o gráfico de **P** em função de **V**.

Fixada a temperatura T, a pressão P e o volume V de um gás variam segundo a expressão P.V = k (k é uma constante). O gráfico de P em função de V é um ramo de hipérbole, e é muito fácil de se encontrar em livros de Química:



Atividade 10

O gráfico a seguir mostra o nível da água armazenada em uma barragem, ao longo de um ano. Analise atentamente o gráfico e responda:



a) Qual foi o menor nível de água armazenada na barragem? E o maior?

Da observação direta do gráfico concluímos que o nível mínimo da água armazenada foi de 10 m; o máximo foi de 100 m.

b) Quantas vezes no ano a barragem atingiu o nível de 40 m? E o nível de 95 m?

Analogamente, observamos que o nível de 40 m foi atingido duas vezes no ano; já o nível de 95 m foi atingido seis vezes ao longo do ano.

Considerações sobre a avaliação

Somente o professor, em sua circunstância específica, poderá avaliar em que medida a apresentação da ideia de função aqui realizada constitui uma revisão de conteúdos que já foram tratados anteriormente ou uma abordagem inicial do tema. Tanto no caso de uma abordagem inicial, quanto no caso de o professor notar que os alunos já conhecem os temas que estão sendo apresentados, seria interessante o recurso a tabelas e gráficos extraídos de jornais ou revistas; tal recurso tanto pode servir como uma porta de entrada suave para o tema, quanto para um aprofundamento no mesmo. A escolha dos materiais em sintonia com a real condição de sua turma é um desafio interessante para o discernimento do professor.

Ao final desta primeira Situação de Aprendizagem, é fundamental que a ideia de função como interdependência entre duas grandezas tenha se consolidado, com a assimilação da nomenclatura “variável independente” (aquela à qual atribuímos valores livremente) e “variável dependente”, ou a variável que é considerada, no contexto, como uma função da outra.

Um aprofundamento da ideia de proporcionalidade deverá ser deixado para as Situações de Aprendizagem seguintes, em que serão explorados dois tipos particulares de interdependência especialmente considerados: as funções de 1º grau, associadas à proporcionalidade direta, e as funções de 2º grau, associadas à proporcionalidade direta entre uma grandeza e o quadrado de outra.

ANEXO V – SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 2.

FUNÇÕES DE 1º GRAU: SIGNIFICADO, GRÁFICOS, CRESCIMENTO, DECRESCIMENTO, TAXAS.

Tempo previsto: 1 semana e meia.

Conteúdos e temas: funções do 1º grau: significado dos coeficientes, crescimento, decrescimento, taxas de variação, gráficos, inequações.

As competências e habilidades: compreender a função de 1º grau como expressão de uma proporcionalidade direta entre grandezas; expressar essa proporcionalidade por meio de gráficos.

Estratégias: apresentação de uma síntese dos fatos já apresentados anteriormente sobre proporcionalidade e funções de 1º grau; exploração desses fatos em situações problema em diferentes contextos.

Roteiro para aplicação da Situação de Aprendizagem 2.

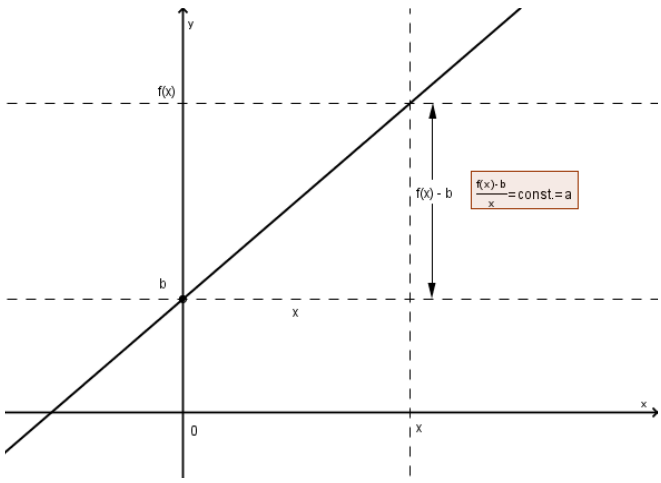
O texto, a seguir, constitui um roteiro para apresentação da ideia de função de 1º grau, que pode já ser conhecida dos alunos, bem como para uma organização de alguns fatos já conhecidos sobre o tema. Cabe ao professor apresentar o assunto com mais ou menos pormenores ou passar diretamente à exploração das atividades, de acordo com o nível de conhecimentos dos alunos.

Funções de 1º grau: significado.

Sempre que expressamos por meio de variáveis uma situação de interdependência envolvendo duas grandezas diretamente proporcionais, chegamos a uma função de 1º grau. De modo geral, uma função de 1º grau é expressa por uma fórmula do tipo $\boldsymbol{f(x) = ax + b}$, em que **a** e **b** são constantes sendo **a ≠ 0**. Quando **a = 0**, a função se reduz a $\boldsymbol{f(x) = b}$, ou seja, a uma função constante.

A proporcionalidade expressa por uma função desse tipo é explicitada quando notamos que a diferença $\boldsymbol{f(x) - b = ax}$, ou seja, que a razão entre $\boldsymbol{f(x) - b}$ e **x** é constante e igual a **a**: $\frac{(\boldsymbol{f(x) - b})}{\boldsymbol{x}} = const. = \boldsymbol{a}$**.**

Em consequência, o gráfico de $\boldsymbol{f(x) = ax + b}$ é uma reta, quaisquer que sejam os valores de **a** e **b**, pois a constância da razão acima garante o ângulo de inclinação constante para segmento formado por dois pontos quaisquer do gráfico:



Podemos observar que o coeficiente **b** representa o valor de f(x) para x = 0; quando a = 0, a função assume valores constantes, qualquer que seja o valor da variável independente **x**: $f(x) = constante = b$.

