

PEDRO ALCEU BIGATTÃO JUNIOR

**CONCEPÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA
SOBRE O ENSINO DA ESTOCÁSTICA**

MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DA MATEMÁTICA

**PUC/SP
São Paulo
2007**

PEDRO ALCEU BIGATTÃO JUNIOR

**CONCEPÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA
SOBRE O ENSINO DA ESTOCÁSTICA**

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência para obtenção do título de **MESTRE NO ENSINO MATEMÁTICA**, sob a orientação da **PROF^a. DR^a. Cileda Coutinho Queiroz e Silva.**

PUC/SP
São Paulo
2007

Banca Examinadora

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura: _____ **Local e Data:** _____

✚ *A Deus,*

✚ *A minha querida e amada esposa Márcia e minhas amadas filhas Thais e Nathalia, pelos anos que nos une.*

✚ *A meus queridos pais Pedro e Edwiges.*

✚ *Por Seu Filho Jesus Cristo, que me deu fé e força para realização deste trabalho.*

AGRADECIMENTOS

A conclusão deste trabalho, bem como minha trajetória de vida só é possível porque tenho por perto pessoas que com seu carinho, atenção, apoio e colaboração tornaram – se verdadeiros presentes divinos.

✚ À professora Dr^a. Cileda Coutinho Queiroz e Silva pela excelente orientação, amizade e paciência ao longo do curso para que este trabalho pudesse ser concretizado.

✚ Ao professor Dr^o. Saddo Ag Almouloud, pelo apoio e paciência em suas aulas.

✚ A todos os professores do curso de Mestrado em Educação Matemática pela atenção e profissionalismo.

✚ Aos membros da banca examinadora desta dissertação pela atenção e valiosas contribuições oferecidas.

✚ À Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, pela oportunidade que me conferiu para realizar esta etapa essencial de minha formação acadêmica.

✚ A meus amigos Ricardo Vasquez e Jonas Borsetti, por acreditarem e torcerem pelo meu sucesso.

Enfim, a todas as pessoas que acreditaram e contribuíram na conquista e realização deste trabalho.

RESUMO

As propostas para o ensino da probabilidade e estatística para o Ensino Fundamental II sofrem transformações sucessivas sem que, muitas vezes, sejam discutidas pelos professores que as colocarão em prática. Desse modo, o presente estudo tem como objetivo verificar como os docentes de Ensino Fundamental II vêem os conceitos estocásticos quando confrontados com situações problema que envolva variabilidade na análise exploratória dos dados.

Foi realizada uma pesquisa bibliográfica a fim de apresentar a fundamentação teórica dos estudos. A metodologia da pesquisa baseou-se nas concepções dos professores de Matemática sobre o ensino estocástico; desse modo foi realizada uma pesquisa descritiva cujos dados foram fornecidos pelos professores colaboradores.

Assim, foi aplicado um questionário com 23 questões. A análise das respostas foi feita com o apoio do software Classificação Hierárquica Implicativa e Coesiva (C.H.I.C) que possibilitou evidenciar as inter-relações encontradas nas respostas.

O estudo conclui que os professores pesquisados mesmos ensinando os conteúdos estocásticos na maioria das vezes sem o livro didático ou nenhum material pedagógico não domina este conteúdo, visto que ninguém ensina o que não sabe.

Palavras-Chave: Probabilidade; Estatística; Ensino fundamental II - Matemática.

ABSTRACT

Mathematics Teachers' concept about the teaching of stochastic –
Dissertation – Master's degree – Master on the teaching of Mathematics Pontifícia
Universidade Católica

The propositions for the teaching of probability and statistics to the Junior High School suffered successive transformations without, many times, discussions by the teachers that are going to put them into practice. So, the purpose of this study was to verify how the teachers of Junior High School see the stochastic concepts when confronted to the problem – situations that involve variability in the exploratory analysis of the data.

The bibliographic research for the presenting of the theoretical foundation of the studies was performed. The research methodology was based on the Mathematics teachers' conceptions about scholastic teaching. So, a descriptive research was performed, whose data were given by the collaborating teachers.

Thus, an inquiry with 23 questions was applied. The analysis of the answers was made with the support of the Classification. Hierarchical Implicative and Cohesive Software (C.H.I.C) that enabled to evidence the inter-relations found on the answers.

The study concluded that the teachers researched although teaching the scholastic contents, in the majority of times, without the didactic book or no pedagogical material do not dominate this concept, since no one teaches what they do not know.

Keywords: Probability; Statistics, Junior High School - Mathematics

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	13
1. RACIOCÍNIO ESTATÍSTICO	16
1.1. RACIOCÍNIO ESTATÍSTICO	16
1.2. ANALFABETISMO FUNCIONAL	20
1.3. ALFABETIZAÇÃO ESTATÍSTICA	23
1.4. O RACIOCÍNIO PROBABILÍSTICO	26
2. PROBLEMÁTICA E PROCEDIMENTOS	28
2.1. QUESTÕES DE PESQUISA	28
2.2. OS PROFESSORES – SUJEITOS DA PESQUISA	30
2.3. ANÁLISE DOS DADOS	31
2.4. O INSTRUMENTO DIAGNÓSTICO	34
2.4.1. <i>Parte A dos instrumento:</i>	38
2.4.2. <i>Parte B de nosso instrumento:</i>	39
2.4.3. <i>Parte C do instrumento:</i>	41
2.5. OS PRIMEIROS RESULTADOS	44
2.5.1. <i>O perfil dos docentes quanto ao domínio dos conteúdos</i>	46
2.5.2. <i>As questões 20, 21 e 22</i>	47
3. ANÁLISE DOS RESULTADOS	64
3.1. ANÁLISE DE SIMILARIDADES	64
3.2. ANÁLISE COESITIVA	84
3.3. CONCLUSÃO DA ANÁLISE HIERÁRQUICA E COESITIVA	99
4. CONSIDERAÇÕES FINAIS	101
REFERÊNCIAS	106
ANEXO	112
APÊNDICE	121
APÊNDICE A – O INSTRUMENTO DIAGNÓSTICO	122
APÊNDICE B - TIPICALIDADE DAS ÁRVORES HIERÁRQUICAS	129
APÊNDICE C – TIPICALIDADE E CONTRIBUIÇÕES DAS ÁRVORES COESITIVA	143

LISTA DE TABELAS

TABELA 1: NOTA DOS ALUNOS APROVADOS POR GÊNERO.....	18
TABELA 2: EVOLUÇÃO DOS NÍVEIS DE ALFABETISMO.....	22
TABELA 3: DIAS DA SEMANA DOS ALUNOS ANIVERSARIANTES.....	42
TABELA 4: DISTRIBUIÇÃO DAS IDADES DOS 23 PROFESSORES RESPONDENTES.....	44
TABELA 5: DISTRIBUIÇÃO DO TEMPO DE MAGISTÉRIO DOS 23 PROFESSORES RESPONDENTES.....	45
TABELA 6: DISTRIBUIÇÃO EM RELAÇÃO AO TRABALHO DOS 23 PROFESSORES.....	45
TABELA 7: DISTRIBUIÇÃO DA FORMAÇÃO DOS 23 PROFESSORES RESPONDENTES.....	46
TABELA 8: CATEGORIZAÇÃO DAS RESPOSTAS QUESTÃO 20A	52
TABELA 9: CATEGORIZAÇÃO DAS RESPOSTAS QUESTÃO 20B.....	52
TABELA 10: CATEGORIZAÇÃO DAS RESPOSTAS QUESTÃO 20C	52
TABELA 11: QUESTÃO 21 – CATEGORIAS	55
TABELA 12: CATEGORIZAÇÃO DAS RESPOSTAS DA QUESTÃO 22	58
TABELA 13: CATEGORIZAÇÃO DAS RESPOSTAS DA QUESTÃO 23	58
TABELA 14: CATEGORIZAÇÃO DAS RESPOSTAS 23 A	60
TABELA 15: CATEGORIZAÇÃO DAS RESPOSTAS 23B	63

LISTA DE GRÁFICOS

GRÁFICO 1: GRÁFICO DE BARRAS	43
GRÁFICO 2: GRÁFICO DE LINHAS	43
GRÁFICO 3: GRÁFICO DE SETORES	43
GRÁFICO 4: GRÁFICO DE SETORES	62
GRÁFICO 5: GRÁFICO DE BARRAS	62
GRÁFICO 6: GRÁFICO DE LINHAS	62

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1: INTERSECÇÃO PARA ANÁLISES DO CHIC	33
FIGURA 2: FASE DOS DOCENTES EM TEMPO TRABALHADOS	37
FIGURA 3: ÁRVORE HIERÁRQUICA	65
FIGURA 4: ÁRVORE DE SIMILARIDADE RELATIVA À PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA NA 6ª SÉRIE	66
FIGURA 5: ÁRVORE DE SIMILARIDADE, RELATIVA À PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA NA 7ª SÉRIE	70
FIGURA 6: ÁRVORE DE SIMILARIDADE RELATIVA À PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA NA 8ª SÉRIE	72
FIGURA 7: ÁRVORE DE SIMILARIDADE, RELATIVA NÃO TRABALHA À PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA	75
FIGURA 8: ÁRVORE DE SIMILARIDADE, RELATIVA AOS RECURSOS PEDAGÓGICOS UTILIZADOS POR PROFESSORES	77
FIGURA 9: ÁRVORE DE SIMILARIDADE, RELATIVA AOS RECURSOS PEDAGÓGICOS USADOS PELOS PROFESSORES	80
FIGURA 11: TRABALHA ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE NA 6ª SÉRIE	86
FIGURA 12: TRABALHA ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE NA 8ª SÉRIE	87
FIGURA 13 : TRABALHA ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE NA 8ª SÉRIE.....	89
FIGURA 14: RECURSOS PEDAGÓGICOS UTILIZADOS PELO PROFESSOR.....	90
FIGURA 15: RECURSOS PEDAGÓGICOS UTILIZADOS PELO PROFESSOR.....	92
FIGURA 16 : RECURSOS PEDAGÓGICOS UTILIZADOS PELO PROFESSOR	93
FIGURA 17: RECURSOS PEDAGÓGICOS UTILIZADOS PELO PROFESSOR.....	95
FIGURA 18: RECURSOS PEDAGÓGICOS UTILIZADOS PELO PROFESSOR.....	96
FIGURA 19: RECURSOS PEDAGÓGICOS UTILIZADOS PELO PROFESSOR.....	97

INTRODUÇÃO

As propostas do ensino da probabilidade e estatística à Escola Básica vêm sofrendo transformações sucessivas sem que, muitas vezes, sejam discutidas pelos professores responsáveis por sua colocação em prática.

Desde 1997, com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), as idéias da estatística, probabilidade e combinatória compõem um novo bloco de conteúdo nas propostas curriculares ao Ensino Fundamental, justificadas pela importante presença em nossa sociedade, contribuindo, para a formação de um cidadão crítico capaz de ler e atuar satisfatoriamente no mundo onde vive.

Para Lopes (1998), a estatística e a probabilidade exercem um papel fundamental na formação do cidadão, já que possibilitam lidar com a aleatoriedade e o acaso, permitindo uma análise de fatos da realidade. Pensamos ser essa percepção, essa apreensão do acaso e da variabilidade dos dados que permitem a tomada de decisões pessoais e profissionais ligadas ao desenvolvimento de fenômenos não determinísticos entrando no âmbito do raciocínio estocástico*.

O reconhecimento da necessidade de estudar esse conteúdo trouxe um aumento significativo de pesquisas, publicações, encontros, seminários e congressos que reúnem pesquisadores e educadores de vários países, preocupados com os fenômenos relativos ao ensino e aprendizagem da estatística, probabilidade e combinatória.

* Neste estudo, o termo estocástico está sendo utilizado para identificar um trabalho em uso integrado de conceitos estatísticos e probabilísticos.

No entanto, para que esses conteúdos sejam trabalhados desde o início do Ensino Fundamental, o professor precisa estar preparado. Pautada nesta idéia, nossa pesquisa tem como objetivo principal investigar os níveis de alfabetismo estocástico dos professores do Ensino Fundamental II.

Para tanto, consideramos importante investigar as questões:

- O professor utiliza métodos diferenciados suas aulas de Matemática para ensinar probabilidade e estatística?
- Que tipo de apreensão da aleatoriedade e da variabilidade podemos identificar nas estratégias desenvolvidas pelo professor, quando resolve um problema proposto em contexto estocástico?

Buscando responder a estas questões, desenvolvemos nossa pesquisa, que será mostrada nesta dissertação da seguinte forma:

No primeiro capítulo, fazemos uma breve apresentação de nosso quadro teórico e de como ele se integra no presente trabalho, seja para nos fundamentarmos na escolha dos instrumentos para coleta dos dados ou na constituição desses instrumentos para análise dos dados obtidos, transformando-os em informações que nos permitirão validar ou refutar nossas hipóteses de pesquisa.

No segundo capítulo, aparece o problema central: **qual o nível de alfabetização estatística que podemos identificar nos professores de Matemática do Ensino Fundamental pesquisados?** Na seqüência, ainda no segundo capítulo, apresentamos o Instrumento Diagnóstico que elaboramos,

explicitando seu público alvo e sua justificativa. Este capítulo tem, ainda, a responsabilidade de explicitar as análises a priori do referido instrumento.

O questionário construído compôs-se de três partes, sendo a primeira responsável por fornecer dados referentes ao perfil do docente, a segunda por gerar dados referentes à frequência que o docente utiliza recursos pedagógicos em suas aulas de Estocástica (termo utilizado para tratar a probabilidade inseparável da estatística) ou até, se o mesmo a ensina e a terceira verificar os níveis de alfabetização dos professores sobre aleatoriedade, estatística e probabilidade.

Os resultados dos questionários foram analisados no capítulo três de duas maneiras: quantitativa, por meio da estatística descritiva e qualitativamente, pelo estudo das relações estabelecidas pelo software C.H.I.C. (Classificação hierárquica implicativa e coesitiva), que tem por objetivo extrair regras de associação entre variáveis, relacionando sujeitos a variáveis e fornecer um índice de qualidade dessa associação.

O software forneceu-nos dados, relacionando os níveis de alfabetização, que foram categorizados segundo Garfield (2002) e o perfil do grupo de professores na respectiva categoria.

Desta forma, realizamos as discussões sobre os resultados obtidos nesta análise e apresentamos nossas conclusões finais, nas quais buscamos resgatar nosso problema de pesquisa e as respectivas hipóteses para relacioná-las aos estudos realizados ao longo dos diferentes capítulos, chegando, assim, às nossas reflexões e conclusões.

1. RACIOCÍNIO ESTATÍSTICO

Neste capítulo, apresentamos algumas reflexões a respeito da formação do raciocínio estatístico e do desenvolvimento de habilidades necessárias à alfabetização, conforme definido abaixo.

Iniciamos o presente estudo abordando definições, para depois, destacar as habilidades necessárias à estatística e só então, descrever os elementos constituintes de tal raciocínio.

1.1. Raciocínio Estatístico

Com o uso das novas tecnologias na educação, abriram-se várias possibilidades ao ensino e aprendizagem da estatística. Estas novas perspectivas estão intimamente relacionadas com as exigências que a sociedade determina a seus cidadãos. A estatística deverá permitir que o aprendiz interprete, aprenda a se posicionar em relação às perguntas críticas e refletidas a respeito do que é apresentado e, sobretudo, “qual a confiabilidade que as medidas utilizadas permitem inferir” ou qual “a representatividade da amostra” (Gal e Garfield, 1997, p. 4).

Para os autores citados, o raciocínio estatístico pode ser definido como a forma de pensar que permite investigar padrões de regularidade e o cálculo dos riscos associados a tomada de decisões. Pode ser também definido como o raciocínio das pessoas em relação às idéias estatísticas, envolvendo um conjunto de dados, representações gráficas e tabulares, combinando idéias de

probabilidades, levando a inferência e às interpretações dos resultados. Isso envolve a compreensão conceitual de importantes idéias estatísticas, tais como: distribuição, posição, dispersão, incerteza, aleatoriedade, amostragem, etc.

As pesquisas envolvendo o raciocínio estatístico indicam que as idéias estatísticas são, freqüentemente, mal compreendidas e mal utilizadas por professores e, conseqüentemente, por profissionais de diversas áreas. Estes estudos indicam que o raciocínio inapropriado sobre estas idéias è comum e persistente, parecido em todas as faixas etárias (mesmo entre alguns pesquisadores experientes), sendo muito difícil de mudar.

Os objetivos que visam ao aprendizado segundo Gal e Garfield (1997), para construção do raciocínio estatístico são em número de seis. O primeiro está relacionado à **compreensão da lógica das investigações estatísticas**, ou seja, como estão sendo conduzidas e desenvolvidas as variações e a necessidade de descrever as populações quando se coletam os dados e, posteriormente, como se organizam. Conforme o aprendiz vai se familiarizando com essas investigações, poderá compreender a necessidade ou possibilidade de uma amostra em vez da população, conseguindo, posteriormente, desenvolver inferências da amostra para a população.

Para que uma inferência sobre a população seja válida, é necessária uma boa amostragem, livre de erros, tais como: falta de determinação correta da população, falta de aleatoriedade e erro no dimensionamento da amostra.

Por exemplo, se o objetivo for estudar o desempenho escolar de um colégio, é indicado estudar as notas dos alunos ao final do ano letivo. A partir daí, poderemos facilmente obter a porcentagem de aprovações e reprovações. Agora, se o interesse for aprofundar o estudo, saber se, por exemplo, o sucesso

no estudo está relacionado com gênero (masculino ou feminino), deveremos recolher não somente a informação relativa à nota do aluno que aprovou ou não, mas também para cada um, o gênero.

TABELA 1: NOTA DOS ALUNOS APROVADOS POR GÊNERO

	Masculino	Feminino
Reprovados	72%	87%
Aprovados	28%	13%
Total	100%	100%

O segundo objetivo, refere-se à **compreensão dos processos em uma investigação estatística**. O aprendiz deve desenvolver uma idéia clara da natureza e dos processos envolvidos em uma investigação. Por exemplo, a formulação do problema e da pergunta do estudo; o planejamento, a organização, a exploração, a análise dos dados e, por fim, a interpretação e discussão dos mesmos em função das perguntas iniciais.

O terceiro objetivo é o **domínio dos procedimentos estatísticos**, sobretudo a organização de dados e o cálculo de certas medidas, como é o caso de tendência central e dispersão

O quarto objetivo refere-se às **ligações que se pode efetuar com a Matemática e com as idéias matemáticas presentes nos procedimentos estatísticos**, por exemplo, explicar por que o valor da média pode ser afetado pela presença de valores extremos de um conjunto de dados. Como medida de localização, a mediana é mais robusta do que a média, pois não é tão sensível aos dados.

Ao contrário da mediana, a média é uma medida bastante influenciada por valores "muito grandes" ou "muito pequenos que podem provocar má utilização da média em muitas situações em que teria mais significado usar a mediana.

O quinto objetivo está relacionado com à **noção de probabilidade e incertezas**. Para esses autores, é fundamental desenvolver atividades que possibilitem o trabalho dessas noções, visando ao processo de construção de idéias claras sobre os fenômenos aleatórios que ocorrem no dia-a-dia.

O sexto objetivo relaciona-se à **importância do desenvolvimento da capacidade de comunicar-se estatisticamente**. Esta necessidade de escrever e falar é essencial na compreensão dos conteúdos estatísticos presentes nos mais variados contextos. Para isso, devemos incentivar o emprego de terminologias estatísticas de uma forma crítica, com base na construção de argumentos plausíveis e na análise exploratória dos dados que decorrem dessa argumentação.

Para Garfield (2002), existem pesquisas recentes sobre o desenvolvimento de modelos para o raciocínio estatístico que podem ajudar os professores a melhorar e compreender os processos do raciocínio estatístico e guiá-los para ampliação de métodos instrucionais e de avaliação.

Em razão do grande fluxo de informações provenientes dos meios de comunicação, é de suma importância que os alunos da educação fundamental saibam analisar e interpretar dados para que tornem algumas decisões em sua vida cotidiana.

No entanto, para isso é preciso apresentar-lhes em sala de aula recursos que os auxiliem no desenvolvimento de suas habilidades de análise e interpretação dos mais diferentes dados do cotidiano. Ao ter em vista a necessidade de tornar o ensino da estocástica interdisciplinar, devemos também desenvolver atividades que forneçam aos professores subsídios teóricos e

metodológicos sobre como trabalhar com o tópico Tratamento da Informação, como proposto nos Parâmetros Curriculares Nacionais.

1.2. Analfabetismo Funcional

O conceito de analfabetismo vem sofrendo revisões significativas ao longo das últimas décadas: o termo designa a condição daqueles que não sabem ler e escrever. Até 1958, a UNESCO segundo o INAF definia como alfabetizada a pessoa capaz de ler e escrever um bilhete simples. Vinte anos após, adotou-se o conceito “alfabetismo funcional”, considerado alfabetizado funcional toda pessoa capaz de utilizar a leitura e a escrita para fazer frente às demandas de seu contexto social e usar suas habilidades para continuar, desenvolvendo-se ao longo da vida.