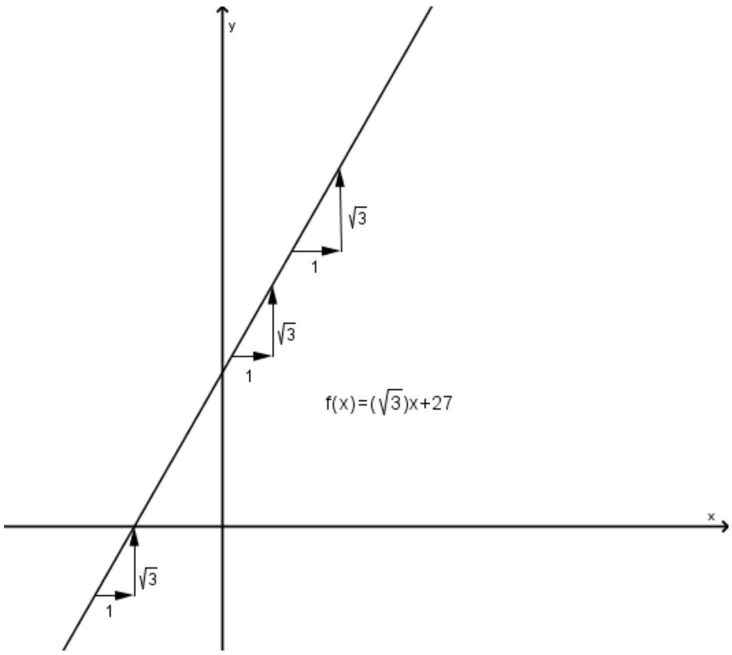
Também notamos que o coeficiente **a** representa a inclinação da reta que é o gráfico, uma vez que para x = 1, temos $f(1) = a + b$, e então $\frac{f(1)-b}{1} = a = \frac{f(x)-b}{x}$ para todo **x**.

De modo equivalente, podemos notar que $f(x+1) - f(x) = a(x+1) + b - ax - b = a$, ou seja, a variação de f(x) para cada unidade a mais de **x** é igual a **a**:

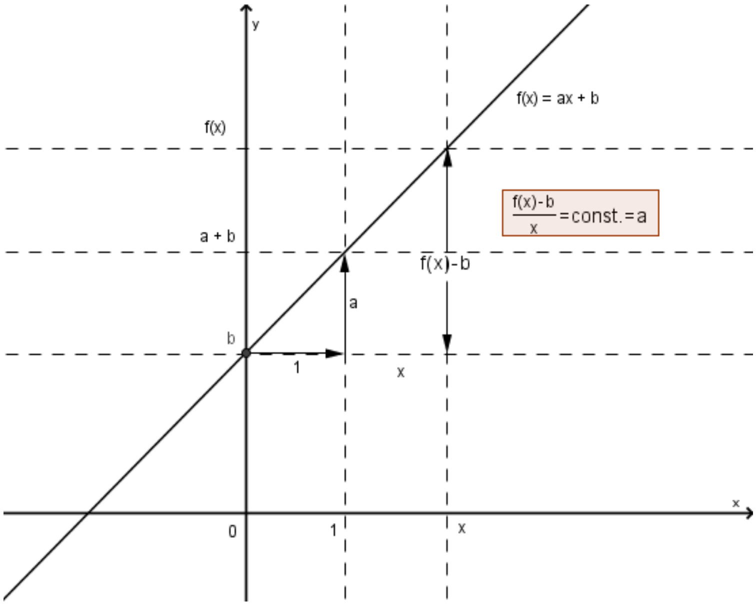
- **se $\boldsymbol{f(x) = ax + b}$, então $\boldsymbol{f(x+1) - f(x) = a}$.**

  Por exemplo, sendo $f(x) = (\sqrt{3})x + 27$, então temos:
  $f(13) - f(12) = \sqrt{3}$;
  $f(29) - f(28) = \sqrt{3}$;
  $f(1347) - f(1346) = \sqrt{3}$;
  $f(k+1) - f(k) = \sqrt{3}$.

Graficamente, isso significa que a inclinação do gráfico de f(x) é sempre a mesma, no caso, igual a $\sqrt{3}$ (veja o gráfico da função);

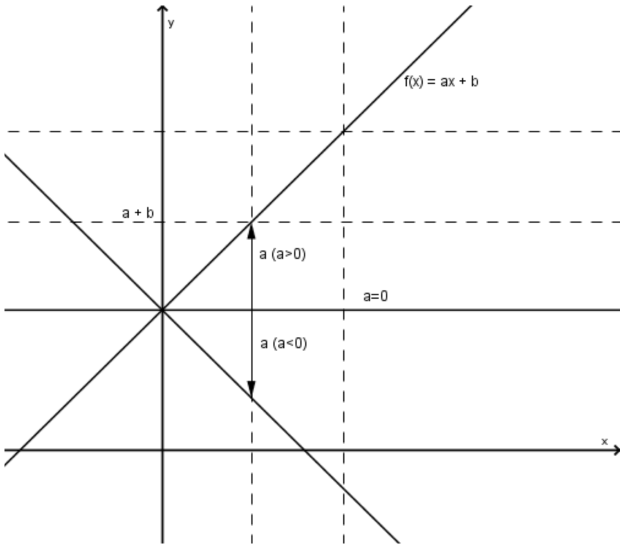


Resumindo os fatos apresentados sobre a função $f(x) = ax + b$ em um gráfico, temos:



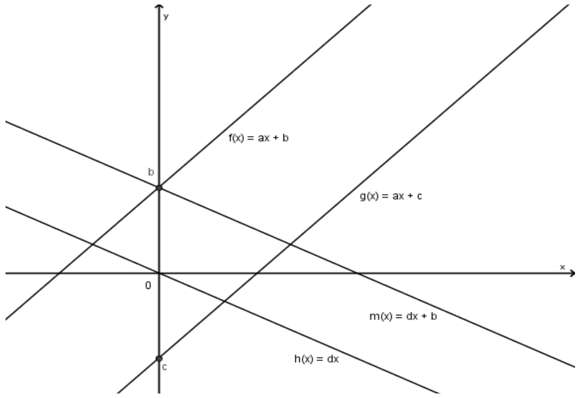
Podemos afirmar, então, que:

- quando **a > 0**, a função é crescente;
- quando **a < 0**, a função é decrescente;
- nos dois casos, o valor de **a** representa a variação de f(x) por unidade a mais de **x**, o que representa um aumento quando **a > 0**, ou uma diminuição, quando **a < 0**.



Naturalmente, quando b = 0, a função reduz-se a $f(x) = ax$ e seu gráfico passa pela origem do sistema de coordenadas.

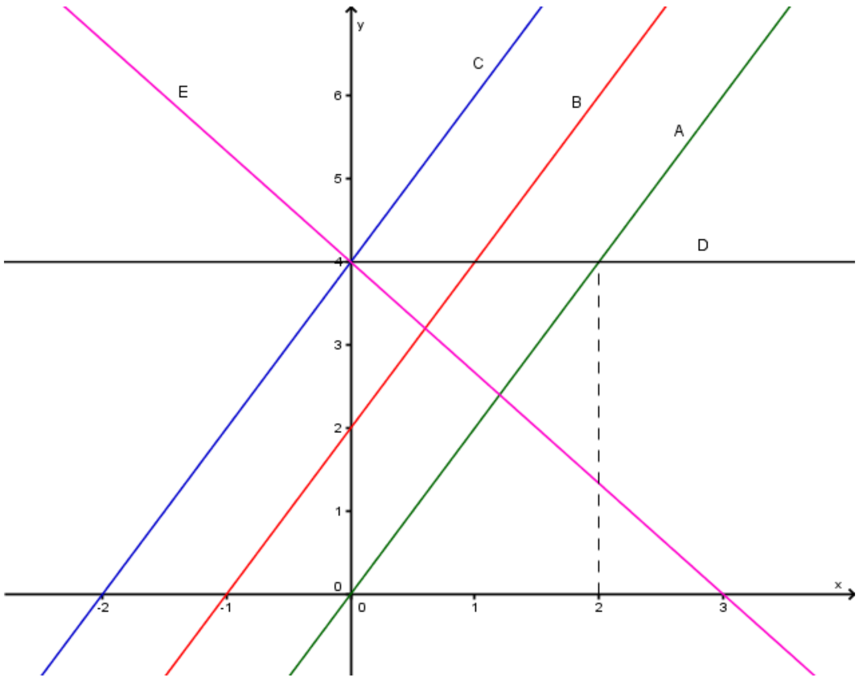
Notamos ainda que se duas funções de 1º grau f(x) e g(x) são tais que o coeficiente de **x** é o mesmo em ambas, então seus gráficos são retas paralelas, uma vez que a inclinação das retas é a mesma nos dois casos.



Gráficos de f(x) e de g(x) são paralelos: mesma inclinação **a**. Gráficos de m(x) e de h(x) são paralelos: mesma inclinação **d**.

Atividade – 1

As retas **A, B, C, D** e **E** são gráficos de funções do tipo $f(x) = ax + b$. Determine os valores de **a** e **b** em cada um dos cinco casos.



*Reta **A***

*Como a reta **A** passa pela origem, o coeficiente **b** é igual a zero. Todos os seus pontos (x; y) são tais que $\frac{y}{x}$ é igual a 2 (há proporcionalidade direta entre y e x). Segue, portanto, que f(x) =2x (a=2 e b=0).*

*Reta **B***

*Observando as retas **A** e **B** percebemos que elas são paralelas, ou seja, o coeficiente **a** é comum a ambas. Como **B** corta o eixo **y** no ponto de ordenada 2, temos b=2, ou seja, f(x) = 2x + 2, no caso da reta **B**.*

*Reta **C***

*Observando as retas **A** e **C** percebemos que elas são paralelas, ou seja, a inclinação é a mesma, igual a 2 em ambas. Como a reta **C** corta o eixo **y** no ponto de ordenada 4, o valor de **b** é 4 e temos f(x) = 2x + 4 para a reta **C**.*

*Reta **D***

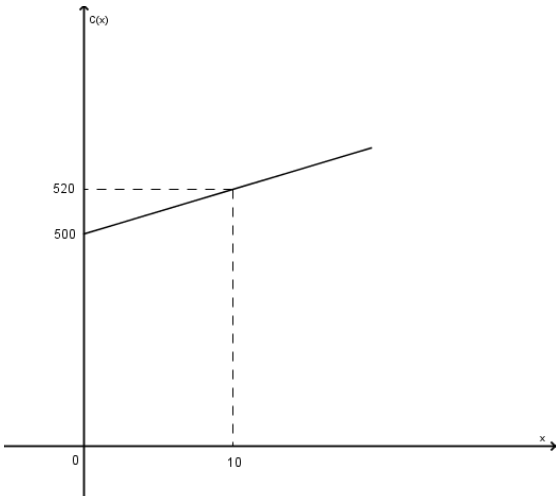
*Trata-se do caso em que o coeficiente a é igual a zero; como o valor de **b** é 4, então temos a função constante e igual a 4: f(x) = 4.*

*Reta **E***

*A reta **E** corta o eixo **y** no ponto de ordenada 4; logo, b = 4. Temos, então, f(x)= ax+4. Como a reta passa pelo ponto (3;0), temos f(3) = 0, ou seja, 0 = a.3+4. Daí, obtemos $a = \frac{-4}{3}$. Logo, $f(x) = \frac{-4}{3}x + 4$.*

Atividade – 2

O gráfico a seguir mostra a relação entre a quantidade **x** litros de xampu produzida e o custo **C**(x), em **R$**, da produção caseira.



a) Qual é o possível motivo de um gasto de R$ 500,00 quando não se está produzindo xampu?
O custo quando a empresa não está produzindo é chamado pelos economistas de custo fixo. Mesmo sem produzir e vender, uma empresa tem custos fixos de aluguel e impostos. No caso da empresa analisada no problema, seu custo fixo é de R$500,00.

b) Qual é a função C(x) = ax + b representada no gráfico? Essa expressão da interdependência entre o custo **C** e a quantidade produzida **x** é valida para qualquer valor de **x**?
O gráfico intersecta o eixo y no ponto de ordenada 500, o que significa dizer que b = 500, ou seja, C(x) = ax + 500.
*Usando o fato de que para x = 10 o valor de **C** é 520, temos: 520 = a.10+500.*
Logo, a = 2, e a função é C(x) = 2x + 500.
Logo, a = 2, e a função é C(x) = 2x + 500.
*Como **x** é o total de litros de xampu produzido pela empresa, essa função só faz sentido para $x \geq 0$. Matematicamente, o valor de **x** pode*

ser tão grande quanto quisermos. Naturalmente as condições reais de produção podem impor outros limites ao valor de ***x****.*

c) Qual é o gasto para se produzir 1500 litros de xampu?

C(1500) = 2. 1500 + 500; logo,

C(1500) = 3500 reais.

d) Quantos litros de xampu podem ser produzidos com R$10000,00?