Os estigmas associados ao analfabeto também se estendem ao analfabeto funcional, ou seja, todos aqueles que, embora saibam ler e escrever frases simples, não conseguem utilizar essas habilidades, como ferramentas para lidar com as demandas do dia-a-dia, crescer profissionalmente, ter acesso à informação, transmitir seus conhecimentos e seguir aprendendo ao longo da vida.

Paulo Freire sintetizou estas idéias da seguinte forma:

A concepção, na melhor das hipóteses, ingênua do analfabetismo o encara ora como uma ‘erva daninha’ - daí a expressão corrente: ‘erradicação do analfabetismo’ -, ora como uma ‘enfermidade’ que passa de um a outro, quase por contágio, ora como uma ‘chaga’ deprimente a ser “curada” e cujos índices, estampados nas estatísticas de organismos internacionais, dizem mal dos níveis de ‘civilização’ de certas sociedades. Mais ainda, o analfabetismo aparece também, nesta visão ingênua ou astuta, como a manifestação da ‘incapacidade’ do povo, de sua pouca inteligência, de sua ‘proverbial preguiça’. (Freire, 2001, p.15)

Uma das principais causas defendidas pela Unesco sempre foi o combate ao analfabetismo e acreditamos que os programas de alfabetização realizados são insuficientes para assegurar o aprendizado e as quatro primeiras séries de escolaridade são essenciais. De acordo com seus critérios, quem tem até quatro anos de estudo é considerado analfabeto funcional. O INAF (Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional), criado no Brasil para medir diretamente as habilidades da população por meio de testes, organizadas e desenvolvidas por duas organizações não governamentais: a Ação Educativa e o Instituto Paulo Monteiro. Criado, em 2001, o objetivo desse indicador é gerar informações que ajudem a dimensionar e compreender o fenômeno, provocar o debate público sobre ele e orientar a formulação de políticas educacionais e propostas pedagógicas. Entretanto, não se sabe se esse critério leva em conta as demandas da leitura e da escrita na sociedade.

Para fazer uso com autonomia da língua escrita, o alfabetizado necessita mais que um conhecimento rudimentar do código escrito: precisa experimentar um conjunto relativamente amplo de práticas de leitura e escrita que correspondam aos usos mais comuns na sociedade.

O INAF, também, pesquisa habilidades matemáticas em situações cotidianas da população jovem e adulta brasileira (INAF-2002 e INAF-2004). Seus resultados mostram que a maioria das pessoas, ao se deparar com gráficos ou tabelas, simplesmente, desconsidera essa informação.

Os resultados do INAF-2004 são ilustrados abaixo:

TABELA 2: EVOLUÇÃO DOS NÍVEIS DE ALFABETISMO

	2002	2004
Analfabeto	3%	3%
Alfabetizado Nível Rudimentar	32%	29%
Alfabetizado Nível Básico	44%	46%
Alfabetizado Nível Pleno	21%	23%

Fonte: Instituto Paulo Montenegro http://www.ipm.org.br/an_ind.php?#a

Ao observar as diferenças, entre 2002 e 2004, percebemos o aumento nos níveis mais avançados de alfabetização. Ainda assim, segundo os relatórios do INAF, as habilidades básicas de leitura, escrita e matemática estão profundamente mal distribuídas entre a população e isso se deve à desigualdade ou à exclusão social.

Dessa forma, pretende-se que a situação da população seja avaliada quanto aos resultados da educação escolar: a capacidade de acessar e processar informações escritas como ferramenta para enfrentar as demandas cotidianas.

Entre as habilidades estudadas pelo INAF, encontram-se as estatísticas, ou seja, busca-se, também, avaliar o nível de alfabetismo estatístico nos indivíduos. Os resultados do INAF denunciam a pequena intimidade dos jovens e adultos brasileiros com a leitura de gráficos e tabelas. Apesar de vivermos em uma sociedade, onde muitas informações são veiculadas por meio de tabelas e gráficos diversos e tantas avaliações e decisões são pautadas nas tendências que estas representações gráficas sugerem, menos da metade dos entrevistados

declara prestar atenção aos gráficos que acompanham matérias de jornal ou revistas.

Embora o teste proponha a leitura de gráficos e tabelas comumente veiculados pela mídia, só entre a população com nível superior chega a atingir índices de acerto superiores a 70%. Isso sugere o quanto a Escola Básica precisa dedicar-se ao trabalho com essas representações, como estratégia de democratização do acesso à informação e a recursos e procedimentos para organizá-la e analisá-la.

1.3. Alfabetização Estatística

A construção do raciocínio estatístico realça a necessidade e a produção dos dados, como também o estudo da variação por eles apresentada. No entanto, a capacidade de leitura e interpretação dos dados, organizados em tabelas e gráficos, desenvolve habilidades condizentes com um nível de alfabetização estatística. Nossa compreensão sobre esta se baseia-se nas idéias de Gal (2002), Wallman, (1993, apud Gal, 2002), e Shamos (1995 apud Gal 2002).

Gal (2002) acredita que o raciocínio estatístico subentende um conhecimento mínimo de conceitos e procedimentos estatísticos básicos, assegurando que a alfabetização consiste na habilidade de compreensão e avaliação crítica dos resultados estatísticos vivenciados em nosso cotidiano, aliados à habilidade de apreciar suas contribuições nas tomadas de decisões profissionais e pessoais.

A alfabetização utiliza uma estrutura composta de três níveis, segundo Shamos (1995 apud Gal 2002):

- O primeiro, considerado básico, é o **nível cultural**, refere-se às pessoas que compreendem termos básicos usados habitualmente nos meios de comunicação, diante de assuntos relacionados à ciência.
- O segundo, **nível funcional**, refere-se às pessoas que têm capacidade para conversar, ler e escrever informações, utilizando termos científicos coerentes.
- O terceiro e último, **nível científico**, é relativo aos conhecimentos científicos de esquemas conceituais primordiais ou de teorias que fundamentem a ciência aliada à compreensão dos processos científicos e investigativos, mobilizados na resolução de situações-problema. Nesta fase, o indivíduo age com autonomia e segurança na escolha de métodos e representações estatísticas, como também na capacidade de analisar dados considerando-se a variabilidade existente.

Em relação ao raciocínio e à alfabetização estatística, se além de ler, interpretar informações contidas nos dados representados em tabelas e/ou gráficos, ou mesmo, organizá-los nessas representações, identificar e considerar a variação na análise dos mesmos, estamos no nível funcional. Se além das habilidades mencionadas, ainda fomos capazes de fazer inferências e previsões sobre as informações contidas nos diversos registros, analisando e considerando a variabilidade existente, estaremos no nível científico.

Para a alfabetização estatística no nível funcional ou científico, é necessário desenvolver habilidades específicas, como as propostas por Gal (2002) :

[...] 1) a habilidade de a pessoa interpretar, criticar e avaliar a informação estatística, com argumentos relacionados aos dados ou aos fenômenos estocásticos que podem ser encontrados em diversos contextos;

2) a habilidade de discutir e comunicar suas reações perante tal informação estatística;

3) a compreensão do significado da mesma, bem como opiniões sobre as implicações desta informação, ou dos interesses a respeito do acesso as conclusões obtidas. (Gal, 2002, p.4)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental também consideram importante desenvolver habilidades estatísticas, como:

[...] com relação à estatística, a finalidade é fazer com que o aluno venha a construir procedimentos para coletar, organizar comunicar dados, utilizando tabelas, gráficos e representações que aparecem freqüentemente em seu dia-a-dia. Além disto, calcular algumas medidas estatísticas como média mediana e moda com o objetivo de fornecer novos elementos para interpretar dados estatísticos. (PCN, 1998, p.52)

E ainda,

[...] quanto ao bloco Tratamento da Informação, se nos ciclos anteriores os alunos começaram a explorar idéias básicas de estatística aprendendo a coletar e organizar dados em tabelas e gráficos, a estabelecer relações entre acontecimentos, a fazer algumas previsões, a observar a freqüência de ocorrência de um acontecimento neste ciclo é importante fazer com que ampliem estas noções, aprendendo também a formular questões pertinentes para um conjunto de informações de modo convincente, a interpretar diagramas e fluxogramas. (PCN, 1998, p. 60-70)

As habilidades estatísticas citadas nos Parâmetros Curriculares Nacionais convergem muito para o proposto por Gal (2002), o que torna evidente o valor e a pertinência de tal estudo nas séries elementares, para que cada etapa em sua construção possa ser corretamente desenvolvida. Torna-se, assim, evidente a importância do papel do professor.

As habilidades destacadas acima mostram a importância de ler, interpretar, tratar, comunicar os dados de forma segura e crítica, tanto do aluno como do professor, ou seja, atendendo os níveis de letramento cultural ou funcional, de modo a permitir o acesso ao letramento científico.

Vale a pena destacarmos que pesquisas publicadas até o momento indicam que na Escola Básica não se chega sequer ao nível funcional, enquanto no Ensino Superior exige-se do aluno o nível científico, gerando um grande conflito cognitivo.

1.4. O Raciocínio Probabilístico

O raciocínio probabilístico apresenta peculiaridades para seu desenvolvimento. Por exemplo, a necessidade do sujeito mobilizar estruturas multiplicativas ao invés de estruturas aditivas. Entretanto, neste trabalho o estudo dessas especificidades não será o foco, embora o questionário contenha questões a respeito desse tema que deverá ficar como perspectiva de futuro trabalho.

Desse modo, a interpretação dos resultados obtidos nestas questões será feita com base em Coutinho (2003) e Gonçalves (2004).

Gonçalves (2004) mostra que as concepções probabilísticas dos professores de Matemática do Ensino Fundamental II e Ensino Médio que responderam a um questionário específico construído por este autor correspondem às categorias identificadas por Azcárate (1996 apud Gonçalves e Coutinho 2004) quando esta estudou as concepções de professores de séries iniciais. Isto significa que as concepções coincidem, tanto para professores generalistas como aos professores que estudaram em cursos de Licenciatura de

Matemática e lecionam para o Ensino Fundamental II e Ensino Médio. Estas categorias são:

- **Não probabilística da realidade**, que é caracterizada pela ausência de compreensão da chance de sucessos aleatórios. As respostas são baseadas em crenças, com modelos determinísticos de raciocínio e suas explicações são baseadas na ocorrência de sucessos simples e imediatos.
- **Probabilística Intuitiva**, que é caracterizada pela presença de alguma compreensão de chance e suas conexões com sucessos aleatórios, mas na compreensão parcial e próxima a modelos concretos, os julgamentos heurísticos são fundamentais.
- **Probabilística emergente**: caracterizada pela aceitação e compreensão das múltiplas representações de chance, isto é, uma compreensão de alguns modelos probabilísticos e certa capacidade de aplicação em alguns casos, os mais comuns. Esta concepção sugere a presença de alguma instrução probabilística e estatística, ainda que em um caráter inicial.
- **Probabilística normativa**: caracterizada por uma profunda compreensão de modelos probabilísticos e sua aplicação em várias situações. Apresentam habilidades para comparar e contrastar diferentes situações aleatórias, de acordo com os diferentes modelos. (Azcárate, 1996, apud Gonçalves e Coutinho, 2004, p.108).

2. PROBLEMÁTICA E PROCEDIMENTOS

Este capítulo trata da apresentação das questões da pesquisa que motivaram o estudo e os procedimentos metodológicos utilizados para que buscássemos responder a estas questões.

2.1. Questões de Pesquisa

O ensino e a aprendizagem de estatística e probabilidade vêm ganhando cada vez mais destaque em âmbito internacional e em todas as áreas do conhecimento. Em consequência, as pesquisas desenvolvidas por educadores e pesquisadores em Educação Matemática e Educação Estatística, onde citamos algumas na bibliografia, apontam para a necessidade de investir na alfabetização funcional de crianças, adolescentes e, até mesmo de adultos, incluindo meios para superar as dificuldades no aprendizado dos conceitos estocásticos.

Nossa pesquisa insere-se nesse conjunto e busca identificar como os docentes do Ensino Fundamental II percebem os conceitos estocásticos quando são confrontados com situações-problema que envolvem a análise exploratória de dados e sua variabilidade.

Partindo do pressuposto que os conteúdos são previamente selecionados pelo professor e abordados em sala de aula com ênfase diferenciada, esta pesquisa, também, busca responder às seguintes questões complementares:

- O professor utiliza métodos diferenciados no trabalho didático envolvendo a probabilidade e a estatística?

- Como o professor operacionaliza a percepção do acaso, do aleatório e da variabilidade na resolução problemas?

Muitas vezes, professores da Escola Básica sentem dificuldades na compreensão e ensino de um conceito, em razão do hábito de se explorar um único enfoque, um único ponto de vista e uma única representação. No entanto segundo Vergnaud (1991), um conceito não emerge de um só tipo de situação, assim como uma situação sempre envolve mais que um único conceito.

Neste sentido, os conceitos estocásticos devem ter seus significados atribuídos com base em uma variedade de situações e enfoques, explorando a mudança de representações e de pontos de vista para enriquecimento da análise dos dados em questão. Esta atribuição de significado tem como uma das conseqüências, a resolução de problemas estatísticos e probabilísticos em um nível de alfabetização funcional, ou mesmo, científico. Vale a pena destacar a riqueza de possibilidades graças à facilidade dos trabalhos interdisciplinares oferecida pelo uso dessas outras ciências e áreas profissionais.

Pautados nessas reflexões, poderíamos sintetizar nossas questões em uma única :

Qual o nível da alfabetização estatística que podemos identificar nos professores de Matemática do Ensino Fundamental II pesquisados?

Para isso, optamos por realizar uma pesquisa, cujos os dados foram coletados por meio de um questionário. O corpus assim constituído foi analisado pela classificação hierárquica implicativa e coesitiva.

Neste estudo, adotamos as fases propostas por Gal e Garfield (1997), particularmente procurando identificar o raciocínio estatístico e os níveis de alfabetização utilizados por Shamos (1995 apud Gal, 2002).

2.2. Os Professores – Sujeitos da Pesquisa

No intuito de responder as nossas questões, aplicamos um questionário para 23 professores de Matemática que atuam no Ensino Fundamental II, atualmente em exercício, em escolas públicas ou privadas de São Paulo e Guarulhos. A escolha dos professores e das escolas não obedeceu a uma amostragem probabilística, uma vez que a participação foi de forma voluntária.

Vale ressaltar que vários professores receberam o questionário, levaram para casa e não devolveram. Diante de tal realidade, resolvemos contatá-los para marcar um encontro, para que discutíssemos e resolvêssemos as situações-problema do questionário. Ainda assim, não tivemos retorno de vários professores. Acreditamos que tal fato esteja relacionado ao medo do professor de ser avaliado, já que o mesmo não se sente seguro quanto aos conhecimentos estocásticos (nossa hipótese).

Aos professores que, efetivamente, participaram, o questionário poderia ser discutido com seus colegas de área nas respectivas escolas e, uma semana após, seriam devolvidos ao pesquisador. Sugerimos também que as atividades viessem justificadas. As várias formas de procedimentos desenvolvidos por parte dos professores auxiliaram na análise dos níveis de mobilização dos conhecimentos estatísticos de base.

Desse modo, solicitamos aos professores, que procurassem resolver os problemas propostos da forma como acreditassem que os alunos do Ensino Fundamental II iriam resolver, identificando os conceitos estocásticos ou matemáticos presentes na resolução proposta, bem como indicar os conceitos já conhecidos pelos alunos e suas possíveis dificuldades.

2.3. Análise dos dados

Para analisar as informações obtidas por meio do questionário, foram realizadas análises qualitativas e quantitativas dos dados. Desta forma, pudemos inferir sobre os níveis de alfabetização dos professores.

O software C.H.I.C. (Classificação Hierárquica, Implicativa e Coesitiva) foi utilizado, o que possibilitou o estabelecimento de relações entre as variáveis identificadas nessas respostas. O software C.H.I.C é uma ferramenta informática que possibilita o uso do método estatístico da análise implicativa desenvolvida por Régis Grás e da análise de similaridade de Israel César Learman. Sua primeira versão foi desenvolvida por Saddo Ag Almouloud em sua tese de Doutorado e, hoje, encontra-se na sexta versão trabalhada por Raphael Conturier membro da equipe de Régis Grás.

Nesta pesquisa, as variáveis são binárias, pois assumem unicamente dois valores, zero ou um. Por exemplo, um sujeito ou é do gênero feminino (quando a variável “gênero feminino” assume o valor um), ou não é gênero feminino (quando variável “gênero feminino” assume o valor zero).

O software C.H.I.C. estabelece uma distinção entre as variáveis principais e suplementares (ou secundárias). Neste estudo, as variáveis principais são as relacionadas aos níveis de alfabetização dos professores pesquisados e as

variáveis suplementares são as descritivas que estabelecem o perfil dos respondentes.

Com a utilização do software C.H.I.C , foi feita uma análise hierárquica de similaridade, o que permitiu estudar e interpretar classes de variáveis.

O software C.H.I.C tem como função com base em um conjunto de informações, cruzar sujeitos e variáveis, regras de associação entre variáveis, fornecer um índice de qualidade de associação e representar uma estruturação das variáveis.

Inicialmente, codificamos todas as respostas dadas pelos professores no instrumento diagnóstico. Estabelecemos, assim, um conjunto de variáveis estatísticas que dizem respeito aos dados pessoais, como idade, gênero, anos de atuação na educação e outros de cada sujeito participante, considerando-os como variáveis suplementares. As variáveis suplementares são descritivas e não interferem nos cálculos das contribuições das categorias.

A associação entre as variáveis principais desta pesquisa devem indicar as habilidades, os níveis de alfabetização em relação à probabilidade e estatística.

A similaridade define-se com base no cruzamento do conjunto V das variáveis (nesta pesquisa, são as respostas dadas ao questionário) e um conjunto E de sujeitos (neste estudo, são 23 professores participantes). A análise de similaridade busca identificar sujeitos com comportamentos semelhantes em relação à variável principal.

Desta forma, se tivermos dois conjuntos de variáveis A e B, buscaremos determinar o grau de similaridade pelo estudo da cardinalidade de $A \cap B$. Este valor é comparado à com a cardinalidade de $X \cap Y$, onde X e Y são dois

conjuntos tomados aleatoriamente no mesmo universo de A e B, sendo $n(A) = n(X)$ e $n(B) = n(Y)$, ou seja, o software compara n e K para decidir as associações.

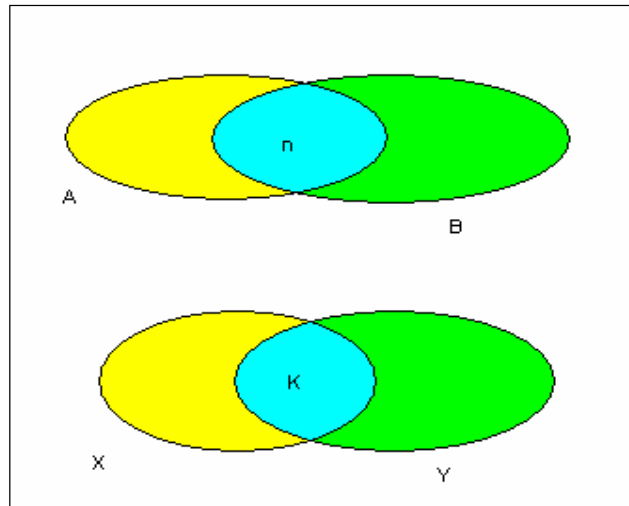


Figura 1: intersecção para análises do CHIC

Ao estabelecer as variáveis principais e suplementares, ambas devidamente codificadas, os dados estão organizados em uma planilha eletrônica, explicitando os códigos atribuídos anteriormente a cada variável, em cada resposta dada por professor. As variáveis são organizadas e analisadas, segundo agrupamentos e intersecções, que o software calcula para assim determinar as classes que serão representadas graficamente por uma árvore de similaridades.

Para utilização do software, houve necessidade de codificar as respostas dos docentes as questões de 1 a 5 (que visam à caracterização dos docentes) foram admitidas como variáveis suplementares sendo um total de 18 e as respostas das questões de 6 a 23 foram admitidas como variáveis principais, sendo um total de 58. Esta listagem encontra-se no Apêndice A.

A análise com o uso do software CHIC encontra-se no capítulo três desta dissertação.

Para o leitor que deseja ter uma noção mais detalhada dessas análises e outros termos utilizados pelo CHIC, como: nó significativo, variáveis suplementares, contribuição, coesão, sugerimos a leitura do anexo.

2.4. O Instrumento Diagnóstico

Em nossa pesquisa, o questionário utilizado foi organizado em três etapas: sendo a parte A, a primeira com cinco questões com o objetivo de coletar informações pessoais e profissionais de cada docente, para construir o perfil deles. A segunda, parte B, composta de quatorze itens, teve como objetivo informar, quais séries o professor trabalha estatística e probabilidade e identificar quais recursos pedagógicos e com que frequência o professor utiliza-os para ensinar esses conteúdos. A terceira, parte C, compôs-se de quatro situações, cujo objetivo era identificar o nível de alfabetização dos professores.

Na seqüência, apresentamos os objetivos visados para cada item que compõe este instrumento.