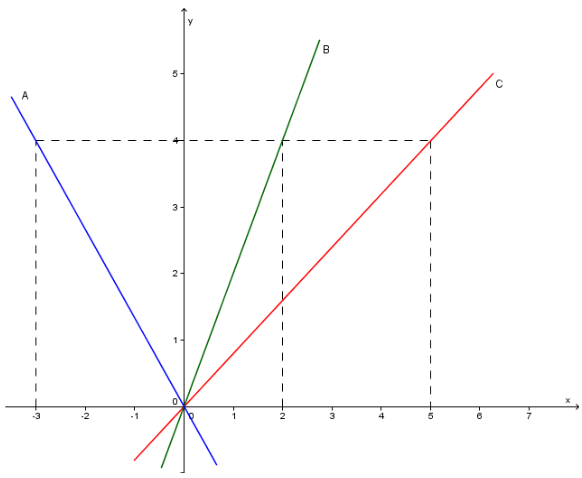
Para C = 10000, temos: 10000 = 2x + 500, de onde segue que x + 4750 litros.

e) Qual é a variação no gasto para a produção de cada litro adicional de xampu?

Pelo gráfico vemos que a cada 10l gasta-se R$ 20,00 a mais; portanto, a cada 1l gasta-se R$ 2,00 a mais (esse valor é a inclinação da reta que é o gráfico).

Atividade – 3

As retas A, B e C são representações gráficas da função f(x) = mx, que é um caso particular da função f(x) = mx + n, quando n = 0. Determine o valor de **m** em cada um dos três casos.



*Como as funções são do tipo f(x) = mx, basta substituir um par de valores de **x** e y=f(x) nessa equação para determinar o valor de **m**:*

*Em **A**, temos:*

4 = m.(-3), ou seja, $m = \frac{-4}{3}$

*Em **B**, temos:*

4 = m.2, ou seja, $m = 2$

*Em **C**, temos:*

4 = m.5, ou seja, $m = \frac{4}{5}$

Atividade – 4

Analisando as funções obtidas na atividade anterior, responda:

a) As funções f(x) = mx que têm como gráficos as retas B e C possuem m>o. Em casos assim, quanto maior o valor de m, a reta estará mais “em pé” ou mais “deitada”?
Quando m > 0, quanto maior o seu valor mais “em pé” estará a reta.

b) Como podemos saber se uma reta está inclinada para a direita ou para a esquerda apenas observando o valor de m na sua equação?
Se m > 0 a reta está inclinada para a direita(função crescente), se m < 0 a reta está inclinada para a esquerda (função decrescente).

Atividade – 5

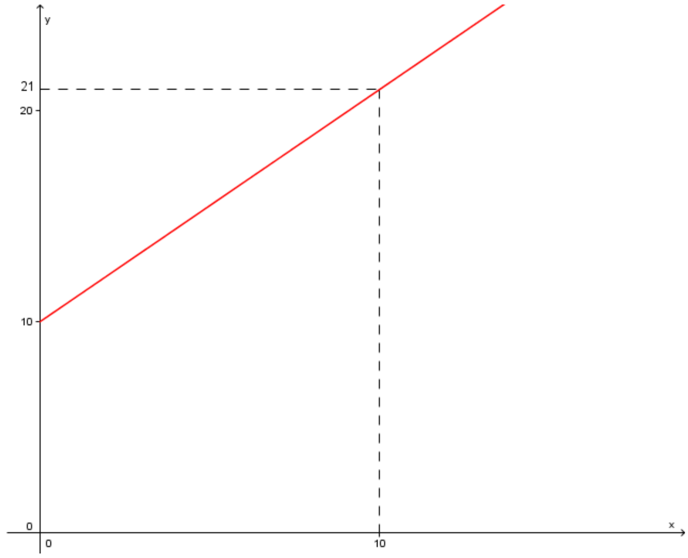
A conta de certo restaurante é composta pelo valor total das despesas com comida e bebida, mais 10% sobre esse valor, que correspondem aos gastos com serviços, e mais uma taxa fixa de R$ 10,00 de *couvert* artístico para os músicos.

a) Chamando de **x** os gastos com comida e bebida (em R$), e **y** o valor total da conta (em R$), determine uma expressão do tipo y = mx + n que represente a relação entre **x** e **y.**

*Sendo **x** o valor gasto com comida e bebida, e observando-se que acrescentar 10% a um valor equivale a multiplicá-lo por 1,1, o valor **y** a ser pago será: y = 1,1x +10.*

b) Faça um gráfico no plano cartesiano para representar a função encontrada no item anterior.

O gráfico será uma reta que corta o eixo y no ponto de ordenada 10 e que tem inclinação igual a 1,1; para x = 10, o valor de y correspondente será 21:



Atividade - 6

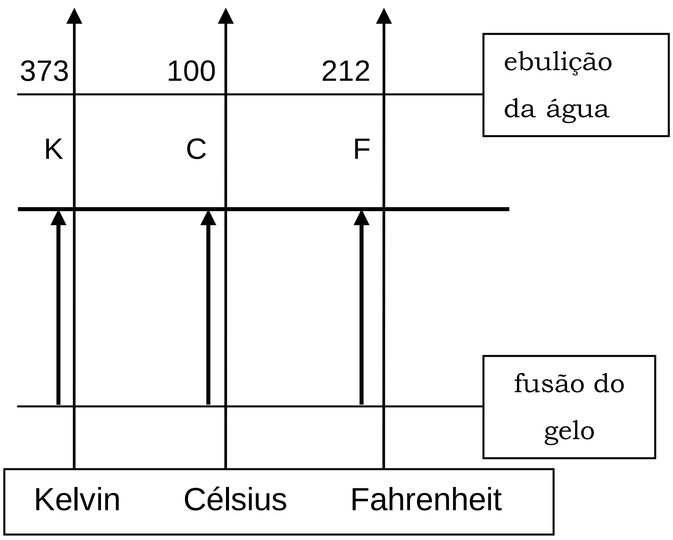
Celsius, Fahrenheit e Kelvin são as três escalas de temperatura mais utilizadas. Sendo C o valor da temperatura em graus Celsius, F a mesma temperatura medida em graus Fahrenheit e K a medida da mesma temperatura em graus Kelvin, para converter uma temperatura de uma para outra escala, temos os seguintes fatos fundamentais:

- nas escalas Celsius e Kelvin o tamanho do grau é o mesmo, havendo apenas um deslocamento da origem, que na escala Celsius é no 0, e na escala Kelvin é no 273;
- na escala Celsius, a temperatura de fusão do gelo é 0º e a de ebulição da água é 100º; na escala Fahrenheit, a temperatura de fusão do gelo é 32º e a de ebulição da água é de 212º.