As questões de 1 a 5 do questionário, parte A, levantaram informações que objetivaram caracterizá-los quanto a:

- Gênero
- Faixa etária
- Tempo de magistério
- Onde leciona
- Formação inicial

Consideramos importante caracterizar o docente, segundo os fatores citados acima, pois serviram para nos ajudar a compreender as categorizações emergentes na análise. Para o conjunto da faixa etária, utilizamos as faixas estabelecidas por Sikes (2000 apud Bolívar, 2002, p. 59-63), que caracterizam o docente, segundo o ciclo de vida pela entrada na profissão:

1. **(21-28 anos)** caracteriza-se pelo sentimento de ingresso no mundo adulto, pela busca de uma identidade profissional. Para muitos, é um período de prova, em que se decide o grau de compromisso com a carreira docente. Após conquistar um posto de trabalho remunerado, que lhe dá o status de adulto, a pessoa sente também alguma incerteza quanto ao futuro profissional e enfrenta pressões no que toca à maneira de movimentar-se no mundo do ensino e gerir os problemas da classe.

2. O segundo período (**transição/ crise dos 30: 29-33 anos**) caracteriza-se pela assunção de um compromisso inicial com o ensino, ao lado de outros colegas que exercem com apatia a profissão. É também o momento em que se questiona a identidade profissional (professor de uma matéria específica ou educador?). Outra preocupação dessa fase é consolidar a aquisição de habilidades básicas no ensino, para melhor responder às exigências e necessidades dos alunos. A pessoa, também mostra-se inquieta quanto à sua própria identidade profissional em relação aos colegas.

3. O terceiro período (**estabilização e compromisso: 34-40 anos**) é aquele em que se “assenta a cabeça” e são estabelecidos mais firmemente os padrões da carreira, lado a lado com as obrigações familiares. Os autores caracterizam esse período como o momento em que “a energia, o envolvimento e a ambição alcançam, em termos de autoconfiança, seu ponto mais elevado!”. Os professores já se mostram mais seguros e competentes, começando a tomar decisões próprias a respeito do curso anterior à sua carreira. Por isso mesmo, estão em condições de firmar um compromisso maior com o centro de ensino (assumindo, por exemplo, cargos de direção) e empenhar-se mais na melhoria da instituição, seja em termos de inovação ou de aperfeiçoamento profissional. No caso das mulheres, a questão é compatibilizar ambas as funções (professora e mãe/esposa).

4. Sikes ao se referir à quarta fase (**41-55 anos**) que se caracteriza, em consonância com o ciclo de Levinson, por uma “crise na metade da carreira” que, usualmente começa ao final dos 30 e início dos 40. Nesta etapa, a pessoa já percebe se conseguiu estabilizar a carreira, a família e a identidade iniciada nos 25-30 anos. Passa a julgar criticamente qual tenha sido seu progresso profissional, em relação às expectativas de outrora. Por isso, é fácil incidir em certo marasmo profissional, que solapa a geratividade, como diria Erikson. A pessoa mostra-se reservada

diante das mudanças propostas de fora, que julga com base na profissionalidade adquirida, sem achar que seria possível modificar a realidade. A crise origina-se do autoquestionamento em relação àquilo que se fez e da necessidade de redesenhar o futuro.

Para o conjunto “tempo de docência”, utilizamos as faixas estabelecidas por Huberman (2000 apud Bolívar, 2002, p. 53 - 54) e associamos o tempo de docência distinguindo os períodos concretos que descrevemos, oscilando entre três fases:

1. Uma fase de início ou entrada no ensino, que pode ter começos fáceis ou difíceis e onde se exploram os contornos da nova profissão, as escolhas provisórias e alguns papéis.
2. Uma segunda fase, na qual, geralmente, se pode atingir a estabilização ou passar a questionar. Apresenta um interesse especial ou especialização capaz de gerar satisfação (material ou espiritual) no trabalho.
3. A última etapa, de resolução, pode ser negativa (desencanto) ou positiva e ensejar renovação ou conservadorismo.

As três primeiras fases são comuns à maioria dos professores, mas, as quatro seguintes apresentam maiores variações ou menor uniformidade.

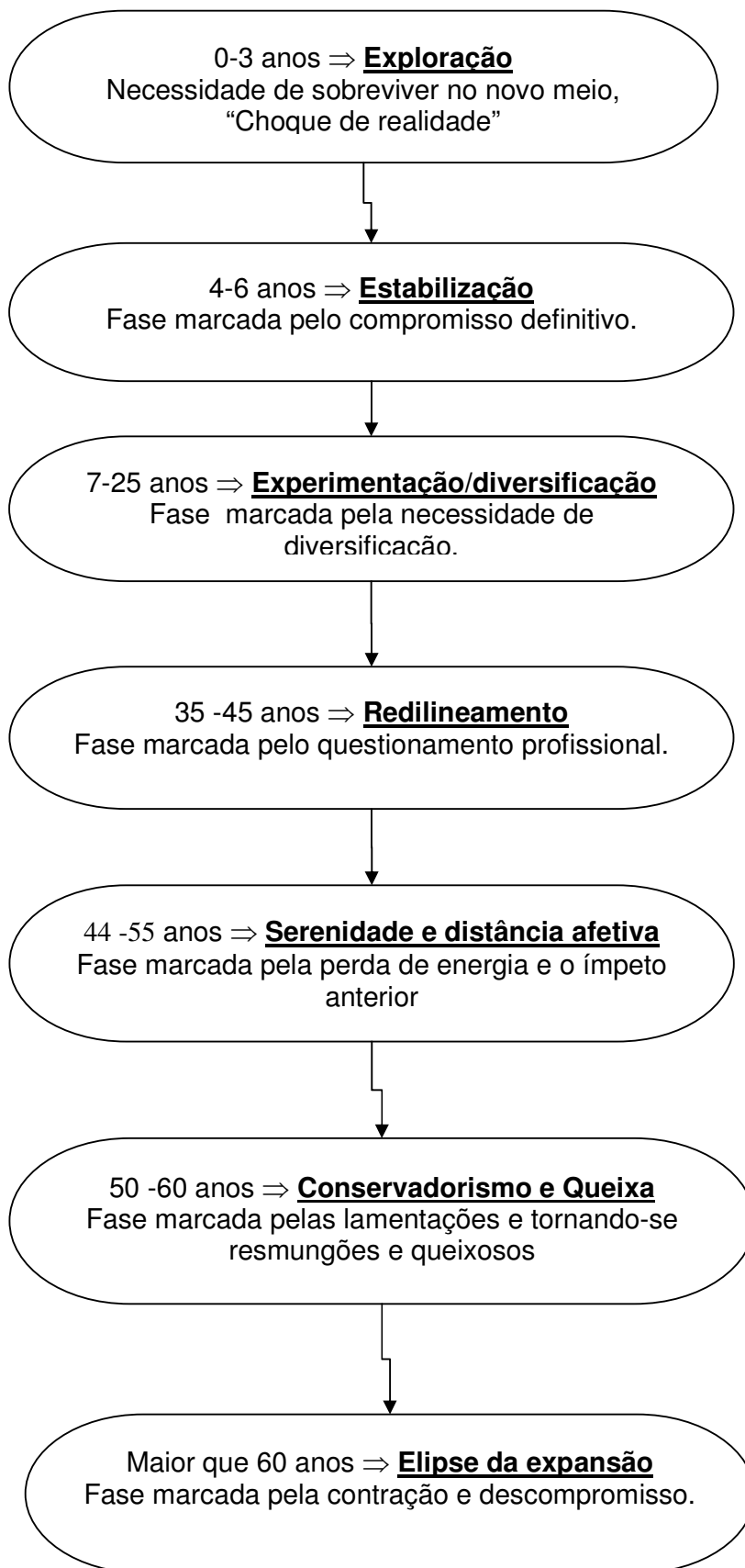


Figura 2: Fase dos docentes em tempo trabalhados

2.4.1. Parte A do instrumento:

1) Gênero:

a) () Masculino

b) () Feminino

2) Faixa etária (em anos completos):

a) () 21 a 28

b) () 29 a 33

c) () 34 a 40

d) () 41 a 55

e) () mais que 55

3) Tempo de magistério (em anos completos):

a) () 1 a 3

b) () 4 a 6

c) () 7 a 18

d) () 19 a 30

e) () mais de 30

4) No momento, leciono:

a) () Rede Pública

b) () Rede Particular

5) Formação inicial:

a) () Licenciatura em Matemática.

b) () Bacharel em Matemática.

c) () Outra formação.

O objetivo destas questões foi permitir o levantamento de informações pessoais de cada docente, bem como fornecer dados sobre sua formação

acadêmica e profissional. Assim, as implicações encontradas pelo software C.H.I.C. possibilitaram a caracterização do grupo de professores que respondem este questionário, contribuindo para melhor interpretação das relações estabelecidas. O tipo de análise feita pelo software será melhor explicado na seqüência deste texto.

As questões de 6 a 19 deste questionário, parte B, levantam informações que relacionam a abordagem da Estatística ou probabilidade com o uso de material pedagógico nas aulas.

2.4.2. Parte B do instrumento:

6) Série onde trabalha Estatística:

- a) () Quinta série.
- b) () Sexta série.
- c) () Sétima série.
- d) () Oitava série

7) Caso não aborde este conteúdo no E.F., justifique:

- a) () os livros didáticos não abordam esse conteúdo
- b) () Não domino esse assunto
- c) () esse conteúdo é complexo para o Ensino fundamental
- d) () os alunos não entendem
- e) () outro(s). Qual (is)?

8) Séries onde trabalha probabilidade:

- a) () Quinta série.
- b) () Sexta série.
- c) () Sétima série.
- d) () Oitava série

9) Caso não aborde este conteúdo no EF, justifique.

- a) () os livros didáticos não abordam esse conteúdo
- b) () Não domino esse assunto
- c) () esse conteúdo é complexo para o Ensino Fundamental
- d) () os alunos não entendem
- e) () outro(s). Qual (is)?

Nos itens abaixo, indique com que frequência você utiliza, em suas aulas de probabilidade e estatística, os recursos pedagógicos citados:

	Algumas vezes por ano	algumas vezes por semana	algumas vezes por mês	nunca
10. atividades do livro didático	(A)	(B)	(C)	(D)
11. Jogos e quebra cabeça	(A)	(B)	(C)	(D)
12. Coleta e análise de dados e informações	(A)	(B)	(C)	(D)
13. Laboratório de informática	(A)	(B)	(C)	(D)
14. Jornais e revistas	(A)	(B)	(C)	(D)
15. Calculadoras	(A)	(B)	(C)	(D)

Nos itens abaixo, indique com que frequência suas aulas de probabilidade e estatística têm possibilitado a seus alunos.

	Algumas vezes Por ano	algumas vezes por semana	algumas vezes por mês	nunca
16. Interpretar resultados numéricos para dar uma resposta adequada ao problema.	(A)	(B)	(C)	(D)
17. Lidar com problemas que possibilitem mais de uma resposta.	(A)	(B)	(C)	(D)
18. Falar sobre as soluções encontradas, discutindo os processos utilizados.	(A)	(B)	(C)	(D)
19. Conversar sobre os resultados de pesquisas ou sobre dados coletados.	(A)	(B)	(C)	(D)

O objetivo dos itens que integram esta segunda parte do questionário, foi considerar as variáveis principais para o banco de dados a ser tratado pelo software CHIC.

Esperamos assim estabelecer o perfil pedagógico do docente quanto ao trabalho com os dados conhecidos relativos à probabilidade e à estatística.

As questões 20 a 23 do questionário, Parte C, têm como objetivo identificar os níveis de alfabetismo estocástico que os professores pesquisados possuem.

2.4.3. Parte C do instrumento:

20. Consideremos os dois potes não transparentes, com balas envelopadas exatamente da mesma maneira e, portanto, indistinguíveis ao tato tenham:

Pote1



Pote 2



Pote 1: 8 balas de baunilha e 23 balas de morango:

Pote 2: 744 balas de baunilha e 2.200 balas de morango:

- Se quisermos uma bala de baunilha, em qual dos dois potes você acredita que teremos mais chance de obter sucesso, escolhendo uma bala ao acaso?
- O que você entende por chance neste problema?
- Como você acredita que um aluno do Ensino Fundamental II resolveria este problema?

21. Imaginemos que queiramos sortear um aluno na sala de aula. Qual a chance de seu aniversário em 2006 cair no domingo? Justifique.

22. Na escola, a secretaria informa que, dos 5.000 alunos matriculados, 740 comemoram seu aniversário no ano de 2006, em um domingo. Voltando ao problema anterior, que resposta você daria? Manteria sua opinião ou mudaria? Justifique.

23. Um professor de Matemática do Ensino Fundamental em uma outra escola apresenta, na tabela abaixo, a quantidade de alunos aniversariantes por dia de semana:

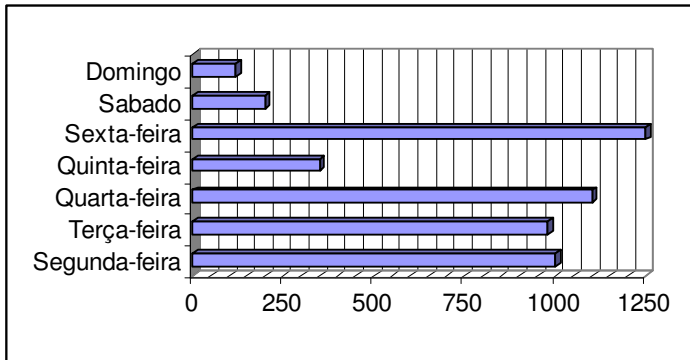
TABELA 3: DIAS DA SEMANA DOS ALUNOS ANIVERSARIANTES

Dias da semana	Alunos aniversariantes
Segunda-feira	1.000
Terça-feira	980
Quarta-feira	1.100
Quinta-feira	350
Sexta-feira	1.250
Sábado	200
Domingo	120
Total	5.000

a) O que se pode dizer sobre a variação do número de aniversários por dia da semana no período observado?

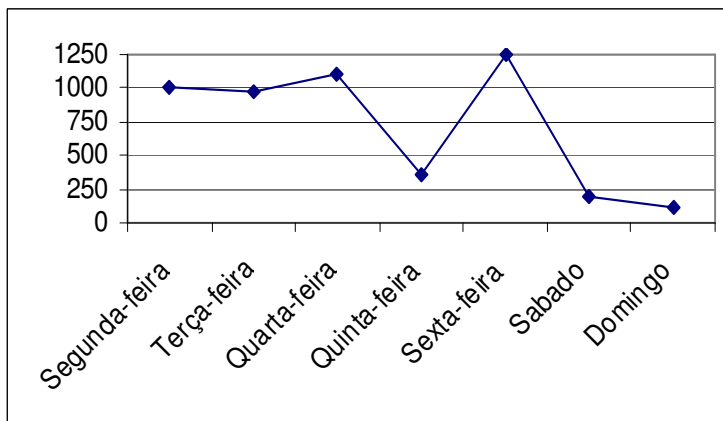
b) Comente os gráficos abaixo, dizendo qual é o que melhor explica e melhor representa a distribuição dos aniversários ao longo da semana.

Gráfico 1: Gráfico de barras



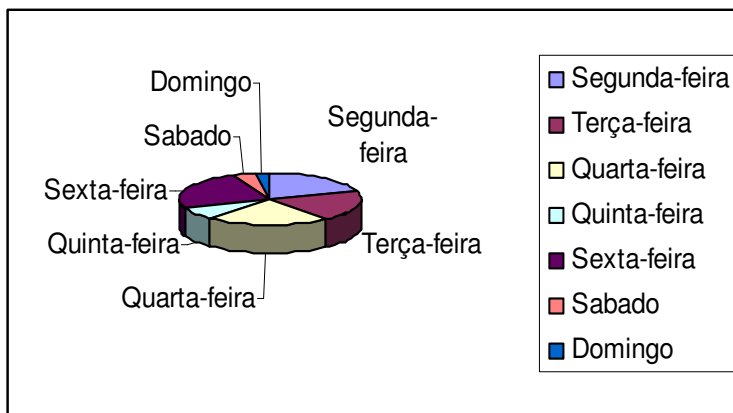
Fonte: Arquivo do pesquisador

Gráfico 2: Gráfico de linha



Fonte: Arquivo do pesquisador

Gráfico 3: Gráfico de setores



Fonte: Arquivo do pesquisador

2.5. Os primeiros resultados

Os itens de nosso questionário que determinam o perfil dos professores apresentados abaixo, forneceram os seguintes dados:

Dos vinte e três professores que responderam ao questionário, treze eram do gênero masculino e dez do feminino; suas idades variaram com a seguinte distribuição:

TABELA 4: DISTRIBUIÇÃO DAS IDADES DOS 23 PROFESSORES RESPONDENTES.

Idade	nº. de professores
21 a 28 anos	7
29 a 33 anos	9
34 a 40 anos	7
Total	23

Segundo Sikes (2000 apud Bolívar, p. 59-63), estas três faixas possuem características já citadas neste texto que podem, de alguma forma, influir no tipo de apreensão do acaso e da variabilidade no trabalho com conceitos estocásticos (nossa hipótese), devendo, portanto, implicar no nível de alfabetização estocástica desses professores.

Da mesma forma, verificamos que nossa população está entre 1 e 30 anos de trabalho no magistério, conforme mostramos sua distribuição:

TABELA 5: DISTRIBUIÇÃO DO TEMPO DE MAGISTÉRIO DOS 23 PROFESSORES RESPONDENTES

Tempo de magistério	nº. de professores
1 a 3 anos	4
4 a 6 anos	7
7 a 18 anos	9
19 a 30 anos	3
Total	23

Segundo Huberman (2000 apud Bolívar 2002, p.53-54), estas quatro faixas possuem características que podem de alguma forma influenciar em algum tipo de apreensão do acaso e da variabilidade no trabalho com conceitos estocásticos (nossa hipótese), devendo, portanto, implicar no nível de alfabetização estocástica desses professores.

Observamos que os professores participantes deste estudo lecionam em escolas estaduais ou particulares, como mostra a distribuição:

TABELA 6: DISTRIBUIÇÃO EM RELAÇÃO AO TRABALHO DOS 23 PROFESSORES

Onde leciono	nº. de professores
Rede Estadual	8
Rede Particular	15
Rede particular/ Estadual	2
Total	23

Quanto a formação dos professores participantes deste estudo temos a seguinte distribuição:

TABELA 7: DISTRIBUIÇÃO DA FORMAÇÃO DOS 23 PROFESSORES RESPONDENTES

Formação	nº. de professores
Licenciatura	13
Bacharelado	5
Outras	5
Total	23

Na seqüência, apresentamos a resolução esperada às atividades da parte C. Ao nos referirmos à resolução esperada, levamos em conta os conhecimentos dos professores.

2.5.1. O perfil dos docentes quanto ao domínio dos conteúdos

Verificamos que cerca de 65,21% dos professores que responderam ao questionário, não trabalham com probabilidade no Ensino Fundamental. Os motivos mais apontados foram: os livros didáticos não abordam esse conteúdo (30,43% professores), o conteúdo é muito complexo para alunos do Ensino Fundamental (34,47%) ou não possuem domínio desse conteúdo (21,23%).

Quanto ao ensino de estatística, cerca de 26,08% dos professores pesquisados, afirmam trabalhar esse tema com maior freqüência na 8ª série (30,43%). Os motivos mais apontados foram: os livros didáticos não abordam esse conteúdo (34,78% dos professores); o conteúdo é complexo aos alunos do Ensino Fundamental (30,43%) e não possuem domínio desse conteúdo (21,73%).

2.5.2. As questões 20, 21 e 22

Na seqüência, destacamos a resolução que esperávamos que os professores apresentassem para essas atividades. Mostramos, também, os protocolos construídos com as respostas efetivamente encontradas.

De acordo com o enunciado da questão 20, temos:

Consideremos os dois potes não transparentes, com balas envelopadas exatamente da mesma maneira e, portanto, indistinguíveis ao tato:

Pote 1



Pote 2



Pote 1: 8 balas de baunilha e 23 balas de morango:

Pote 2: 744 balas de baunilha e 2.200 balas de morango:

a) Se quisermos uma bala de baunilha, em qual dos dois potes você acredita que teremos mais chance de obter sucesso, escolhendo uma bala ao acaso?

Primeiramente, o professor poderia montar as razões entre o número de balas de cada sabor em cada pote, para efetuar as devidas comparações:

$$\text{Pote 1 : } \frac{8}{31} = 0,2580645$$

$$\text{Pote 2: } \frac{744}{2 \cdot 944} = 0,2527173$$

Logo, para ter maior chance de obter uma bala de baunilha em um sorteio aleatório o mais adequado seria escolher o pote 1, pois $\frac{8}{31} > \frac{744}{2944}$.

6- Pote 1 - $\frac{8}{31} = 0,258$ e Pote 2 - $\frac{744}{2 \cdot 944} = 0,2527$

Fazendo este cálculo, observa-se que temos mais chance no pote 1, porém bem próximo, este cálculo foi realizado com calculadora do celular.

7- No pote 1 se respeitarmos as devidas proporções verificaremos que as chances no pote 1 serão um pouco maiores, pois ao efetuarmos as divisões veremos que a diferença será mínima entre os potes.

8- A chance é a mesma nos dois potes.

9- Pote 2

10- O segundo pote possui mais balas.

11- No pote 2, pois o numero de balas de baunilha é maior.

12- Pote 2

13- Pote 2, contém bastante bala de baunilha.

14- Pote 1

15- Pote 2 porque tem mais balas.

16- Pote 2, porque tem mais bala de baunilha.

17- A chance é a mesma aos dois potes, pois a porcentagem de um para o outro é a mesma.

18- Pote 2

19- O segundo pote possui mais balas.

20- Pote 1

21- Pote 1, no pote contem menos balas.

22- Pote 2, contém bastante bala de baunilha.

23- Pote 1

Respostas do instrumento de pesquisa da questão 20 b

O que você entende por chance neste problema?

1- É a probabilidade de acertar.

2- É o número de possibilidades de ocorrer a bala de baunilha.

3- Chance é o mesmo que possibilidade.

- 4- É a probabilidade de se obter um resultado favorável dentre as possibilidades possíveis.
- 5- Entendo que é uma possibilidade de pegar ao acaso.
- 6- Sem resposta.
- 7- Seria a probabilidade de sair o que se deseja.
- 8- Que as chances não estão na quantidade propriamente dita e sim na proporção entre elas.
- 9- Probabilidade.
- 10- O número de chances que acontece algo.
- 11- É a chance de maior evento ocorrer.
- 12- O número de balas de baunilha.
- 13- É a probabilidade de pegar a bala certa.
- 14- A chance de o experimento acontecer.
- 15- A chance de o evento ocorrer.
- 16- É a sorte de escolher algo.
- 17- Probabilidade.
- 18- É a probabilidade de se obter um resultado
- 19- Probabilidade.
- 20- Sorte
- 21- É a probabilidade
- 22- É o número de possibilidades de ocorrer a bala de baunilha.
- 23- Possibilidade.

Respostas do instrumento de pesquisa da questão 20 c

Como você acredita que um aluno do Ensino Fundamental II resolveria esse problema?

- 1- Pegaria o pote que tinha mais balas de baunilha.
- 2- Estudando sobre.
- 3- Acredito que talvez por razão e proporção
- 4- Ele pegaria a diferença entre as balas de morango e baunilha, (nos potes 1 e 2). No caso, a maior diferença no pote 2, ele daria a resposta.

- 5-Sim, sem duvida, pois além da calculadora ele tem o celular que também faz cálculos.
- 6-Sem resposta.
- 7-Provavelmente usariam a divisão para perceber quanto de um pote e quanto do outro.
- 8-Difícilmente conseguiriam. E com certeza responderia o pote 2, pelo valor numérico.
- 9-Iriam pela quantidade maior de bala.
- 10- Estudando probabilidade.
- 11- Realizando uma pesquisa e analisando os dados.
- 12- No chute
- 13- Pelo número de balas do pote.
- 14- Fazendo uma pesquisa sobre probabilidade.
- 15- Sem resposta.
- 16- Ele escolheria a que tem mais bala de baunilha porque teria mais chance.
- 17- Pela quantidade de bala.
- 18- Pela quantidade maior de bala.
- 19- Sem resposta
- 20- Pelo pote que tinha mais balas de baunilha.
- 21- Com certeza, responderia o pote 2.
- 22- Pela quantidade de bala.
- 23- Difícilmente conseguiriam

Com as respostas relativas ao protocolo já apresentado, apresentamos a quantidade de respostas por nível de categorização, que nos permitiram uma melhor organização, bem como a formação de grupos afins, representados pelas respostas comuns. Esta numeração possibilita o agrupamento das possíveis respostas comuns dos professores em categorias, que nos auxiliaram na análise qualitativa dos dados obtidos.

TABELA 8: RESPOSTAS DADAS PELOS PROFESSORES A PERGUNTA NUMERO 20 A DOS INSTRUMENTO.

categorias	número de professores
Associação pelo raciocínio aditivo	12
Pote 1 ou 2 sem justificar	7
Pote 1, conforme solução página 46	4
Total	23

TABELA 9: RESPOSTAS DADAS PELOS PROFESSORES A PERGUNTA NUMERO 20 B DOS INSTRUMENTO.

categorias	número de professores
O mesmo que probabilidade	8
O mesmo que possibilidades	5
O mesmo que sorte	10
Total	23

TABELA 10: RESPOSTAS DADAS PELOS PROFESSORES A PERGUNTA NUMERO 20 C DOS INSTRUMENTO.

categorias	número de professores
Pela quantidade de balas contida no pote	10
Pela proporcionalidade e/ou pela probabilidade	11
Outras	8
Total	23

Observamos que nenhum professor indicou que seus alunos fariam a resolução correta da questão 20a ou que teriam raciocínio aditivo, conforme apresentamos na página 47. No entanto, percebemos que os próprios professores apresentaram resoluções pelo raciocínio aditivo ou indicaram que seus alunos escolheriam o pote pelo número de balas que, também, é um raciocínio aditivo

De acordo com o enunciado da questão 21 temos:

Imaginemos que queremos sortear um aluno na sala de aula. Qual a chance de seu aniversário em 2006 cair no domingo? Justifique.

O professor poderia montar as razões entre o que considera “número de sucessos” e em cada situação para o tamanho da população considerada (número total de casos), efetuando as devidas comparações, sendo a escolha da população de referência (número de sucessos) o que diferencia cada uma dessas situações: número de domingos no ano ou número de domingos na semana ou outra população de referência escolhida pelo professor ou pelos alunos.

1ª Estratégia de resolução: Verificar quantos domingos existem no ano de 2006, montar a razão entre estes e o número total de dias do ano; reduzindo-a ou não à representação decimal para efeitos de comparação com outras razões a serem determinadas.

$$\frac{53}{365} = 0,1452054$$

O numerador 53, número este contado no calendário, representa os domingos e o denominador 365, os dias do ano de 2006.

2ª Estratégia de resolução: Domingos na semana montando a razão entre estes e o número de dias da semana.

$$\frac{1}{7} = 0,1428571$$

O numerador 1 representa o número de domingos em uma semana e o denominador 7, o número de dias da semana.

3ª Estratégia de resolução: contar o número de alunos em sala e entre eles, quantos comemoram o aniversário no domingo.

Logo, para obter um resultado o professor poderá utilizar as soluções acima, visto que os três processos indicam o modelo probabilístico escolhido para representar a situação estudada. Estamos trabalhando implicitamente com o modelo de “urna de Bernoulli”:

Experiência de Bernoulli: uma experiência aleatória que resume os resultados possíveis em duas categorias de eventos, “sucesso” ou “fracasso”. Assim, para cada repetição de uma experiência de Bernoulli deve-se ter as mesmas condições iniciais para que possamos modelá-la por uma urna de Bernoulli (sorteios com reposição). (Coutinho,2001,p 78)

Na tabulação da questão 21 de nosso questionário obtivemos as seguintes soluções, reproduzidas abaixo nos protocolos construídos com base nas respostas dos professores:

Respostas do instrumento de pesquisa da questão 21

Questão 21: Imaginemos que queiramos sortear um aluno na sala de aula. Qual a chance de seu aniversário em 2006 cair no domingo? Justifique.

- 1- 48 chances em 365 dias que equivalem a um ano.
- 2- 1 em 52
- 3- Pouca chance
- 4- Uma chance em sete possibilidades
- 5- Não sei
- 6- Sem resposta
- 7- Sem resposta
- 8- A chance é uma em sete
- 9- 48 chances, pois o ano tem 48 domingos.
- 10- Probabilidade igual 48/365
- 11- Como num mês temos quatro domingos e num ano 48 domingos, considerando o ano com 365 dias a
probabilidade será $p = \frac{E}{S}$ logo $p = \frac{48}{365}$.
- 12- Uma porque só tem um domingo na semana.
- 13- 48 chances, pois o ano tem 48 domingos.
- 14- Sete
- 15- Dos 58 domingos num período de 365 dias do ano
 $p = \frac{58}{365}$.
- 16- Chance de uma em sete dias.

- 17- 48 chances
- 18- Sem resposta
- 19- Sete, porque temos sete dias na semana.
- 20- 48 chances em 365 dias
- 21- 48 chances, pois o ano tem 48 domingos.
- 22- Probabilidade igual
- 23- 1 em 52

Com as respostas relativas a este protocolo, apresentamos a distribuição de respostas por nível de categorização.

TABELA 11: QUAL A CHANCE DE SEU ANIVERSÁRIO CAIR NO DOMINGO

categorias	número de professores
48 em 365	9
1 em 52	2
1 em 7	4
7	2
outra	2
sem resposta	4
Total	23

Encontramos respostas nas quais o professor utiliza o termo “chance” como sinônimo de “possibilidade”. Neste caso, indica como resultado um valor maior que 1. Podemos inferir que o professor não tem construído o conceito de probabilidade, o que pode causar graves problemas no trabalho docente. Esta poderá ser a causa provável da dificuldade dos alunos nesse conteúdo. Lembramos aqui uma frase muito significativa que pode ser encontrada nos PCN; “Ninguém ensina o que não sabe”.

Nesta questão, a escolha do modelo adequado não depende de um juízo do tipo “certo” ou “errado”, mas sim de uma análise pessoal (e, portanto,

subjetiva) do professor. Cabe a ele escolher um modelo e justificar essa escolha de forma coerente.

Questão 22: Na escola, a secretaria informa que, dos 5.000 alunos matriculados, 740 comemoram seu aniversário no ano de 2006 em um domingo. Voltando ao problema anterior, que resposta você daria? Manteria sua opinião ou mudaria? Justifique.

Primeiramente, o professor deveria montar a razão para efetuar as devidas comparações:

Solução: Montar a razão $\frac{740}{5.000} = 0,148$

Notamos que a informação dada induz a escolha do modelo, mudando o foco dos dias do ano ou da semana para os alunos. Assim, a razão representa a comparação entre o sucesso (número de alunos que comemoram seu aniversário em um domingo) e o número total de casos (número total de alunos), para estimar a probabilidade que se quer avaliar (enfoque frequentista).

O professor deveria perceber a adequação dos modelos trabalhados.

Respostas do instrumento de pesquisa da questão 22

- 1- Não mudaria
- 2- 740 dividido por 5.000
- 3- Mudaria, pois assim aumentaria a possibilidade.
- 4- Se 7 são os dias, uma em sete
- 5- Dessa forma $\frac{740}{5.000}$
- 6- Sem resposta
- 7- Sem resposta
- 8- Manteria a opinião anterior

9- Manteria, apesar de 14% dos alunos fazerem no domingo.

10- Probabilidade igual $\frac{740}{365}$

11- De acordo com a informação fornecida, a probabilidade, vai ser mudada. Neste caso, será

$$p = \frac{740}{5 \cdot 000} \Rightarrow p = \frac{74}{500} \Rightarrow \frac{37}{250}.$$

12- Mudaria para 740

13- Manteria, pois acho que não ia mudar nada.

14- $p = \frac{740}{5 \cdot 000}$

15- Agora seria $\frac{740}{5 \cdot 000}$

16- Mudaria, pois seria $\frac{740}{5.000}$

17- Manteria

18- Manteria, pois acho que não ia mudar nada.

19- Sem resposta

20- Não mudaria

21- $p = \frac{740}{5.000}$

22- Manteria a opinião

23- 740 dividido por 5.000

Com as respostas relativas ao protocolo já apresentado, apresentamos as quantidades de respostas por nível de categorização, que nos permitirão uma melhor organização, bem como a formação de grupos afins, representados pelas respostas comuns.

TABELA 12: RESPOSTAS DOS PROFESSORES EM RELAÇÃO AOS ANIVERSARIANTES DA ESCOLA

categorias	número de professores
calcula 740/5000 mas não compara com a questão anterior	4
calcula 740/5000 e compara com a questão anterior	3
não calcula nem responde	5
não calcula e muda de opinião	6
não calcula nem muda de opinião	5
Total	23

Observamos que apenas três entre os 23 professores fazem a comparação solicitada. Esta distribuição encontrada pode ser explicada pelos resultados obtidos por Gonçalves (2004), pois as concepções docentes sobre probabilidade podem ser categorizadas em quatro níveis conforme apresentamos na p. 15.

Respostas do instrumento de pesquisa da questão 23

Questão 23: Um professor de Matemática do Ensino Fundamental apresenta na tabela abaixo a quantidade de alunos aniversariantes por dia de semana:

TABELA 13: QUANTIDADE DE ALUNOS ANIVERSARIANTES POR DIA DA SEMANA

Dias da semana	Alunos aniversariantes
Segunda-feira	1.000
Terça-feira	980
Quarta-feira	1.100
Quinta-feira	350
Sexta-feira	1.250
Sábado	200
Domingo	120
Total	5.000

a) O que se pode dizer sobre a variação do número de aniversários por dia da semana no período observado?

Respostas do instrumento de pesquisa da questão 23a

- 1- Que tem mais alunos que fazem aniversário na sexta-feira
- 2- A maior parte das pessoas faz aniversário sexta-feira
- 3- Nos dias ímpares o número de aniversariantes é bem maior que nos dias pares
- 4- Houve uma variação entre os aniversariantes, mais em alguns dias menos em outros. Apenas dois últimos dias diminuindo (sábado e domingo) diminuindo constantemente o número de aniversariantes.
- 5- A variação seria o dia da semana (os aniversariantes) dividido pelo total de aniversariantes.
- 6- Sem resposta
- 7- Sem resposta
- 8- Não há uma variação definida
- 9- O numero de pessoas que faz aniversário na sexta-feira é maior.
- 10- De acordo com a tabela, a maioria dos alunos faz aniversário na sexta-feira.
- 11- De acordo com a tabela, observamos maior número de aniversariantes as sexta-feira.
- 12- Pode-se dizer que a maioria dos alunos desta escola faz aniversário em sextas-feiras.
- 13- Tem mais alunos que faz aniversário na sexta-feira.
- 14-A grande maioria dos alunos faz aniversário em sexta-feira.
- 15- O dia da semana que mais nasceram os alunos desta classe foi sexta-feira.
- 16- Há muita variação!
- 17- Na sexta-feira tem um maior número de alunos.
- 18- Observamos maior número de aniversariantes as sexta-feira.
- 19- A maioria dos alunos desta escola faz aniversário em sexta-feira.

- 20- Sem resposta
- 21- Não há uma variação
- 22- Na sexta-feira tem um maior número de alunos.
- 23- Tem mais alunos que fazem aniversário na sexta-feira

TABELA 14: RESPOSTAS SOBRE A VARIAÇÃO DOS ANIVERSARIANTES POR SEMANA

categorias	número de professores
Não tem variação definida	5
sem respostas	4
Assimilação da variação com valor máximo (moda)	14
Total	23

Observamos que quatorze entre os 23 professores responderam que a variação do conjunto de dados apresentados é pelo valor máximo. Com isso, podemos indicar que estes professores não fizeram menção ao número de aniversários por dia da semana. Em termos de percepção da variação dos dados, nada podemos inferir porque eles não fizeram referência ao intervalo citado (120; 1.250). Desta forma, com justificativas variadas, podemos observar que nenhum dos professores percebe a variação dos dados representados na tabela de distribuição das freqüências fornecidas pelo enunciado. Podemos inferir que o nível de alfabetização estatística desses professores não é sequer o funcional.

Comente os gráficos abaixo, dizendo qual é o que melhor explica e melhor representa a distribuição dos aniversários ao longo da semana.

Respostas do instrumento de pesquisa da questão 23b

- 1- 1º Gráfico
- 2- 1º porque é o mais conhecido
- 3- Em minha opinião, o gráfico em barras é o mais explicativo.

- 4- Todos os três gráficos são parecidos, começam numa crescente têm seu Maximo na quarta-feira. Depois decrescente continuamente até o domingo. Diferente na distribuição dos aniversariantes que têm maior oscilação e só decrescem nos últimos dois dias.
- 5- Seria o gráfico de barras pois este mostra facilmente qual é o maior e qual é o menor dia da semana, enquanto no gráfico de setores e no de linha não dá para observar diferenças.
- 6- Sem resposta
- 7- Sem resposta
- 8- Todos indicam a variação não linear
- 9- 1º Gráfico
- 10- O primeiro gráfico por ser mais colorido.
- 11- Nos gráficos de setores e colunas nos livros há uma perfeita interpretação dos dados de uma pesquisa, nenhum deles está correto.
- 12- 2º gráfico
- 13- Os gráficos são diferentes, mas expressam a tabela anterior.
- 14- Sem resposta
- 15- O gráfico melhor é o primeiro.
- 16- Sem resposta
- 17- 2º gráfico
- 18- Sem resposta
- 19- Todos indicam a variação
- 20- 1º porque é o mais conhecido
- 21- Sem resposta
- 22- 2º gráfico
- 23- Sem resposta

Gráfico 4: Gráfico de setores

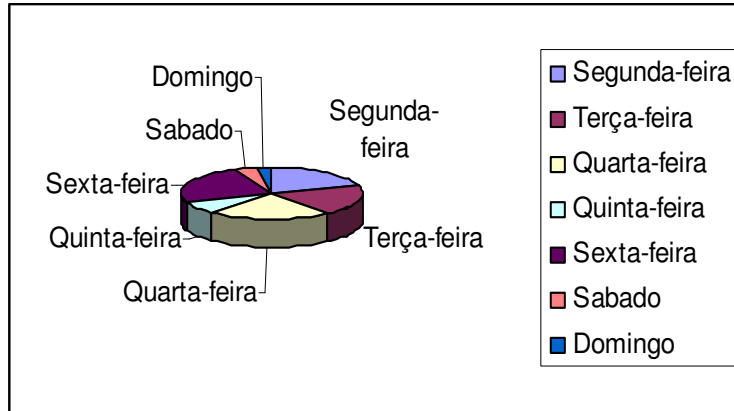


Gráfico 5: Gráfico de barras

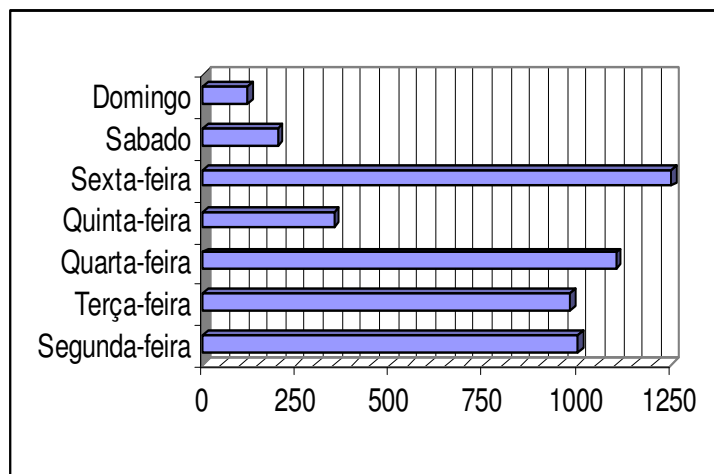


Gráfico 6: Gráfico de linhas

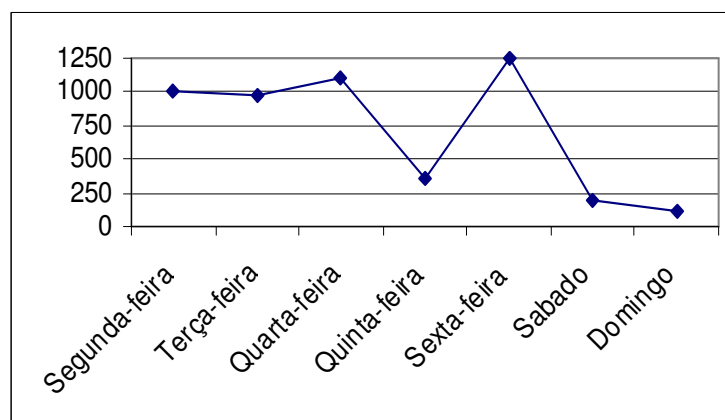


TABELA 15: TIPOS DE GRAFICOS MAIS UTILIZADOS

categorias	número de professores
Gráfico de setores	7
Gráfico de barras	4
todos são iguais	5
sem resposta	7
Total	23

Observamos que nenhum professor escolheu especificamente o gráfico de linhas.

A utilização de gráficos permite melhor visualização dos dados, mostrando mais claramente as diferenças existentes. Os gráficos mais comuns são de setor, de coluna ou de barra e o de linhas. O tipo de gráfico a ser utilizado depende do que desejamos observar e analisar.

A mudança da forma de representação (Tabela para gráfico ou vice-versa) é fundamental no processo de formação do pensamento estatístico, conforme Gal (2002). Daí, a necessidade de que o professor conheça “ninguém explica o que não sabe” e saiba trabalhar didaticamente com essas representações. As justificativas apresentadas pelos docentes neste item de nosso questionário indicam a necessidade de que estes professores aprofundem seus conhecimentos a respeito deste item.

3. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Neste capítulo, apresentamos nossa análise do instrumento diagnóstico com auxílio do software estatístico C.H.I.C. O capítulo está dividido em três partes, a saber: a análise de similaridade, a coesiva e as conclusões da análise dos resultados.

A primeira parte, análise de similaridade, é baseada na árvore de similaridade obtida via C.H.I.C., estabelecendo agrupamentos significativos entre as variáveis principais e suplementares.