Com base nessas informações,

a) mostre que, para transformar uma temperatura dada em graus Celsius para graus Kelvin, a regra é K = C + 273;
b) mostre que, para transformar uma temperatura dada em graus Celsius para graus Fahrenheit, a regra é F = 1,8.C + 32;
c) Calcule a quantos graus Celsius corresponde uma temperatura de 95º F;
d) Calcule a quantos graus correspondem 300ºK na escala Fahrenheit.

De a) e b) Temos o seguinte esquema:



Os segmentos que determinam as temperaturas nas diferentes escalas representam a mesma parte do intervalo entre a temperatura de fusão do gelo e a de ebulição da água, ou seja, temos a proporção:

$$\frac{\mathrm{K}-273}{373-273}=\frac{\mathrm{C}-0}{100-0}=\frac{\mathrm{F}-32}{212-32}$$

De tal proporção, concluímos que:

$$\frac{\mathrm{K}-273}{100}=\frac{\mathrm{C}}{100}=\frac{\mathrm{F}-32}{180}$$

Ou seja:

$K = C + 273$

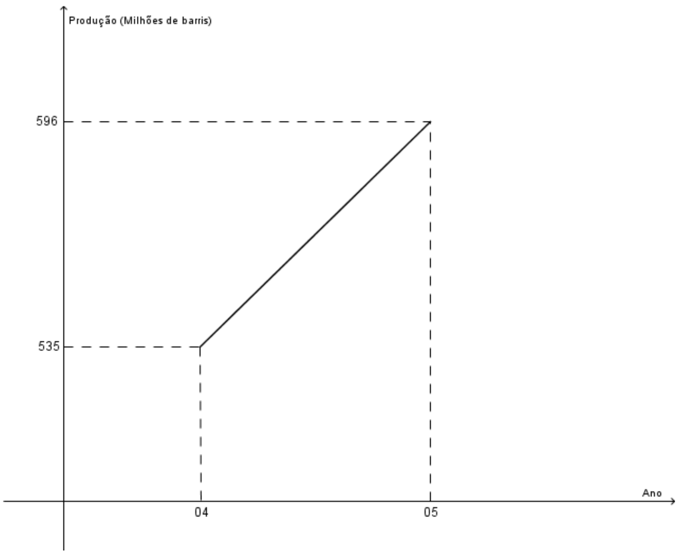
$F = 1{,}8 \cdot C + 32$

c) *Sendo F = 95, temos:* $95 = 1{,}8 \cdot C + 32$, *e então, C = 35.*

d) *Uma temperatura de K = 300, corresponde a C = 27. Calculando em Fahrenheit, obtemos:* $F = 1{,}8 \cdot 27 + 32$, *ou seja, F = 80,6.*

Atividade – 7

O gráfico a seguir indica a produção brasileira de petróleo, em milhões de barris, nos anos de 2004 e 2005.



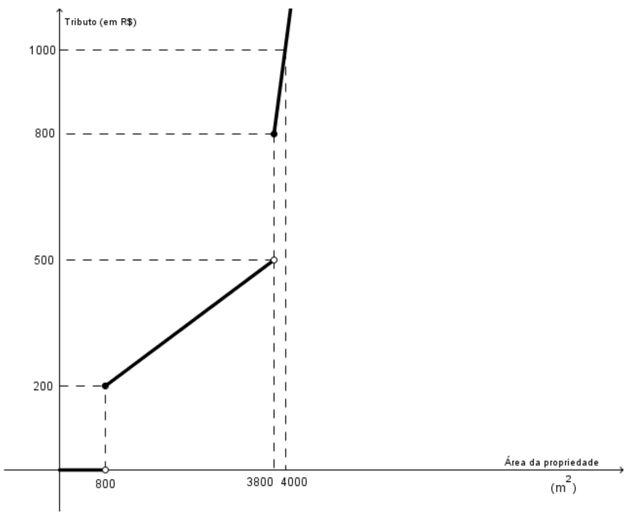
Admitindo que a taxa de crescimento do período 2004-2005 se manteve no período 2005-2006, calcule o valor aproximado da produção média diária, em milhões de barris, no ano 2006.

A taxa de crescimento é a razão entre a variação na produção e a variação no tempo, o que representa o aumento da produção por ano. Portanto, a taxa m entre 2004 e 2005 foi igual a $m = \frac{596-535}{5-4} = 61$ *milhões de barris.*

Se essa taxa permanecer constante, ou seja, se o gráfico continuar sendo a mesma reta desenhada anteriormente, no período 2005-2006 o aumento da produção seria de 61 milhões de barris, e a produção estimada seria de 596+61 = 657 milhões de barris.

Atividade – 8

O gráfico a seguir indica o valor de um determinado tributo territorial em função da área de uma propriedade.



a) Qual é o valor do imposto a pagar de uma propriedade de 800 m^2?
A leitura imediata no gráfico fornece o valor do tributo y=200 reais.

b) Existe algum tamanho de propriedade (em m^2) cujo imposto cobrado seja exatamente R$500,00?

Não, porque para 3800 m^2 o imposto é de R$800,00.

c) Determine uma função do tipo $y = mx + n$, com **y** sendo o tributo em R$, e **x** a área em m^2, válida para o intervalo $800 \leq x \leq 3800$.

Entre os pontos (800; 200) e (3800; 500), temos:

y = mx + n

Para x = 800, temos y =200, ou seja, $200 = m \cdot 800 + n$.

Para x = 3800, calculemos como se tivéssemos y = 500 (mesmo sabendo que o intervalo é aberto), apenas para ter a equação da reta: $500 = 3800 \cdot m + n$.

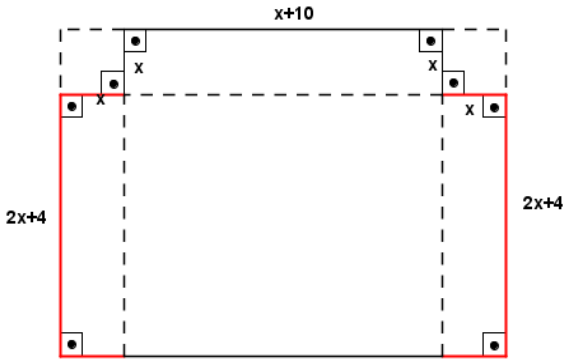
Resolvendo o sistema, temos: m = 0,1 e n = 120.