A segunda parte, a análise coesiva é pautada na árvore de coesão e apresenta agrupamentos hierárquicos entre as variáveis principais, indicando o índice de coesão. Dessa forma, podemos comparar os resultados obtidos nas duas árvores e relacioná-los aos aspectos teóricos demonstrados no capítulo 1.

Na terceira e última parte, discutiremos que os principais pontos da análise dos resultados são discutidos, reunindo subsídios para nossas conclusões à luz do quadro teórico que mostramos nos capítulos anteriores.

3.1. Análise de Similaridades

O tratamento dos dados disponibilizados pelo C.H.I.C que é estudado neste momento, é a Análise Hierárquica de Similaridade que se define com base no cruzamento do conjunto V das variáveis (nessa pesquisa, são dados do questionário) e um conjunto E de sujeitos (na pesquisa, são 23 professores participantes).

www.cerpep.ufpb.br/~rogerio.carmo/teaching/2018-19/estatistica/

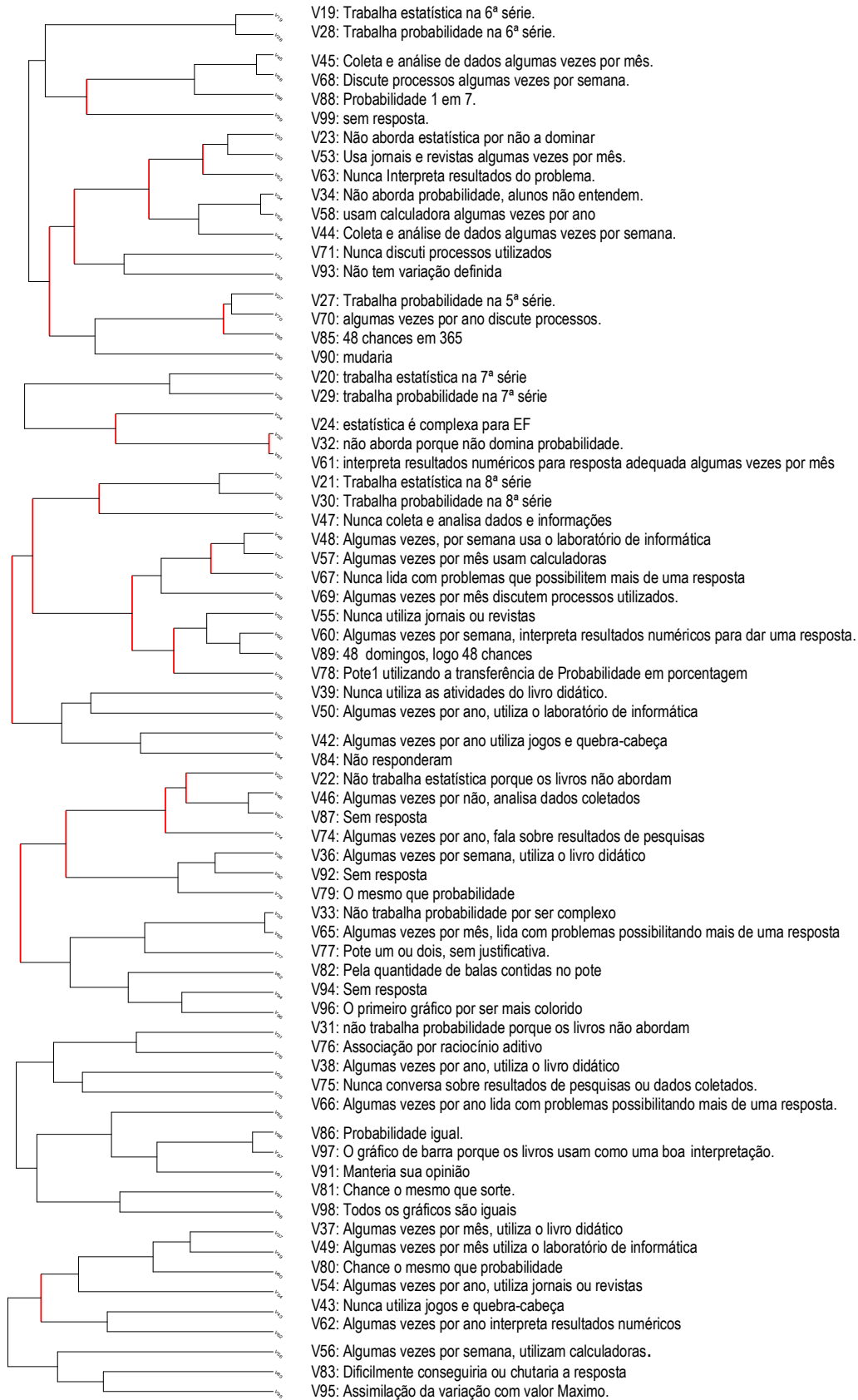


Figura 3: Arvore Hierárquica

Análise das Classes dos Conceitos probabilísticos

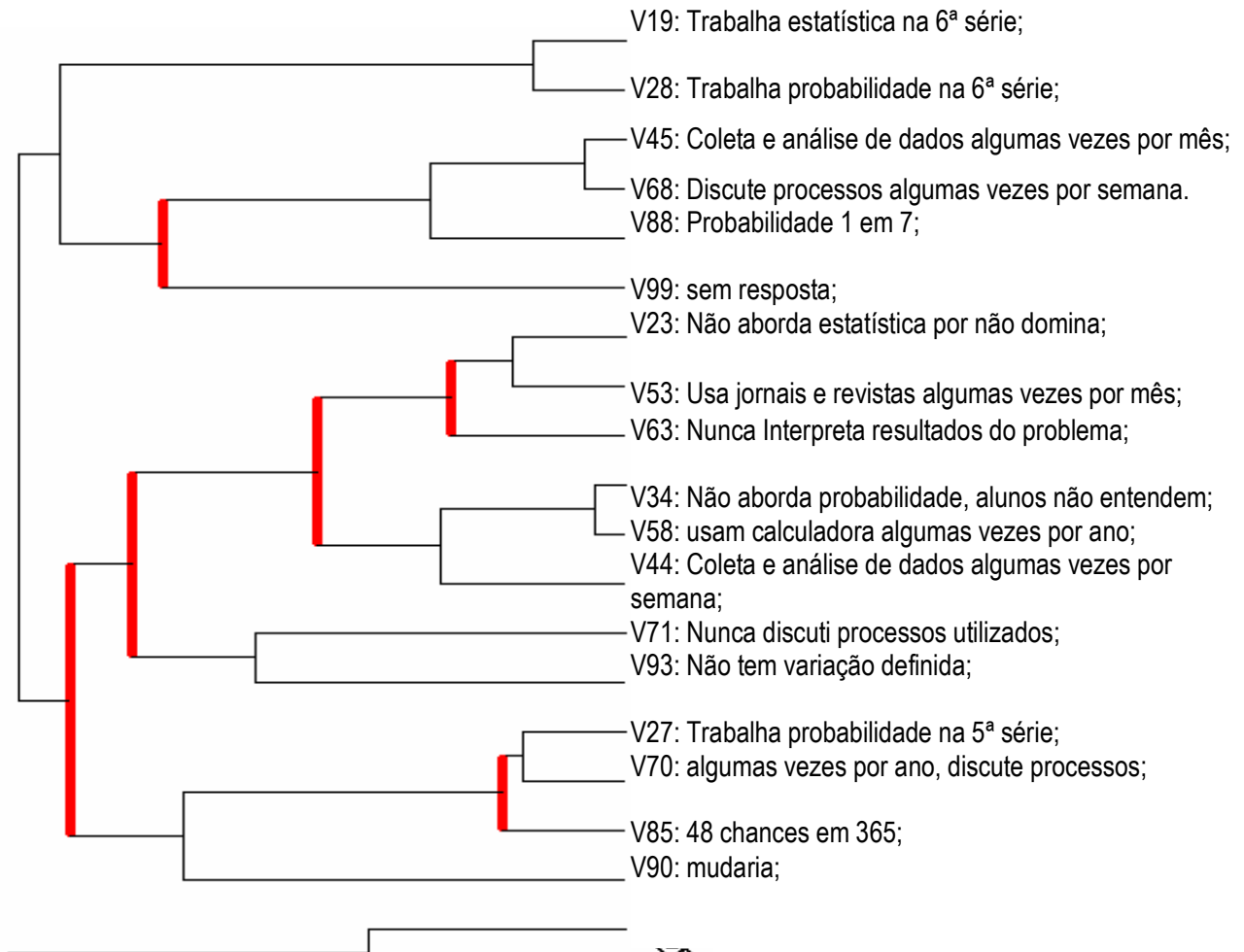


Figura 4: Árvore de similaridade relativa à probabilidade e estatística na 6ª série

Notamos que a Classe intitulada “estatística e probabilidade na 6ª série”, é formada pelos grupos das variáveis principais V 19, V 28, V 45, V 68, V 88, V 99, V 23, V 53, V 63, V 34, V 58, V 44, V 71, V 93, V 27, V 70, V 85 e V 90, agrupadas em subgrupos.

A primeira subclasse a ser analisada de variáveis (V 27), (V 70) e (V 85) mostra que o professor que trabalha probabilidade na 5ª série (V 27) também fala

sobre as soluções encontradas, discutindo os processos utilizados na resolução de problemas algumas vezes por mês (V 70), com a variável típica desta classe é que o professor leciona na 5ª série, sendo (V18) com um risco de : 0.0327, pois devemos escolher o menor risco, ou seja, o mais próximo de zero, uma vez que risco indica a probabilidade de erro na afirmação feita. Além disso, o grupo dos professores que fazem esta associação, também, pensa que a resposta correta à questão dos aniversariantes é a correspondente a 48 chances em 365 dias (V 85). Este grupo apresenta um índice de similaridade igual a 0,981823, indicando a força desta associação.

Ainda nesta classe, observamos que as variáveis típicas são professores do gênero masculino (V 1) tendo entre 7 e 18 anos no magistério (V 10), lecionando na rede pública (V 13), onde podemos buscar uma análise de suas opções recorrendo ao capítulo 2, quando citamos Huberman apud Bolívar (2002). Esta análise seria mais aprofundada com entrevistas, mas esta foi a uma opção metodológica desta pesquisa.

A segunda subclasse a ser analisada contém as variáveis (V 23, V 53 e V 63), que mostram o professor que não trabalha estatística porque não domina esse conteúdo (V 23) e, também, algumas vezes por mês utiliza jornais ou revistas, como apoio didático em suas aulas (V 53). Além disso, o grupo dos professores que fazem esta associação, também, interpreta resultados numéricos para dar uma resposta adequada ao problema (V 63). Este grupo apresenta um índice de similaridade igual a 0,959713.

A variável típica desta classe é a (V 17), o professor tem outra formação sem ser bacharel ou licenciado com um risco de 0,13.

Nesta subclasse, verificamos ainda a presença das variáveis (V 34) e (V 58), indicando que o professor não trabalha probabilidade porque os alunos não entendem (V 34), mas, algumas vezes por ano, utiliza a calculadora, como instrumento pedagógico em suas aulas (V 58).

É fato que os professores que associaram as variáveis (V 34) e (V 58), também, associaram a variável (V 44) (coletam e analisam dados algumas vezes por semana), podendo indicar que este professor adequa suas estimativas, de acordo com as informações levantadas, o que é característica de uma apreciação subjetiva da probabilidade ou mesmo errônea, uma vez que o valor da probabilidade de um evento não depende das informações sobre esse evento.

Verificamos ainda nesta subclasse, que o professor trabalha probabilidade (V 28) e também estatística na 6ª série (V 19), com um índice de similaridade igual a 0,993828, ou seja, indica que os professores que compõem esse grupo, possuem um comportamento similar. Além disso, o grupo que faz esta associação é do gênero masculino (V 1), leciona na rede pública (V 13), tendo de 7 a 30 anos de magistério (V 10) e (V 11), com uma idade acima de 41 anos (V 6) e (V 7) aborda estatística na 5ª série (V 18), mas não domina o assunto (V 23).

Ainda verificamos que nesta subclasse, o professor, algumas vezes por mês, coleta e analisa os dados obtidos (V 45), também, nunca discute os processos utilizados (V 68). Além disso, o grupo dos professores que faz essa associação, também, pensa que a resposta correta à questão 21 de nosso instrumento é a resposta um domingo em sete dias (V 88).

A classe intitulada “estatística e probabilidade na 6ª série” é formada pelo grupo das variáveis principais (((V19 V28) (((V45 V68) V88) V99)) (((((V23 V53) V63) ((V34 V58) V44)) (V71 V93)) (((V27 V70) V85) V90))) com um índice de

similaridade igual a 0,227556, indicando que os professores que compõem esse grupo têm comportamento similar e as variáveis típicas do grupo revelam que os professores são do gênero masculino (V 1 com um risco de 0,126), que lecionam na rede particular (V 14 com um risco de 0,160) e na rede pública (V 13 com um risco de 0,196) tendo de 7 e 18 anos de magistério (V 10 com um risco de 0,196) com uma formação em licenciatura (V 15 com risco de 0,160) ou bacharelado (V 16 com um risco de 0,160), ensinando estatística na 5ª série (V 18 com um risco de 0,126).

Nesta classe, observamos que os professores pesquisados trabalham estatística e probabilidade e ao serem perguntados sobre a variação dos dados na questão 23 de nosso instrumento, afirmaram que não acontece a variação ou a variação é porque na sexta-feira o número de aniversariantes é maior. Neste caso o professor não reconhece a presença de variação. Por meio de suas respostas esperávamos encontrar as seguintes definições:

- Na primeira solução, o professor deveria considerar como universo o total de dias do ano, indicando, assim, a probabilidade da razão: n° . de domingos no ano / n° . de dias no ano;
- Na segunda solução, o professor deveria considerar como universo o total de dias da semana, indicando assim como probabilidade a razão $\frac{1}{7}$;
- Na terceira solução, o professor deveria considerar como universo o total de alunos na classe, indicando assim como a probabilidade a razão: n° . de alunos que aniversaria no domingo / n° . total de alunos na classe;

Uma hipótese a ser considerada é que a população de estudantes na escola, depois do Município, do estado ou das particulares, poderemos dizer que o valor da probabilidade tende a $\frac{1}{7}$.

Análise da Classe “estatística na 7ª série”.

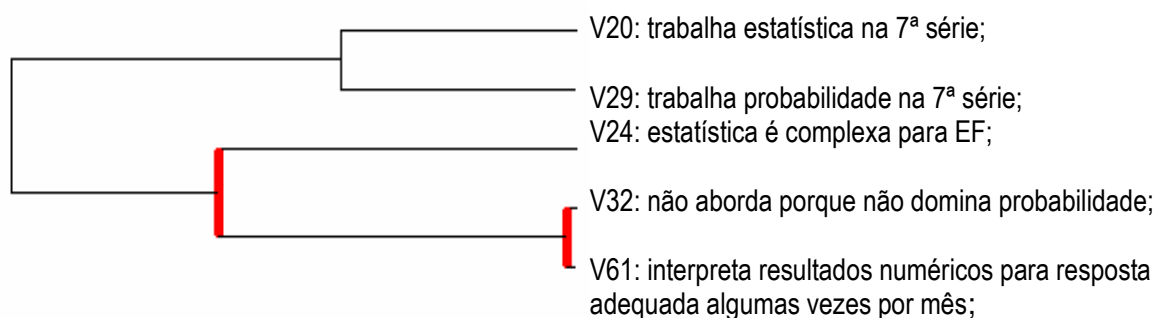


Figura 5: Árvore de similaridade, relativa à probabilidade e estatística na 7ª série

Notamos que a Classe intitulada “estatística na 7ª série” é formada pelo grupo das variáveis principais (V20), (V29), (V24), (V32) e (V61) agrupadas em subgrupos.

A primeira subclasse a ser analisada de variáveis (V32), (V61), (V24) mostra o professor que não aborda probabilidade porque não domina esse conteúdo (V 32) e, algumas vezes por mês, interpreta resultados numéricos para dar uma resposta adequada ao problema (V 61), também, não aborda estatística porque considera esse conteúdo complexo ao Ensino Fundamental (V 24). Esse grupo apresenta um índice de similaridade igual a 0,981823, indicando a força dessa associação.

Ainda nesta classe temos a subclasse de variáveis (V 20 o professor trabalha estatística na 7ª série) e (V 29 o professor trabalha probabilidade na 7ª série), indicando um grau de similaridade de 0,9278.

A classe apresenta dois nós significativos (grau de associação entre as variáveis e um deles com grau de similaridade próximo de 1, o que se refere aos professores que não abordam probabilidade por não dominarem o conteúdo e que interpretam resultados numéricos para dar uma resposta adequada ao problema apenas algumas vezes. Esta associação mostra a coerência na ação dos professores .

Esses professores, também, dizem que os livros didáticos não abordam os conteúdos de probabilidade (V 32). Constatamos que tais professores são capazes de ler dados representados em registros gráficos e/ou tabulares, representando-os graficamente quando forem discretos. No entanto, não lidam com questões sobre variação.

Análise da Classe “estatística e probabilidade na 8ª série”

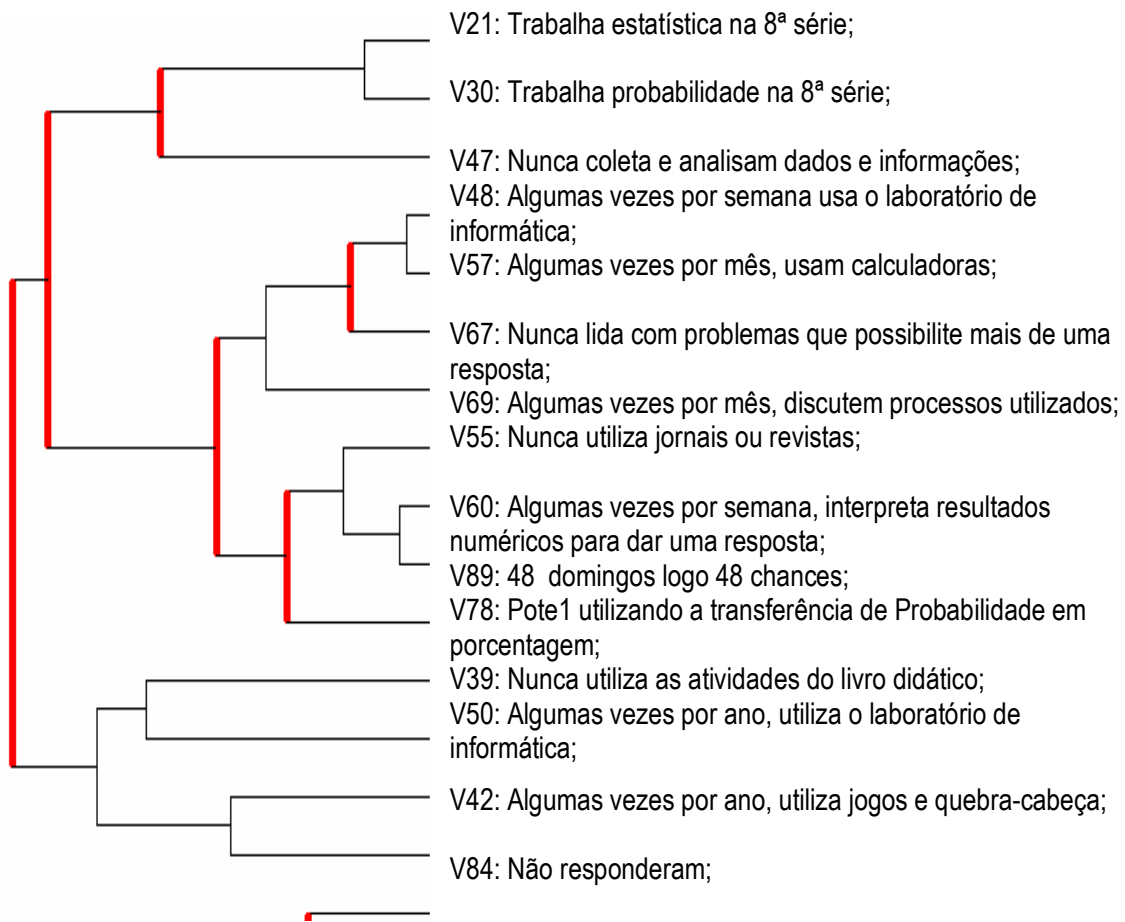


Figura 6: Árvore de similaridade relativa à probabilidade e estatística na 8ª série

Notamos que a Classe intitulada “estatística e probabilidade na 8ª série” é formada pelo grupo das variáveis principais V 21, V 30, V 47, V 48, V 57, V 67, V 69, V 55, V 60, V 89, V 78, V 39, V 50, V 42 e V 84 agrupadas em subgrupos.

A primeira subclasse de variáveis a ser analisada (V 21), (V 30), (V 47) mostra que o professor que trabalha probabilidade na 8ª série (V30), também, trabalha estatística na 8ª série (V 21). Além disso, os professores nunca coletam e

analisam dados e informações (V 47). Este grupo apresenta um índice de similaridade igual a 0,813147, indicando a força dessa associação.

A segunda subclasse nos mostra as variáveis ((V 48 V 57) V 67) V 69) indicando um grau de similaridade de 0,919109, fato dos professores ao associarem a variável (V 69 algumas vezes por mês falam sobre às soluções encontradas discutindo os processos utilizados) indicaram que suas estimativas de acordo com as informações levantadas levem a uma característica de apreciação subjetiva de probabilidade.

Na terceira subclasse, verificamos as variáveis ((V 55 (V 60 V 89)) V 78) que mostram o professor que nunca utiliza jornais ou revistas, como material pedagógico em suas aulas (V 55), também, algumas vezes por semana interpreta resultados numéricos para dar uma resposta adequada ao problema (V 60), além de verificar os domingos do ano e concluir que são 48 chances de sucesso da questão 21 (V 89). Este grupo apresenta um índice de similaridade igual a 0,971253, indicando a probabilidade que os componentes do grupo tenham comportamento similar.

Além disso, o grupo de professores que faz esta associação, também, utiliza os cálculos de porcentagem ao invés de probabilidade (V 78). Este grupo apresenta um índice de similaridade igual a 0,940182, indicando a probabilidade dos componentes desse grupo terem um comportamento similar.

Nesta quarta subclasse analisada, temos as variáveis (V 39) e (V 50) que mostram que o professor nunca utiliza o livro didático (V 39) e, algumas vezes por ano, o laboratório de informática (V 50). Este grupo apresenta um índice de

similaridade igual a 0,780948, indicando a probabilidade de que os componentes do grupo tenham comportamento similar.

A variável típica desta classe é a (V 1 o professor é do gênero masculino com um risco de 0,281), que indica a probabilidade de errarmos nesta afirmação sobre a variável típica da associação.

Nesta quarta subclasse analisada, temos as variáveis (V 42) e (V 84) que mostram que o professor, algumas vezes por ano utiliza jogos e quebra-cabeça como apoio didático em suas aulas (V 39) mas não respondem o item c da questão 20 (V 84). Este grupo apresenta um índice de similaridade igual a 0,876288, indicando a probabilidade de que os componentes do grupo tenham comportamento similar.

A variável típica desta classe é a (V17 o professor tem outra formação com um risco de 0,281), que indica a probabilidade de errarmos nesta afirmação sobre a variável típica da associação.

Análise da Classe “O professor não aborda estatística e probabilidade”.

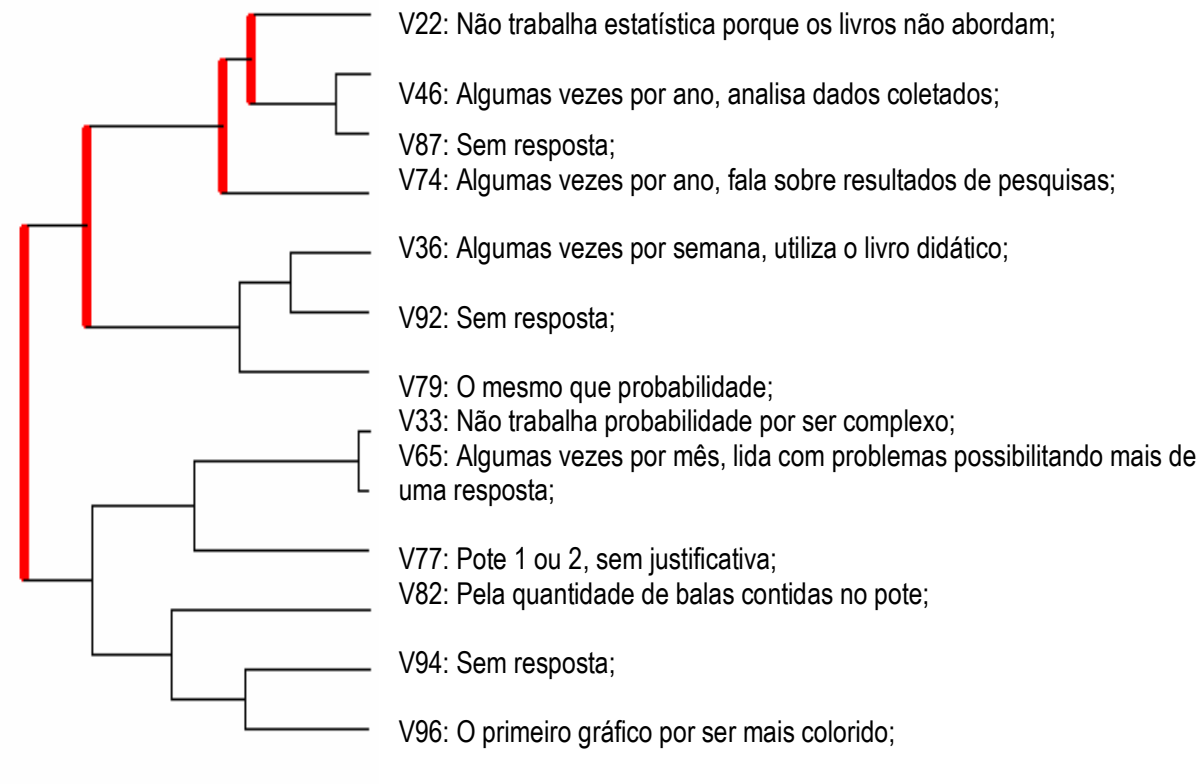


Figura 7: Árvore de similaridade, relativa não trabalha à probabilidade e estatística

Notamos que a Classe intitulada “O professor não aborda estatística e probabilidade” é formada pelo grupo das variáveis principais V 22, V 46, V 87, V 74, V 36, V 92, V 79, V 33, V 65, V 77, V 82, V 94 e V 96 agrupadas em subgrupos.

A primeira subclasse a ser analisada de variáveis (V 22), (V 46), (V 87) e (V 74) mostra que o professor analisa dados coletados algumas vezes por ano (V 46), também não responderam à questão dos aniversários (V 87). Além disso, não trabalha estatística, porque os livros didáticos não abordam esse conteúdo (V

22). O grupo apresenta um índice de similaridade igual a 0,951784, indicando a força desta associação.

A segunda subclasse mostra que aquele professor utiliza o livro didático algumas vezes por semana V 36, também, não respondeu à questão 22 (V 92). Além disso, um grupo dos professores que fazem essa associação, também, alega que a palavra chance é a mesma que probabilidade (V 79). O grupo apresenta um índice de similaridade igual a 0,945318 indicando a probabilidade de que seus componentes tenham comportamento similar.

Além disso, os professores que fazem esta associação nestas subclasses analisadas, (((V 22 (V 46 V 87)) V 74) ((V 36 V 92) V 79)) apresentam um índice de similaridade igual a 0.568622, indicando a probabilidade de que os componentes do grupo tenham comportamento similar.

Na terceira subclasse as variáveis (V 33), (V 65) e (V 77) mostram o professor que não trabalha probabilidade porque é complexa ao Ensino Fundamental (V 33), também, algumas vezes por mês lida com problemas possibilitando mais de uma resposta (V 65), além de escolher o pote 1 e o 2 da questão 20a sem uma justificativa (V 77). Este grupo apresenta um índice de similaridade igual a 0,896643, indicando a probabilidade dos componentes do grupo terem comportamento similar.

Nesta quarta subclasse analisada, temos as variáveis (V 82), (V 94) e (V 96) que mostram que o professor associa o gráfico de setores por ser mais colorido (V 96) e não responde à questão sobre variação (V 94), além de associar que o aluno resolveria a questão dos potes pela associação de balas contidas nos potes (V 82). O grupo apresenta um índice de similaridade igual a

0,834836, indicando a probabilidade de que seus componentes tenham comportamento similar.

Análise da Classe “ Recursos pedagógicos utilizados pelo professor”

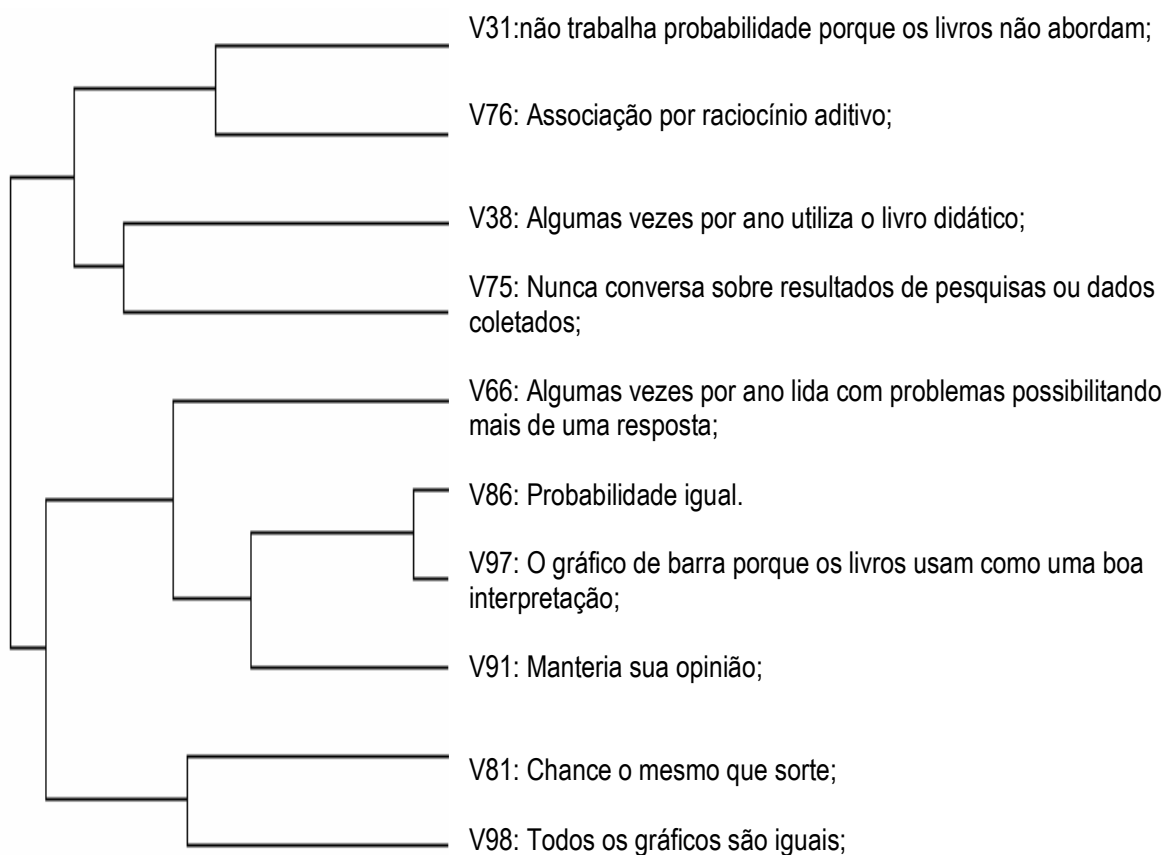


Figura 8: Árvore de similaridade, relativa aos recursos pedagógicos utilizados por professores

Notamos que a Classe intitulada “Recursos pedagógicos utilizados por professores” é formada pelo grupo das variáveis principais V 31, V 76, V 38, V 75, V 66, V 86, V 97, V 91, V 81 e V 98 agrupadas em subgrupos.

Na primeira subclasse subdividida, analisaremos a primeira parte composta das variáveis (V 31) e (V 76) que mostram que o professor não aborda probabilidade porque os livros não o fazem (V 31) e associa pelo raciocínio aditivo a questão 20a (V 76). O grupo apresenta um índice de similaridade igual a 0,811717, indicando a força dessa associação.

A segunda parte desta subclasse é composta das variáveis (V 38) e (V 75) que mostram que o professor utiliza algumas vezes por ano o livro didático (V 38) e nunca conversa sobre os resultados de pesquisas ou dados coletados (V 75). O grupo apresenta um índice de similaridade igual a 0,75968, indicando a probabilidade dos componentes do grupo terem comportamento similar.

A segunda subclasse a ser analisada de variáveis (V 86), (V 97) e (V 91) mostra que aquele professor respondeu que a probabilidade é igual à chance (V 86), também, alega que o gráfico de barras é o mais comum porque os livros didáticos utilizam-no com mais frequência (V 97). Além disso, um grupo de professores faz essa associação, e alega que manteria sua opinião em relação à probabilidade calculada na questão 22 (V 79). Este grupo apresenta um índice de similaridade igual a 0,915412, indicando a probabilidade dos componentes do grupo terem um comportamento similar.

Na terceira subclasse, as variáveis (V 81) e (V 98) mostram o professor qual adota o significado da palavra chance ser mesmo que sorte (V 81), também, ao analisar os gráficos do instrumento verifica que são todos iguais V 95. Este grupo apresenta um índice de similaridade igual a 0,83049, indicando a probabilidade dos componentes do grupo terem comportamento similar.

A variável típica desta classe é a (V 04 o professor tem de 29 a 33 anos de idade com um risco de 0,332), que indica a probabilidade de errarmos nesta afirmação sobre a variável típica da associação.

Análise da Classe “ Recursos pedagógicos utilizados pelo professor”

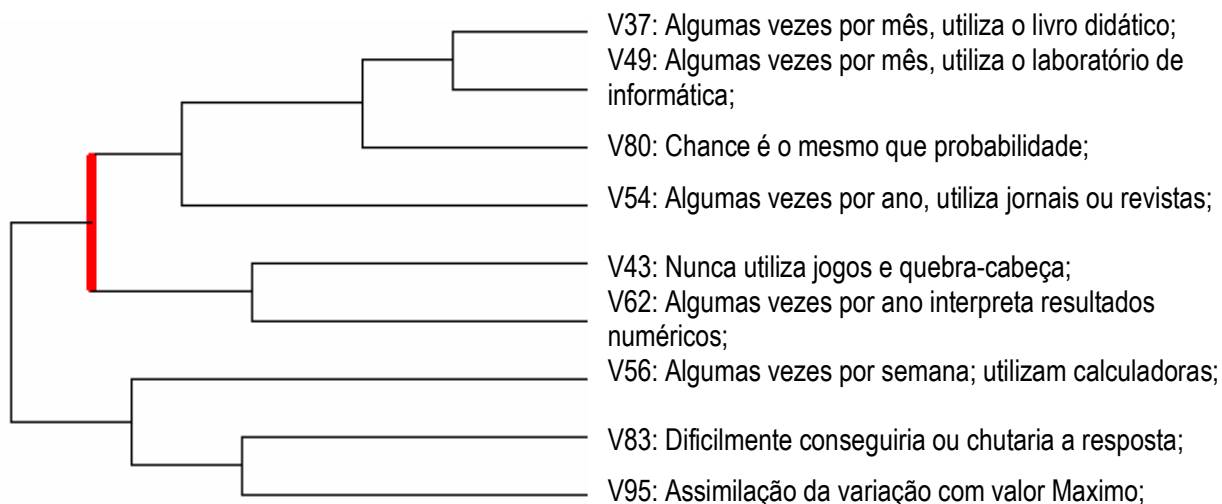


Figura 9: Árvore de similaridade, relativa aos recursos pedagógicos usados pelos professores

Notamos que a Classe intitulada “Recursos pedagógicos utilizados pelos professores” é formada do grupo das variáveis principais V 37, V 49, V 80, V 54, V 43, V 62, V 56, V 83, e V95 agrupadas em subgrupos.

A primeira subclasse a ser analisada das variáveis (V 37), (V 49), (V 80) mostra que o professor, algumas vezes por mês, utiliza o livro didático (V 30), também usa os laboratórios de informática algumas vezes por mês (V 49). Além disso, um grupo desses professores alega que a chance é o mesmo que probabilidade (V 80). Este grupo apresenta um índice de similaridade igual a 0,907141, indicando a probabilidade dos componentes do grupo terem comportamento similar.

A variável típica desta classe é a (V 5 o professor tem entre 34 e 40 anos de idade com um risco de 0,118), que indica a probabilidade de errarmos nesta afirmação sobre a variável típica da associação.

A segunda subclasse das variáveis (V 43) e (V 62) a ser analisada mostra que o professor nunca utiliza jogos e quebra-cabeça, como material didático em sala de aula (V 43), também, algumas vezes por ano, interpreta resultados numéricos (V 62). Este grupo apresenta um índice de similaridade igual a 0,813411, indicando a probabilidade dos componentes do grupo terem comportamento similar.

A variável típica desta classe é a (V 13 o professor leciona na rede pública com um risco de 0,193), que indica a probabilidade de errarmos nestas afirmação sobre a variável típica da associação.

Nesta terceira subclasse das variáveis (V 56), (V 83), (V 95) que serão analisadas, verificamos que o professor utiliza calculadoras algumas vezes por semana (V 56), também, alega que os alunos dificilmente resolveriam o exercício ou chutariam a resposta (V 83). Além disso, um grupo desses professores assimila a variação pelo valor Máximo, o grupo maior de aniversariante é na sexta-feira (V 95). Este grupo apresenta um índice de similaridade igual a 0,553508, indicando a probabilidade de seus componentes terem um comportamento similar.

A variável típica desta classe é a (V 5 o professor tem entre 34 e 40 anos de idade com um risco de 0,00542), que indica a probabilidade de errarmos nesta afirmação sobre a variável típica da associação.

Ao analisar esta árvore de similaridade com suas classes, podemos encontrar os níveis de alfabetização propostos por Gal e Garfield (1997, p.4). Percebemos que as classes são caracterizadas pela percepção dos professores quanto aos conceitos estocásticos de base, à transnumeração, ao conhecimento procedimental, à organização, ao agrupamento e à análise de dados.

A classificação do alfabetismo estatístico proposto por Garfield (2002) aponta alguns objetivos para os professores atingirem o raciocínio estatístico.

O primeiro objetivo proposto prende-se a compreensão da lógica das investigações estatísticas, ou seja, como se conduzem e desenvolvem investigações estatísticas. Conseqüentemente, a relação lógica entre erro, medida e inferências precisa ser analisada.

O segundo objetivo refere-se à compreensão dos processos presentes em uma investigação estatística. Os professores devem desenvolver uma idéia clara da natureza e dos processos envolvidos na investigação.

No terceiro objetivo, é contemplado o domínio de certos procedimentos estatísticos, nomeadamente a organização de dados e o cálculo de determinados índices, como é o caso das medidas de tendência central e de dispersão e, por fim, como os apresentar de forma que sejam comunicados. O recurso às novas tecnologias e à progressiva competência dos professores a respeito das mesmas é ainda um aspecto considerado como crucial.

O quarto objetivo refere-se às ligações que se podem fazer com a Matemática e quais as idéias Matemáticas presentes nos procedimentos estatísticos, por exemplo, explicar por que o valor da média pode ser afetado pela presença de valores extremos de um conjunto de dados ou o que acontece à média ou à mediana quando os valores sofrem alterações.

Um quinto objetivo prende-se à noção de probabilidade e de incerteza. Para estes autores é extremamente importante desenvolver com os professores, atividades em que essas duas noções possam ser simuladas e depois discutidas, para que os alunos consigam construir idéias claras a respeito dos fenômenos imprevisíveis que ocorrem em diversas situações do dia-a-dia, sobre os quais

podemos formar intuições incorretas e, conseqüentemente, tirar conclusões erradas ou tomar decisões menos adequadas.

No objetivo seguinte, a importância de desenvolver capacidades de comunicar estatisticamente é enfatizada. A necessidade de escrever e falar é essencial para que os professores consigam ter atitudes críticas e reflexivas sobre os conteúdos estatísticos presentes nos mais variados meios de comunicação.

Para isso, devemos incentivar a utilização da terminologia estatística de uma forma crítica, com base na construção de argumentos e na análise exploratória de dados. Só assim será possível chegar ao último objetivo, o desenvolvimento de atitudes estatísticas positivas conseguidas quando trabalhamos, seguindo uma metodologia de investigação.

Assim, podemos inferir que os professores pesquisados estão no nível cultural, segundo Shamos (1995 apud Gal, 2002), uma vez que a categorização das habilidades ao alfabetismo funcional, não é identificada nas respostas. Constatamos que tais docentes não são capazes de ler dados representados em registros gráficos e/ou tabulares, no entanto, não lêem por meio dos dados, não lidam com questões sobre a variabilidade e nas questões relativas à experiência aleatória aos mesmos, não tem construído o conceito de probabilidade.

Na resolução do questionário, os docentes não usaram as situações propostas pelo alfabetismo estatístico, demonstrando que estes se encontram no nível mais baixo do raciocínio mencionado por Shamos (1995 apud Gal, 2002), Gal e Garfield (1997, p.4) no que diz respeito à compreensão dos processos de uma investigação estatística.

3.2. Análise Coesitiva

Iniciaremos agora a análise da árvore coesitiva criada pelo software CHIC com relação às nossas variáveis.