A equação procurada é $y = 0{,}1x + 120$ *(para* $800 \leq x \leq 3800$*).*

Havendo tempo disponível, o professor poderá pedir aos alunos que determinem a função do tipo $y = mx + n$ para o intervalo $x \geq 3800$. Comparando o valor de **m** dessa função com a determinada no item anterior, percebe-se que a intenção subjacente é a de cobrar mais imposto por **m²** para propriedades maiores do que 3800 m^2.

Atividade – 9

A figura indica uma folha de latão que será usada na montagem de uma peça:



a) Determine todos os valores possíveis de **x** (em metros) para que o perímetro da folha seja maior ou igual a 64m.

Sendo o perímetro igual a soma dos comprimentos de todos os lados da folha, temos;

$$2(2x + 4) + 2x + 2x + 2(x + 10) + 2x \geq 64$$

Daí segue que:

$$4x + 8 + 2x + 2x + 20 + 2x \geq 64$$

ou seja, $12x \geq 64 - 28$, o que acarreta que $x \geq 3$.

Portanto, x deve ser maior ou igual a 3 metros.

b) Determine todos os valores possíveis de x (em metros) para que a soma dos comprimentos representados em vermelho seja menor que a soma dos demais comprimentos que completam o perímetro da folha.

Analogamente, temos:

$$2(x + 2x + 4 + x) < 2x + 2(x + 10)$$
$$2x + 4x + 8 + 2x < 2x + 2x + 20$$
$$4x < 12, \text{ ou seja, } x < 3.$$

Portanto, x deve ser maior que 0 e menor que 3 metros.

Considerações sobre a avaliação

Ao final desta Situação de Aprendizagem, o reconhecimento de relações de proporcionalidade direta em diferentes contextos e a representação das mesmas por meio de uma função de 1º grau é o objetivo primordial que deverá ter sido atingido.

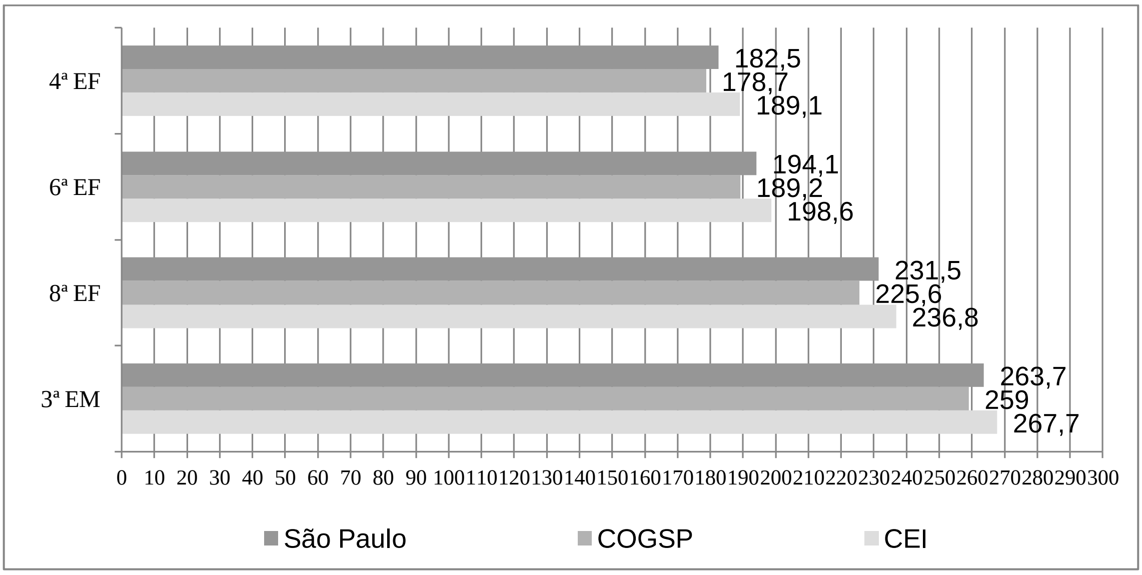
É fundamental que os alunos tenham feito a associação direta entre a ideia de variação diretamente proporcional e a de função de 1º grau, tendo aprendido que:

- Quando **y** é diretamente proporcional a **x** e ambos os valores, de **x** e **y**, começam a ser medidos a partir do valor inicial zero, então $\boldsymbol{y = ax}$, sendo **a** uma constante não nula;
- Quando há a proporcionalidade direta entre a variação de **y** medida a partir de certo valor inicial **b** e os valores de **x**, então $\boldsymbol{y - b = ax}$, ou seja, $\boldsymbol{y = ax + b}$;
- De modo geral, em qualquer situação em que as variações de duas grandezas interdependentes são diretamente proporcionais, chegamos a uma expressão do tipo $\boldsymbol{f(x) = ax + b}$, ou seja, a uma função do primeiro grau;
- Sendo $\boldsymbol{f(x) = ax + b}$, então o coeficiente a sempre representa a variação no valor da função por unidade a mais de **x**, ou, em outras palavras, a taxa de variação de **f(x)** em relação a **x**.

Fonte: Caderno do professor, São Paulo Faz Escola. Parte integrante da Proposta curricular da SEE – SP – 2009. p. 20-27.

Anexo VI – Saresp 2007 – Matemática

Os desempenhos dos alunos da 4ª e da 8ª séries do EF e da 3ª série do Ensino Médio em Matemática, no Saresp 2007, no Estado como um todo e em cada uma das Coordenadorias de Ensino em que se estrutura o ensino no Estado de São Paulo – Coordenadoria de Ensino da Grande São Paulo COGSP – e Coordenadoria de Ensino do Interior – CEI -, estão retratados no Gráfico 1.



Verifica-se no gráfico que:

- As medidas de proficiência em Matemática para o Estado como um todo variam, nas séries avaliadas, entre 182,5 (4ª série do EF) e 263,7 (3ª série do EM);
- O desempenho em Matemática no Saresp 2007, qualquer que seja a série do EF considerada, e também na 3ª do EM, é superior entre os alunos da CEI;
- As diferenças de pontos entre as médias da CEI e da COGSP, nas séries avaliadas, variam entre 7,4 (na 6ª série do EF) e 11,2 (na 8ª série do EF).