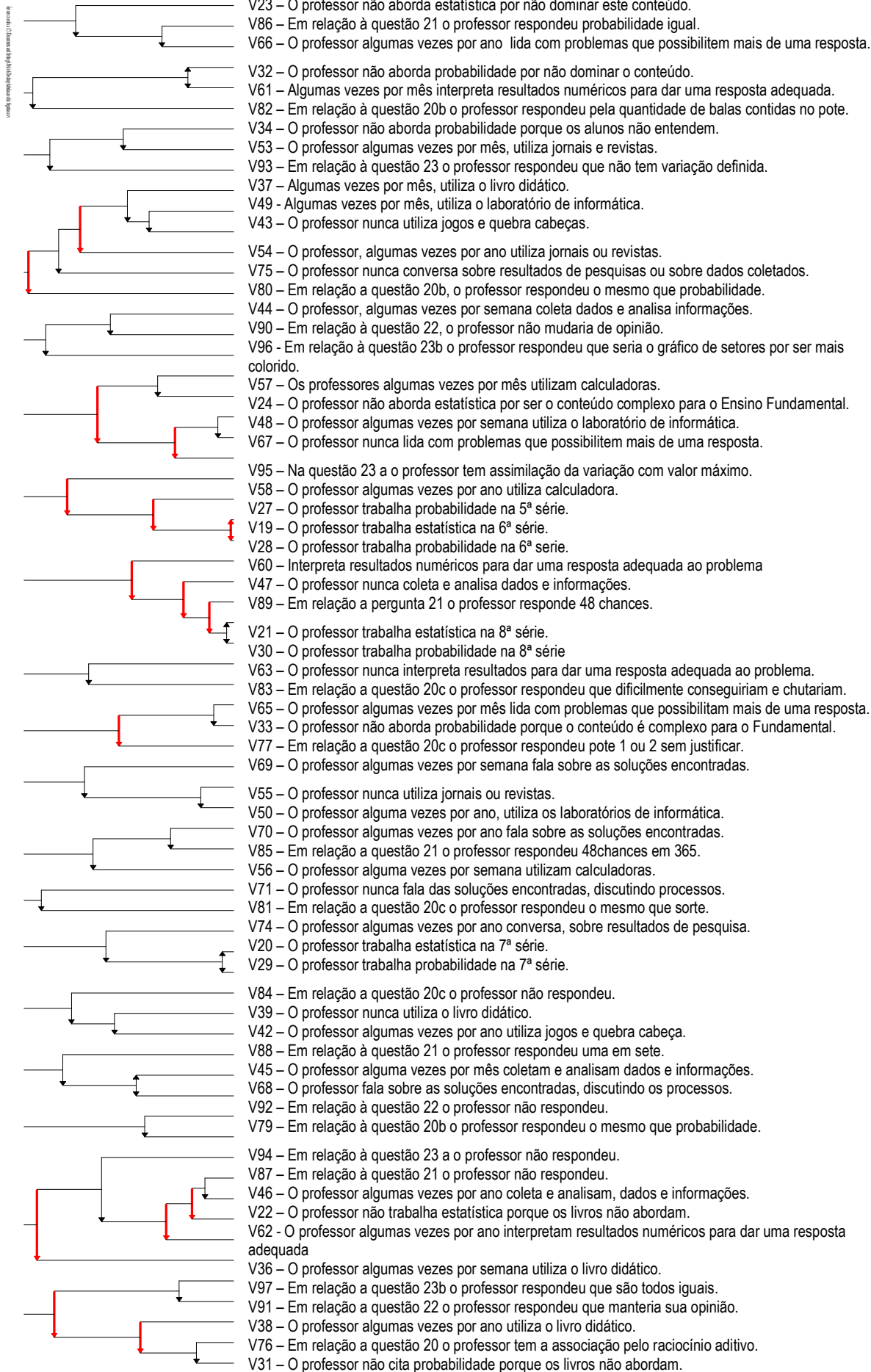


Figura 10: Arvore Coesitiva

A formação dessas classes de variáveis, provavelmente, estejam relacionada ao número de variáveis respondidas por grande parte dos professores, como variáveis importantes ao pensamento estatístico. Os nós das classes são analisadas, respeitando sua ordem de qualidade de coesão.

Análise Coesitiva “Trabalha estatística e probabilidade na 6ª série”

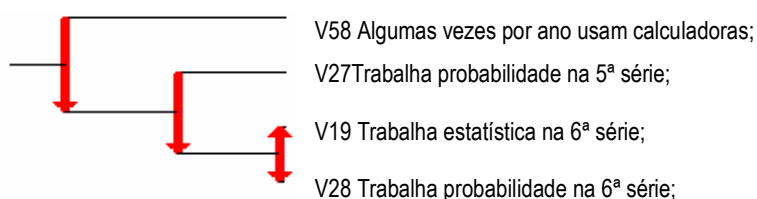


Figura 11: Trabalha estatística e probabilidade na 6ª série

A Figura 11 mostra três nós, o primeiro significativo e é representado pelas variáveis (V19 ↔ V28) de índice de coesão igual a 1, que nos permitem indicar as séries onde o professor leciona estatística e probabilidade.

Observamos que o índice de coesão é muito alto, o que significa dizer que os professores mencionaram que trabalham estatística na 6ª série e, também, ressaltaram que trabalham probabilidade na 6ª série.

O segundo nó da figura analisada está sendo representado pelas variáveis (V27 → (V19 ↔ V28)) de índice de coesão igual a 0.843, o que significa dizer que os professores mencionaram trabalhar estatística na 5ª série, então, ressaltaram que trabalham probabilidade e estatística na 6ª série. O índice de coesão desse nó significativo cai em relação ao primeiro nó, talvez, pelo fato de que poucos professores tenham mencionado o trabalho na 5ª série com o da 6ª série.

O terceiro nó desta análise está sendo representado pelas variáveis principais ($V58 \rightarrow (V27 \rightarrow (V19 \leftrightarrow V28))$) que apresentam um índice de coesão igual a 0.615, o que significa dizer que os professores que trabalham estatística e probabilidade na 6ª série, algumas vezes por ano utilizam a calculadora. Os professores que mencionaram que trabalham estatística na 6ª série, usam a calculadora uma vez por ano, então, também, ressaltaram que trabalham probabilidade na 6ª série, utilizando calculadoras uma vez por ano.

. O índice de coesão desse nó significativo cai em relação ao segundo nó apresentado acima, talvez pelo fato de que poucos professores tenham mencionado o fato de usarem calculadoras.

Análise Coesitiva estatística e probabilidade na 8ª série

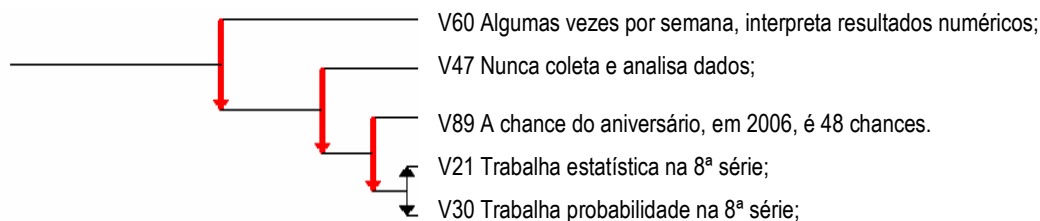


Figura 12: Trabalha estatística e probabilidade na 8ª série

A Figura 12 mostra quatro nós significativos e o primeiro nó é representado pelas variáveis principais ($V21 \rightarrow V30$) de índice de coesão igual a um, indicando que se trabalha estatística na 8ª série, então, trabalha probabilidade na 8ª série e vice-versa. Observamos, também, que o índice de coesão é muito alto, o que significa dizer que os professores mencionaram que trabalham estatística na 8ª série, também, ressaltaram que trabalham probabilidade na 8ª série.

A variável típica a esta classe é a (V18) o que significa dizer que o professor trabalha estatística na 5ª série com um risco de 0,0903 e a variável que contribui, a esta classe é a V18 com um risco de 0,0903, o que significa dizer que o professor trabalha estatística na 5ª série.

O segundo nó desta análise está sendo representado pelas variáveis (V89 → (V21 ↔ V30)) que apresentam um índice de coesão igual a 0,960, o que significa dizer que o professor trabalha estatística e probabilidade na 8ª série. Só que, ao ser perguntado sobre qual é a chance de um aluno em sala de aula ser sorteado e seu aniversário cair em 2006 no domingo, esse professor respondeu erroneamente, pois disse que seriam 48 chance. Por isso, na questão probabilidade não teve os conceitos assimilados para uma resposta concreta.

O índice de coesão desse nó significativo caiu em relação ao primeiro nó, talvez pelo fato de que poucos professores tivessem mencionado que lecionam esses conteúdos na 8ª série e a resposta sobre o sorteio da chance do aniversário do aluno cair no domingo.

A variável típica a esta classe é a (V15 que significa que a formação desse professor é a licenciatura com um risco de 0,263) e a variável que contribui mais para esta classe é a (V17 o que significa dizer que o professor tem outra formação com um risco de 0,115).

O terceiro nó desta análise está sendo representado pelas variáveis V60 → (V47 → (V89 → (V21 ↔ V30))) que apresentam um índice de coesão igual a 0,814, o que significa dizer que os professores mencionaram que trabalham estatística e probabilidade na 6ª série e não coletam dados e informações para serem analisados e, algumas vezes por semana, interpretam resultados numéricos. O índice de coesão desse nó significativo cai em relação ao segundo

nó, talvez, pelo fato de que poucos professores tenham mencionado trabalhar estatística e probabilidade e, algumas vezes por semana, interpretam resultados numéricos. .

A variável típica a esta classe e, também, aquela que contribui mais para esta classe com um risco de 0,263 é a (V15 o que significa que a formação desse professor é a licenciatura com um risco de 0,263).

Análise Coesitiva estatística e probabilidade na 7ª série”

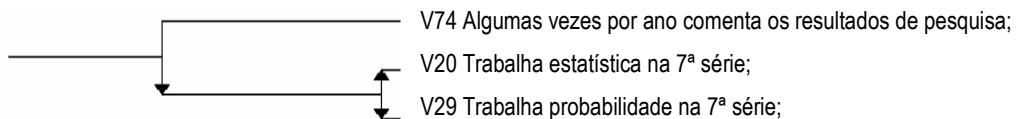


Figura 13 : Trabalha estatística e probabilidade na 8ª série

A Figura 13 mostra dois nós significativos, sendo o primeiro nó representado pelas variáveis principais (V20 ↔ V29) de índice de coesão igual a 0,999, o que nos permite indicar as séries onde o professor leciona estatística e probabilidade. Observamos, também, que o índice de coesão é muito alto, o que significa dizer que os professores mencionaram que trabalham estatística na 7ª série e também, ressaltaram que trabalham probabilidade na 7ª série.

A variável típica que contribui para esta classe é a (V14 o que significa dizer que o professor trabalha na rede particular com um risco de 0.2470).

O segundo nó desta análise está sendo representado pelas variáveis V74 → (V20 ↔ V29) que apresentam, um índice de coesão igual a 0,746, o que significa dizer que se o professor trabalha estatística e probabilidade na 8ª série, então, algumas vezes por ano comenta sobre os resultados da pesquisa.

O índice de coesão desse nó significativo cai em relação ao primeiro nó, talvez, pelo fato de que poucos professores tenham mencionado que lecionam os conteúdos de estatística e probabilidade na 8ª série, analisando e comentando, algumas vezes, por ano os resultados da pesquisa.

A variável típica a esta classe é a (V14 o que significa que o professor leciona na rede particular com um risco de 0,247) e a variável que contribui mais para esta classe é a (V5 o que significa dizer que o professor tem entre 34 e 40 anos de idade com um risco de 0,196).

Análise Coesitiva“ Recursos pedagógicos utilizados pelo professor”

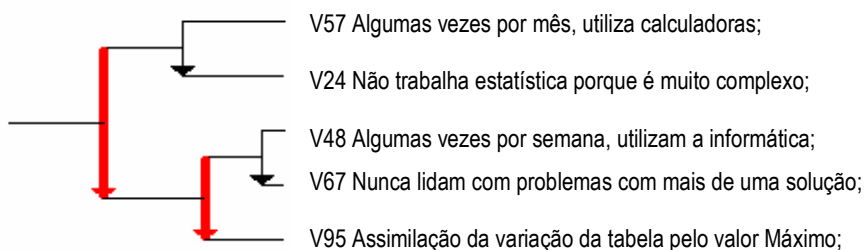


Figura 14: Recursos pedagógicos utilizados pelo professor

A Figura 14 mostra quatro nós significativos, o primeiro nó é representado pelas variáveis principais (V48 → V67) de índice de coesão igual a 0,969, o que permite indicar que, algumas vezes por semana, utilizam a sala de informática e nunca lidam com problemas com mais de uma solução.

O segundo nó desta análise é representado pelas variáveis ((V48 →V67) → V95) e apresentam um índice de coesão igual a 0,984, o que significa dizer que se os professores utilizam informática, algumas vezes por semana (V 48) e

nunca lidam com problemas com mais de uma solução (V 67), então, fazem a assimilação da variável da tabela pelo valor maior

A variável típica que contribui para esta classe é a (V17 com um risco de 0,0183) significa que o professor tem outra formação, não sendo a licenciatura ou o bacharelado.

O terceiro nó é representado pelas variáveis principais (V 57 → V 24) de índice de coesão igual a 0, 862, o que nos permite indicar que estes professores, algumas vezes por mês, utilizam calculadoras, então, não trabalham estatística porque é muito complexo.

A variável típica a esta classe é (V1 com um risco de: 0,102) que corresponde ao gênero masculino do professor e a variável que contribui mais para esta classe é (V10 com um risco de: 0,196) significando que o professor tem entre 7 e 18 anos de magistério. As variáveis acima utilizadas significam que, em relação a Huberman e Sikes, citados por Bolívar (2002), revelam as fases ou ciclos de vida dos professores.

O quarto e último nó desta classe está representado pelas variáveis principais ((V57 → V24) → ((V48 → V67) → V95)) de índice de coesão igual a 0,725, o que nos permite indicar além do que já foi visto e que trabalham com calculadoras algumas vezes por mês.

A variável típica e a variável que contribui para esta classe é a V17 com um risco de: 0,0183 que correspondem ao professor ter outra formação.

Análise Coesitiva “ Recursos pedagógicos utilizados pelo professor”

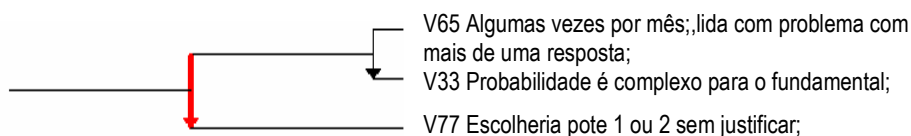


Figura 15: Recursos pedagógicos utilizados pelo professor

A Figura 15 mostra quatro nós significativos, o primeiro nó é representado pelas variáveis principais (V65 → V33) de índice de coesão igual a 0,968, o que nos permite indicar se, algumas vezes, lida com problemas com mais de uma resposta, então, afirma que a probabilidade é um tema complexo ao Ensino Fundamental. Ainda, se tem comportamento anterior, então, na questão 20a, escolheria um pote sem justificar.

Verificamos também que as variáveis suplementares e principais (V13, V8, V15 e V11) com um índice de coesão em torno de 0,935 fazem parte do contexto e são analisadas da seguinte forma:

Os professores que responderam o instrumento têm de 1 a 3 anos de magistério, lecionando na rede pública com uma formação inicial sendo a licenciatura. A variável típica e a variável que contribui para esta classe, é a (V4 com um risco de 0,196) que significa que a faixa etária do professor é entre 29 e 33 anos.

Análise Coesitiva “ Recursos pedagógicos utilizados pelo professor”

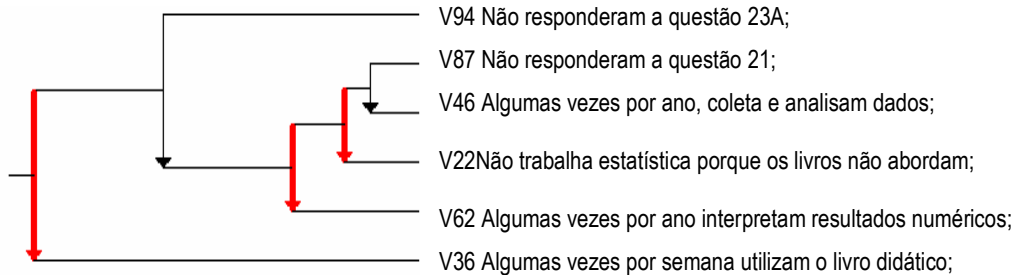


Figura 16 : Recursos pedagógicos utilizados pelo professor

A Figura 16 mostra cinco nós, sendo o primeiro representado pelas variáveis principais (V87 → V46) de índice de coesão igual a 0,956, indicando que se o professor não responde à questão 21, então, algumas vezes por ano coleta e analisa dados

O segundo nó desta análise é representado pelas variáveis ((V87 → V46) → V22) que apresenta um índice de coesão igual a 0,942. Isto significa dizer que se os professores, além de não responderem à questão 21 do nosso questionário e nem coletaram dados para análise, então, não trabalham estatística porque os livros não o fazem.

A variável típica e a variável que contribui para esta classe é a (V16 o que significa que o professor tem uma formação sendo bacharelado em Matemático com um risco de 0,115).

O terceiro nó desta análise é representado pelas variáveis (((V87 → V46) → V22) → V62) que apresentam um índice de coesão igual a 0.884. Isto significa dizer que os professores, além de não responderem a Questão 21 de nosso questionário, não coletam dados para análise, nem trabalham estatística

porque os livros não trabalham, então, algumas vezes por ano interpretam resultados numéricos.

A variável típica e a variável que contribui para esta classe é a (V16 o que significa que o professor tem uma formação sendo bacharelado em Matemático com um risco de 0,115).

O quarto nó desta análise está sendo representado pelas variáveis ((V94 → (V87 → V46) → V22) → V62) que apresentam um índice de coesão igual a 0,730. Isso significa dizer que os professores além de não responderem a questão 23, não responderam a questão 21 de nosso questionário, não coletam dados para serem analisados, não trabalham estatística porque os livros não trabalham e, algumas vezes por ano, interpretam resultados numéricos.

A variável típica e a variável que contribui para esta classe é a (V16 o que significa que o professor tem uma formação em bacharelado em Matemático com um risco de 0,115).

O quinto nó desta análise está sendo representado pelas variáveis ((V94 → (V87 → V46) → V22) → V62) → V 36 que apresenta um índice de coesão igual a 0,446. Isso significa dizer que os professores, além de não responderem às questões 23 e 21 de nosso questionário, não coletam dados para serem analisados, não trabalham estatística porque os livros não trabalham e, algumas vezes por ano, interpretam resultados numéricos, então, algumas vezes por semana, utilizam o livro didático.

A variável típica e a variável que contribui para esta classe também é a (V16 o que significa que o professor tem uma formação em bacharelado em Matemática com um risco de 0,115).

Análise Coesitiva “ Recursos pedagógicos utilizados pelo professor”

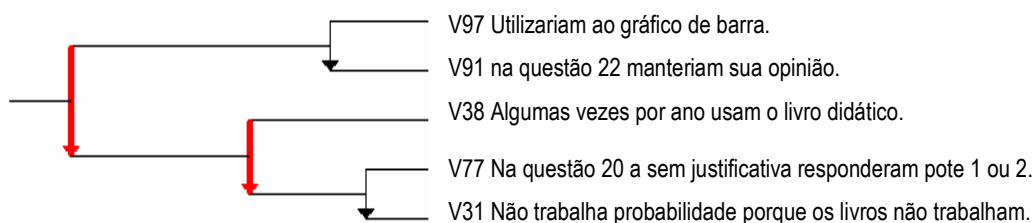


Figura 17: Recursos pedagógicos utilizados pelo professor

A Figura 17 mostra dois nós significativos, o primeiro nó está representado pelas variáveis principais (V38 → (V77 → V31)) de índice de coesão igual a 0,831. O que nos permite indicar que se estes professores algumas vezes por ano usam o livro didático, então, ao ser perguntado sobre a Questão 20a, escolheria um pote sem justificar e não trabalham probabilidade porque os livros não o fazem.

A variável típica e a variável que contribui para esta classe também é a (V16 o que significa dizer que o professor tem uma formação com bacharelado em Matemática com um risco de 0,118).

O segundo nó desta análise está sendo representado pelas variáveis ((V97 → V91) (V38 → (V76 → V31))) que apresentam um índice de coesão igual a 0.527, o que nos permite indicar que se estes professores utilizam ao gráfico de barras e em relação à questão 22 manteriam sua opinião, então, algumas vezes por ano usam o livro didático. Ao serem indagados sobre a questão, escolheriam um dos potes sem justificar e não trabalham probabilidade porque os livros não o fazem.

A variável típica e a variável que contribui para esta classe, também, é a (V14 o que significa dizer que o professor trabalha na rede particular com um risco de 0,118).

Análise Coesitiva “ Recursos pedagógicos utilizados pelo professor”

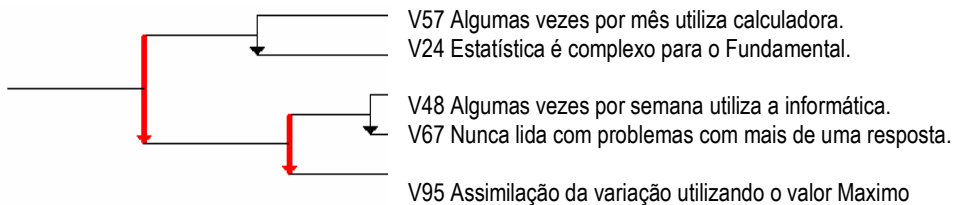


Figura 18: Recursos pedagógicos utilizados pelo professor

A Figura 18 mostra dois nós significativos sendo o primeiro nó representado pelas variáveis principais ((V48 → V67) → V95) de índice de coesão igual a 0,894, o que nos permite indicar que se estes professores, algumas vezes por semana, utilizam a sala de informática e nunca analisam problemas com mais de uma solução, então, ao ser indagado se havia uma variação na tabela a solução foi feita pela associação pelo valor máximo.