DISTRIBUIÇÃO DAS ESCOLAS EM RELAÇÃO ÀS MÉDIAS DE PROFICIÊNCIA

A tabela 1 apresenta as distribuições das escolas em relação às médias de proficiência em Matemática por série avaliada, situadas abaixo da média e igual ou acima da média da rede estadual.

Tabela 1 – Distribuição das escolas segundo a média de Proficiência comparada com a do Estado – Saresp 2007

Componente Curricular	Grau	Série	Média Estado	Número de Escolas		Total de escolas
				Acima ou igual à média do Estado	Abaixo da média do Estado	
Matemática	EF	04	182,5	1004	1097	2101
		06	194,1	1809	1955	3764
		08	231,5	1597	2079	3676
	EM	03	263,7	1170	2164	3334

Verifica-se nos dados da tabela que:

- No desempenho da Matemática, a variação na distribuição das médias gira em torno de 52% a 56% de escolas que obtiveram médias abaixo da média do Estado. No Ensino Médio, esse percentual é ainda maior, significando que 65% das escolas apresentam médias abaixo do Estado.

COMPARAÇÃO DAS MÉDIAS DO SARESP 2007 COM AS MÉDIAS SAEB/SÃO PAULO 2005

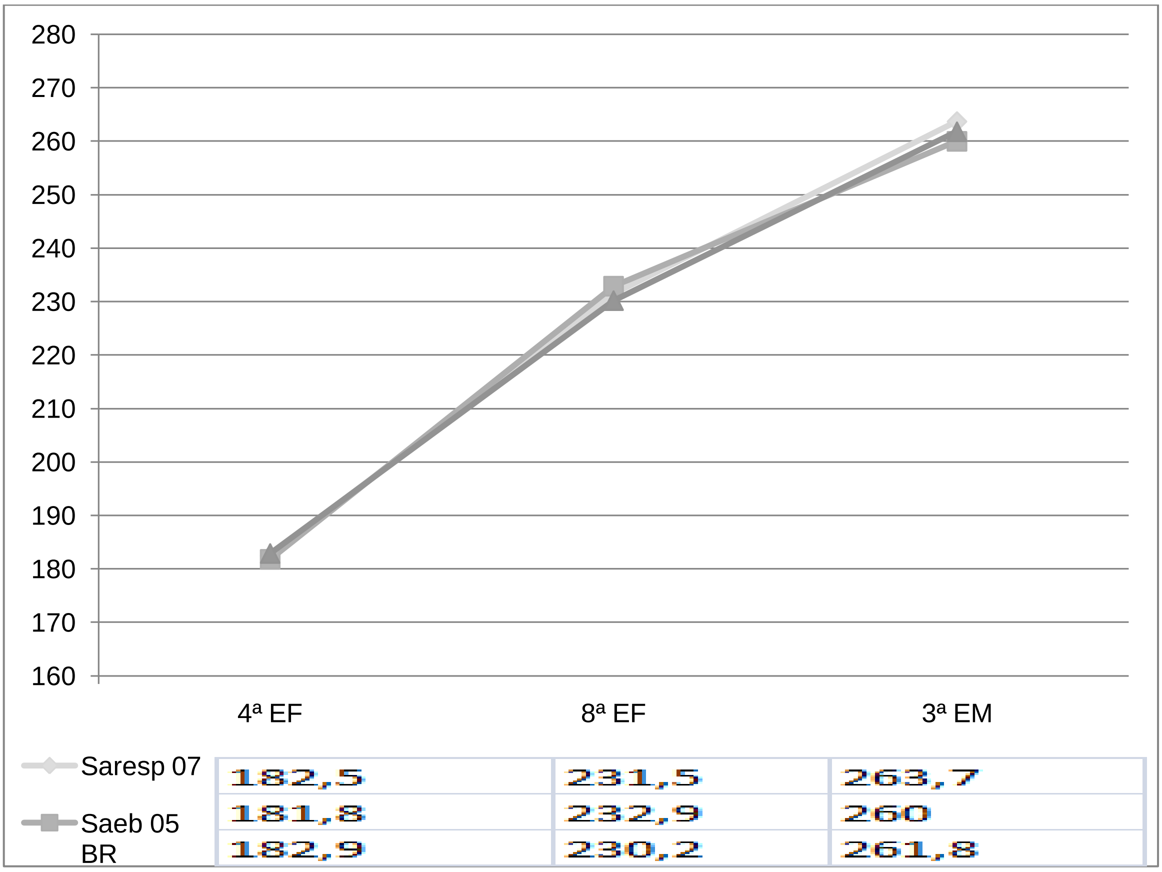
Pela primeira vez, os resultados do Saresp poderão ser comparados aos resultados das avaliações nacionais – Saeb 2005, em relação às médias de proficiências e à interpretação pedagógica da escala de desempenho do Saeb, nas áreas de Língua Portuguesa e de Matemática.

O Gráfico 4 apresenta os desempenhos dos alunos da 4ª e da 8ª séries do EF e da 3ª série do Ensino Médio em Matemática, no Saresp 2007 e no Saeb

2005 (média das escolas estaduais urbanas), permitindo a comparação entre as médias alcançadas.

GRÁFICO 2 – MÉDIA DE PROFICIÊNCIA EM MATEMÁTICA

SARESP 2007, SAEB 2005 (BRASIL E SÃO PAULO/REDE ESTADUAL)



Verifica-se no gráfico que:

- Os resultados em Matemática obtidos no Saresp 2007 e no Saeb 2005 pelos alunos da 4ª série do EF são praticamente iguais: a diferença não chega a um ponto na média;
- As médias alcançadas pelos alunos da 8ª série do EF nas duas avaliações, também são muito próximas. No Saresp 2007, a média é 231,5, superior à média alcançada pelos estudantes da rede pública estadual de São Paulo (230,2) e inferior à média nacional (232,9), muito embora as diferenças não cheguem a 1,5;
- O desempenho em Matemática dos alunos da 3ª série do EM (263,7) no Saresp 2007 também é superior ao alcançado no Saeb 2005, com uma

diferença de 3,7 pontos em relação à média nacional, e um pouco menor em relação à média da rede pública estadual de São Paulo (1,9).

NÍVEIS DE DESEMPENHO DO SARESP 2007

Desde 1995, o desempenho dos alunos da educação básica do Brasil tem sido medido por meio da métrica do Saeb. A escala já é bastante conhecida e seu uso permite a comparação de resultados com aqueles obtidos no Saeb/Prova Brasil.

A escolha dos números que definem os pontos da escala de proficiência é arbitrária e construída com os resultados da aplicação do método estatístico de analise denominado **TRI** (**T**eoria de **R**esposta ao **I**tem). Sendo assim, as proficiências dos alunos da rede estadual de ensino de São Paulo, aferidas em 2007 por meio do Saresp, foram também consideradas nesta mesma métrica do Saeb/Prova Brasil e seus resultados foram interpretados a partir da mesma escala. Para que isso fosse possível, foram utilizados no Saresp alguns itens do Saeb cedidos e autorizados pelo **MEC**.

No entanto, a opção de usar a mesma "régua" do Saeb não exime a Secretaria de Estado da Educação de interpretar cada ponto da escala a partir do resultado da aplicação de seus próprios instrumentos, agrupar os desempenhos indicados em diferentes pontos da escala em níveis qualificados de desempenho e associá-los aos fatores de contexto investigados por ocasião da prova, tal como o fazem outros sistemas consolidados de avaliação educacional.

Os níveis de desempenho têm uma interpretação pedagógica à luz da matriz de referência do Saresp e da proposta curricular do Estado de São Paulo.

Para medir a proficiência dos alunos da 4ª, 6ª e 8ª séries do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio, os pontos da escala são: 150, 175, 200, 225, 250, 275, 300, 325, 350, 375, 400, 425, 450, 475 e 500.

Os pontos da escala do Saresp, por sua vez, foram agrupados em níveis de desempenho definidos a partir das expectativas de aprendizagem (conteúdos, competências e habilidades) estabelecidas para cada série e disciplina na Proposta Curricular do Estado de São Paulo:

Tabela 2 – Distribuição dos alunos pelos níveis de proficiência Matemática – Saresp 2007

Níveis	4ª EF		6ª EF		8ª EF		3ª EM	
	Intervalo	% de alunos	Intervalo	% de alunos	Intervalo	% de alunos	Intervalo	% de alunos
Abaixo do básico	< 175	44,3	< 200	54,8	< 225	49,8	< 275	71,0
Básico	Entre 175 e 225	36,6	Entre 200 e 225	23,3	Entre 225 e 300	44,8	Entre 275 e 350	24,7
Adequado	Entre 225 e 275	17,4	Entre 225 e 300	21,7	Entre 300 e 350	5,1	Entre 350 e 400	3,7
Avançado	Acima de 275	1,7	Acima de 300	0,2	Acima de 350	0,4	Acima de 400	0,6

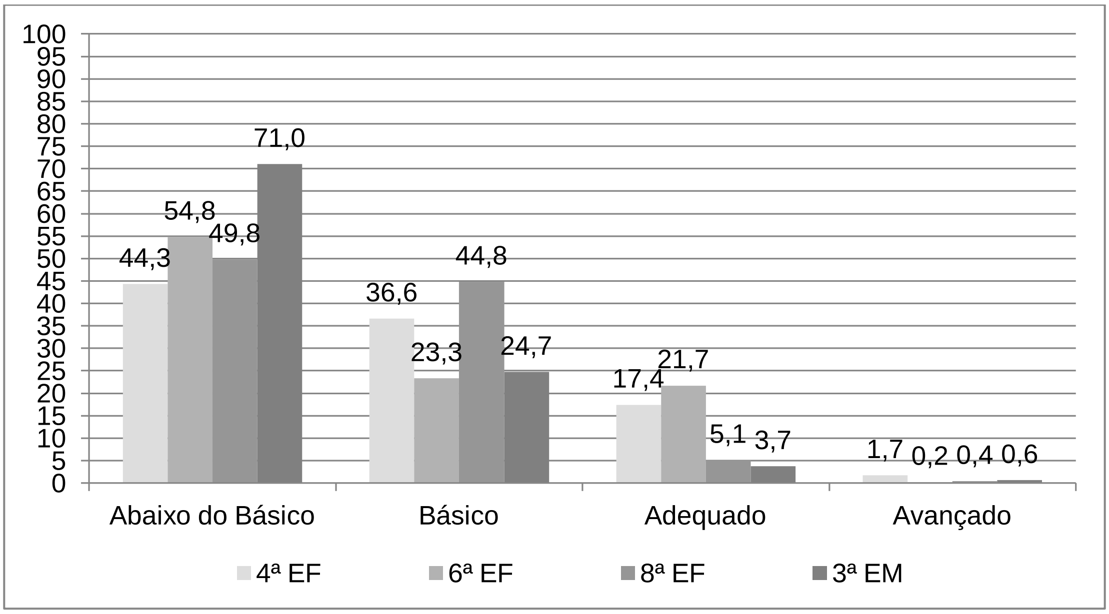
Abaixo do básico – os alunos, neste nível, demonstram domínio insuficiente dos conteúdos, competências e habilidades desejáveis para a série escolar em que se encontram.

Básico – os alunos, neste nível, demonstram desenvolvimento parcial dos conteúdos, competências e habilidades requeridos para a série em que se encontram.

Adequado – os alunos, neste nível, demonstram domínio dos conteúdos, competências e habilidades desejáveis para a série em que se encontram.

Avançado – os alunos, neste nível, demonstram conhecimentos e domínio dos conteúdos, competências e habilidades acima dos requeridos na série escolar em que se encontram.

O Gráfico 3 apresenta a distribuição dos alunos nos quatro níveis de desempenho de Matemática, nas séries avaliadas.



Os dados apontam que:

- nas 4ª e 8ª séries de Ensino Fundamental o percentual dos alunos com desempenho "Abaixo do básico" é de cerca de 45% e 50%, respectivamente. No Ensino Médio, este percentual é de 71%.
- No nível considerado "Adequado" em Matemática, os percentuais são de 17,4%, 5,1% e 3,7% nas 4ª e 8ª do EF e na 3ª do EM, respectivamente.

COMPARAÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DE ALUNOS NOS NÍVEIS DE DESEMPENHO ENTRE O SAEB/2005 – REDE ESTADUAL E O SARESP 2007

GRÁFICO 4 – DISTRIBUIÇÃO DE ALUNOS NOS NÍVEIS DE DESEMPENHO DE MATEMÁTICA: 4ª E 8ª EF E 3ª EM – COMPARAÇÃO ENTRE SARESP 2007 E SAEB 2005.