A variável típica e a variável que contribui para esta classe, também, é a (V17 o que significa dizer que o professor tem outra formação com um risco de 0,0187).

O segundo nó significativo desta análise está sendo representado pelas variáveis ((V57 → V24) → ((V48 → V67) → V95)) que apresentam um índice de coesão igual a 0.725, o que nos permite indicar que se estes professores, algumas vezes por semana, utilizam a calculadora e a Estatística é complexo para o fundamental, então, algumas vezes por semana utilizam a sala de informática,

nunca lidando com problemas com mais de uma resposta e ao ser indagado se havia uma variação na tabela, a solução foi feita pela associação pelo valor máximo ; algumas vezes por mês utiliza calculadora.

A variável típica e a variável que contribui para esta classe, também, é a (V17 o que significa dizer que o professor tem outra formação com um risco de 0,0721).

Os professores que responderam o instrumento têm como formação o bacharelado e outra formação ensinando estatística na 5ª, 7ª e 8ª série, alegando que é muito complexa para estes alunos. A variável típica a essa classe é (V17) significa que o professor tem outra formação com um risco de 0,0183 e a variável que contribui para esta classe é a (V17 que significa que o professor tem uma formação com bacharelado em Matemática com um risco de 0,0721).

Análise Coesitiva “ Recursos pedagógicos utilizados pelo professor”

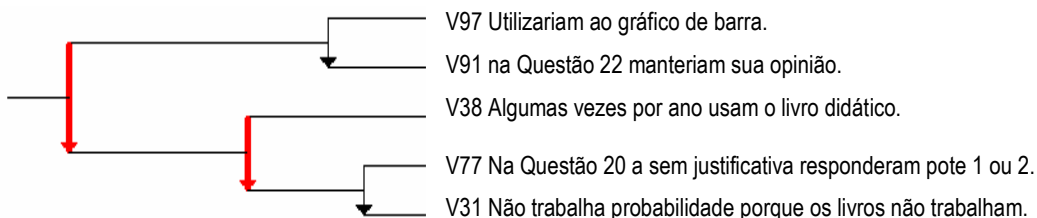


Figura 19: Recursos pedagógicos utilizados pelo professor

A Figura 19 mostra dois nós significativos sendo o primeiro nó representado pelas variáveis principais (V38 → (V77 → V31) de índice de coesão igual a 0, 826. O que nos permite indicar que se estes professores, algumas vezes por ano, utilizam o livro didático, então, ao serem indagados sobre a

questão 20a escolheriam um dos potes sem justificar e nunca trabalham probabilidade porque os livros não abordam.

A variável típica e a variável que contribui para esta classe também é a (V16 o que significa dizer que o professor tem uma formação com bacharelado em Matemática com um risco de 0,118).

O segundo nó desta análise está sendo representado pelas variáveis ((V57 → V24) → ((V48 → V67) → V95)) que apresentam um índice de coesão igual a 0.725. O que nos permite indicar que estes professores, algumas vezes por mês, utilizam a calculadora e a Estatística é complexa para o Ensino Fundamental, então, algumas vezes por semana utilizam a sala de informática, nunca lidando com problemas com mais de uma resposta e ao serem indagados se havia uma variação na tabela a solução foi feita pela associação pelo valor máximo.

A variável típica e a variável que contribui para esta classe, também, é a (V16 o que significa dizer que o professor tem uma formação com bacharelado em Matemática com um risco de 0,118).

Os professores que responderam o instrumento, têm como formação o bacharelado e outra formação ensinando estatística na 5^a, 7^a e 8^a séries alegando que é muito complexo para estes alunos. A variável típica a esta classe é V17 significa que o professor tem outra formação com um risco de 0,0183 e a variável que contribui para esta classe é a (V17 com um risco de 0,0721) que significa que o professor tem uma formação com bacharelado em Matemática com um risco de 0,0528.

3.3. Conclusão Da Análise Hierárquica E Coesitiva

A análise de nosso instrumento diagnóstico, auxiliada pelo software C.H.I.C. por meio das árvores de similaridade e de coesão, permitiu identificar se os docentes observaram os conceitos estatísticos já descritos no capítulo 2.

O conhecimento matemático, componente dos dados apontado por Gal (2002) e contemplado por Watson (1998) e (Garfield 2002) citados no capítulo 2, destacou os conceitos de número, decimais e porcentagem, como essenciais ao desenvolvimento de habilidades estatísticas. No entanto, em nossa análise do instrumento-diagnóstico, os professores não reconheceram tais conceitos na formação do pensamento estatístico quando apresentaram suas respostas.

Do conhecimento estatístico (componente do conhecimento; Gal, 2002) os autores consideram como noções básicas: os conceitos de média aritmética, moda e mediana, medidas de tendência central, bem como o reconhecimento de dados. Infelizmente, nossa análise não apresenta estas concepções.

Quando perguntado sobre a variação da tabela contida no instrumento de pesquisa, verificou-se que o professor ao associar a variação pelo valor máximo, confirmou que a variação da tabela discreta apresentada no instrumento-diagnóstico seria na sexta-feira, porque o número de aniversariantes era maior nesse dia, ou seja, eles não efetuaram cálculos ou análises para concluir se existia variação ou não nesta tabela. Podemos concluir que, por desconhecimento ou por não aperfeiçoamento dos professores sobre o assunto abordado, os mesmos não conseguiram desenvolver as atividades propostas.

Outro elemento constituinte do pensamento estatístico bastante citado no capítulo 2, refere-se às representações tabulares e gráficas pertencentes ao

conhecimento procedimental (GAL, 2002) e ao pensamento específico denominado de transnumeração.

Segundo Moraes (2006), os livros didáticos exploram demasiadamente as representações gráficas e tabulares, sem associá-las à análise e ao estudo da variação de dados, sendo estes, na maioria das vezes, discretos. Além disso, as tarefas solicitam interpretações simples de gráficos ou tabelas e, ainda, as construções dos mesmos com prioridade para o gráfico de colunas. Nos livros não percebemos, também, a articulação entre as representações que caracterizam o processo de transnumeração. Podendo supor que, apesar do trabalho anunciado sobre tabelas e gráficos, este não é suficiente para a construção do pensamento estatístico. Na verdade, os docentes consideram o registro pelo registro, esquecendo-se dos conceitos matemáticos, estatísticos e do contexto mobilizado em tais representações.

A análise nos permitiu uma observação relacionando o tempo de atuação dos docentes com o ensino da estatística e probabilidade, evidenciando que no grupo pesquisado, a maior parte dos professores tem, aproximadamente, de 29 a 33 anos de idade e de 7 a 18 anos de magistério; tendo uma visão muito simples da estatística e probabilidade; não identificando os conceitos citados no capítulo 2 e, até mesmo, os conhecimentos matemáticos para uma boa interpretação dos dados estatísticos e probabilísticos.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa teve como objetivo investigar as concepções dos professores de Matemática do Ensino Fundamental II sobre os componentes e a formação do pensamento estatístico e probabilístico. A fundamentação teórica baseou-se no pensamento estatístico, seus componentes e habilidades propostas por Gal (2002) e contempladas por Watson (1998), pelos níveis de alfabetização estatístico, segundo Shamos (1995) apud Gal (2002), o analfabetismo funcional segundo INAF.

Para este estudo teórico, apresentamos concepções sobre o pensamento estatístico, investigando os componentes do conhecimento matemático, estatístico, probabilístico e de variabilidade, visando a responder à seguinte questão da pesquisa:

Qual o nível de alfabetização estatística que podemos identificar nos professores de Matemática do Ensino Fundamental II pesquisados?

Na tentativa de responder a esta questão, buscamos identificar os níveis de alfabetismo dos professores por meio de um instrumento-diagnóstico. Neste questionário, além das informações pessoais e profissionais, cada professor foi convidado a analisar e resolver situações-problema, envolvendo o pensamento estatístico e probabilístico.

Assim, as situações-problema favorecem e contribuem para o desenvolvimento do pensamento estatístico, mesmo no nível cultural, já que o docente limita-se ao ensino dos conhecimentos procedimentais e matemáticos,

por não dominar os conhecimentos estatísticos e de contexto adequados a este nível de letramento.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais propõem o desenvolvimento de habilidades estatísticas e probabilísticas mais abrangentes que as do nível cultural e mais coerentes com o letramento no nível funcional indicado para esse contexto.

Os docentes pesquisados utilizam-se de conceitos estatísticos, tendo a nítida impressão que estão corretos. Para desenvolver estes conceitos, no meu entender o certo seria nortear seu trabalho, usando as tarefas sugeridas nos livros didáticos desenvolvendo, assim, a alfabetização de seus alunos.

Entretanto, o docente acaba reforçando que existe uma concepção errônea da estatística e da probabilidade, numa visão tecnicista e limitada a interpretações simples de dados em registros tabulares e gráficos. Assim, podemos responder nossa primeira questão da pesquisa.

Concluimos que nossa pesquisa aponta para uma convergência entre os Parâmetros Curriculares Nacionais e as tarefas propostas nos livros didáticos, segundo Moraes (2006). No entanto, os resultados mostram que existem dificuldades no ensino de estatística e probabilidade, que podemos propiciar por meio de situações-problema que levem o aluno a coletar, organizar, analisar dados, construir, interpretar tabelas e gráficos (colunas, segmentos e setores), a fim de formular argumentos convincentes que permitam uma tomada de decisão consciente, ou seja, contemplando a alfabetização estatística em um nível.

Como os professores não utilizam o livro ou outro material didático pedagógico para ministrarem suas aulas, acabam indo contra a recomendação dos Parâmetros Curriculares Nacionais.

A análise e o estudo da variação não são estimulados, contribuindo para a difusão de uma visão equivocada do professor sobre o ensino da estatística. Relação esta reforçada pelas respostas obtidas em nosso instrumento diagnóstico, bem como pela dificuldade enfrentada pelos professores ao respondê-las.

O fato evidencia uma ruptura na formação do pensamento estatístico, visto que as pesquisas orientam um trabalho voltado ao desenvolvimento do letramento funcional, enquanto o docente utiliza poucos esforços no desenvolvimento do letramento no nível cultural. Estas rupturas podem ser comprovadas pelas atividades propostas em livros didáticos e analisadas por Moraes (2006), uma vez que eles propõem um número insuficiente de situações que envolvam a coleta e a representação de dados em tabelas e gráficos (colunas, segmentos, setores), bem como a transnumeração existente entre eles, capaz de explorar a passagem do registro tabular ao gráfico e vice-versa em todas as possibilidades, além da análise e estudo da variação dos dados, estimulando, assim, uma tomada de decisões.

Nossa análise comprova que a grande maioria dos professores pesquisados não atendem as exigências do nível cultural da alfabetização estatística, já que nem sempre analisam e interpretam resultados de pesquisa que possibilitem uma resposta adequada ao problema, nem estudam a variação existente nesses dados, não dando, assim, reais condições ao aluno de tomar decisões baseadas nos dados, inclusive, muitos não atingem o nível funcional.

Dos componentes do conhecimento proposto por Gal (2002), percebemos na pesquisa que apenas os conhecimentos matemáticos são reconhecidos pela maioria dos professores. O conceito de sistema de coordenadas cartesianas é

trabalhado sem a devida sistematização, fato que não contribui para uma compreensão das representações gráficas utilizadas para resumir os dados.

Na perspectiva de Shamos (1995), o sujeito passa pelos níveis estatísticos, conforme desenvolve o pensamento estatístico. A pesquisa revela que os professores do Ensino Fundamental trabalham apenas com o pensamento estatístico no nível cultural.

Desta forma, tendo em vista os resultados apontados neste trabalho, é de se esperar que nossos alunos tenham dificuldades na aprendizagem da estatística ou probabilidade seja na escola básica ou em cursos mais avançados. Portanto, percebemos a necessidade de um número maior de pesquisas investigando o pensamento estatístico e probabilístico em todos os níveis de escolaridade e de trabalhos futuros que auxiliem o professor em sua prática docente, de modo a complementar satisfatoriamente as atividades propostas que fomentem discussões que, certamente, contribuirão para desenvolver habilidades estatísticas e probabilísticas.

Acreditamos que a formação do pensamento estatístico e probabilístico seja fundamental para a aprendizagem da estatística e da probabilidade, assim como um caminho possível que minimize os problemas já existentes nessa área de conhecimento.

Nesse sentido, nosso estudo aponta um caminho que possibilita incorporar efetivamente o ensino da estatística e probabilidade no Ensino Fundamental, por meio de estudos e pesquisas futuras que indiquem uma complementação do trabalho docente na passagem da alfabetização estatística, do nível cultural para outro nível do conhecimento, por meio de situações ou seqüências didáticas que estimulem a coleta, organização, análise e estudo da variação dos dados, bem

como explorem a transnumeração dos registros tabulares e gráficos, explorando o letramento no nível funcional auxiliando, assim, a passagem desse nível ao científico.

REFERÊNCIAS

BOLÍVAR, Antonio (org.). Profissão Professor: o itinerário profissional e a construção da escola. Trad. Gilson César Cardoso de Souza. Bauru-SP: EDUSC, 2002.

BRASIL, SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemáticas (3o e 4o ciclos do Ensino Fundamental). Brasília: SEF/MEC, 1998.

BRASIL, SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemáticas (1o e 2o ciclos do Ensino Fundamental). Brasília: SEF/MEC, 1997.

COUTINHO, C. Q. S.; GONÇALVES, M. ; MORAIS, T. M. R. A análise de livros didáticos como ferramenta docente. In: VIII ENEM. Recife, PE: Anais... Recife: MEC, 2004.

COUTINHO, C.Q.S; Introdução ao conceito de probabilidade por uma visão frequentista. Estudo epistemológico e didático. 1994. nf.151. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. PUC/SP. São Paulo.

GAL, I (2002) *Adult's Statistical Literacy: Meanings, Components, responsibilities* - Appeared in: *Internacional Statistical Review*, 2002,70 (1), 1-25.

GARFIELD, J. O desafio de desenvolver o raciocínio estatístico, Universidade de Minnesota, *Jornal de Educação Estatística*, vol. 10; n 3 (2002)

GARFIELD, J., E GAL, I. (1997), "ensinando e avaliando o raciocínio estatístico," em desenvolver o raciocínio matemático nas classes K-12, ed. L. Duro, Reston, VA: Professores do conselho nacional da matemática.

GONÇALVES, M. C; Concepções dos professores e o ensino de probabilidade na escola básica. 2004. nf.149. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática PUC/SP. São Paulo.

(INAF) INSTITUTO PAULO MONTENEGRO 2002 e 2004- Acesso em 10/02/07
http://www.ipm.org.br/an_ind_inaf_2.php

LOPES, C. A. E A. Probabilidade e a Estatística no Ensino Fundamental: uma análise curricular. Dissertação(Mestrado em Educação) UNICAMP- Faculdade de Educação Campinas,1998. 125p.

LOPES, C.A.E. Literária estatística e INAF (2002). In: Fonseca M. C. (Org) Letramento no Brasil – habilidades matemáticas. Cidade: Global. P. 187 – 97

MORAES, TULA MARIA ROCHA; Um Estudo Sobre O Pensamento Estatístico: “Componentes E Habilidades” 2006. nf.137. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática PUC/SP. São Paulo

PAULO FREIRE (2001). Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa. 17ª edição. São Paulo, Paz e Terra.

PROFISSÃO PROFESSOR: o itinerário profissional e a construção da escola/ Antonio Bolívar(dir.);tradução de Gilson César Cardoso de Souza – Bauru – SP Edusp - 2002.

SNEE (1990, p.118, apud Pfannkuch e Wild, 1999) defined statistical thinking as “thought processes, which recognize that variation is all around us and present in everything we do, all work reducing variation provide opportunities for omprovement”.

VERGNAUD, G., (1991) La théorie des champs conceptuels, Recherches en Didactique des mathématiques, 10/2.3, pp 133-169

VÁRIOS GRUPOS DE PESQUISA FORAM CRIADOS, DENTRE ELES: ISI (Institute International Statistical), fundado em 1885, após um congresso internacional realizado em Quetelet- Bruxelas (1853) sendo composto atualmente por cinco secções, das quais, a última é o IASE (International Association for Statistical Education) criado em 1991; O ISI, a comissão inter- IREM (Instituto de pesquisa sobre o ensino de matemática) de Probabilidade e Estatística; o grupo coordenado por Carmem Batanero na Universidad de Granada e o GT12 da SBEM (Sociedade Brasileira de Educação Matemática).

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR

ALMOULOU, S.AG. Dificuldades e obstáculos ao pensamento estatístico e probabilístico. Santos: SIPEM, 2003.

Batanero, C. (2000). ¿Hacia dónde va la educación estadística? *Blaix*, 15, 2-13.

BATANERO, C. et al. Errors and difficulties in understanding elementary statistical concepts. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, [25 (4 0, 527-547)]. Disponível em: < [http:// www.ugr.es/batanero](http://www.ugr.es/batanero)>. Acesso em: 15 abr. 2003.

Batanero, C., Estepa, A. y Godino, J. D. (1991). Análisis exploratorio de datos: sus posibilidades en la enseñanza secundaria. *Suma*, 9, 25-31.

Batanero, C., Los retos de la cultura estadística www.ugr.es/~batanero/ListadoEstadistica.htm>. Acesso em: 15 abr. 2003.

Celso Ribeiro Campos, Maria Lucia Lorenzetti Wadewotzki A didática da estatística: Soluções para a sala de aula.

COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva; Introdução ao Conceito de probabilidade por uma visão frequentista. 1994. Número de folhas 151. Dissertação Mestrado em Educação Matemática - PUC/SP, São Paulo.

COUTINHO, C.Q.S. (2001). *Introduction aux situations aléatoires dès le Collège: de la modélisation à la simulation d'expériences de Bernoulli dans l'environnement informatique Cabri-géomètre II*. Tese de doutorado. Université Joseph Fourier. França.

COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva; Percepção da aleatoriedade e o ensino de probabilidades: Um projeto para formação continuada dos professores.

Freire, Paulo. Consciência, teoria e prática da libertação: uma introdução ao pensamento de Freire. São Paulo: Cortez, Moraes, 1980.

Freire, Paulo. Pedagogia da Autonomia, saberes necessários a prática educativa. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1999.

Godino, J. D. (1995). ¿Qué aportan los ordenadores al aprendizaje y la enseñanza de la estadística? UNO, 5, 45-56.

Guimarães. R.C; Cabral , J.A. Estatística. Lisboa: Mc Grw-Hill 1997

Santos, S. S; A formação do professor não especialista em conceitos elementares do bloco. Tratamento de Informação: um estudo de caso no ambiente computacional. 2003. Número de folhas 127. Dissertação Mestrado em Educação Matemática - PUC/SP, São Paulo.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. Proposta Curricular para o ensino de Matemática: 1º grau. 4.ed.São Paulo: /CENP 1991.

Significado y comprensión de las medidas de posición central. UNO, 25 (p. 41-58), 2000. Disponível em: < <http://www.ugr.es/~batanero/ListadoEstadistica.htm>>. Acesso em: 10/05/2006

COUTINHO, C. Q. S.; GONÇALVES, M. ; MORAIS, T. M. R. A análise de livros didáticos como ferramenta docente.In: VIII ENEM. Recife, PE: **Anais...** Recife: MEC, 2004.

ANEXO

Métodos de análise de dados praticados no software CHIC

Estas notas, intuitivas e poucas técnicas, têm por finalidade guiar o usuário em suas primeiras interpretações. Os argumentos teóricos são apresentados nas obras e artigos citados nas referências acima.

Análise das similaridades segundo I.C. Lerman

Indícios de similaridade

Como em todos os métodos de classificação, procuramos constituir, em um conjunto V das variáveis, partições de V cada vez menos finas, construídas de maneira ascendente. Essas partições encaixadas são representadas por uma árvore construída usando um critério de similaridade ou de semelhança estatística entre variáveis. A similaridade se define a partir do cruzamento do conjunto V das variáveis com um conjunto E de sujeitos (ou de objetos). Este tipo de análise permite ao usuário estudar e depois interpretar, em termos de tipologia e de semelhança (e não semelhança) decrescente, classes de variáveis, constituídas significativamente a certos níveis da árvore e se opondo a outros nestes mesmos níveis.

O **critério de similaridade** se exprime da maneira seguinte nos casos das variáveis binárias (presença – ausência, verdadeiro – falso, sim – não, etc...):

2 variáveis a e b , satisfeitas respectivamente por sub-conjuntos (suportes) A e B de E , são muito semelhantes quando o número k dos sujeitos que os verificam

simultaneamente (ou seja os elementos de a^b é importante de um lado, pelo que teria sido no caso da ausência de ligação entre a e b, e por outro lado, com relação aos cardinais de E, A e B. Medimos esta semelhança pela probabilidade que k seja superior ao número aleatório esperado nesta situação na qual somente o acaso interviria. O índice correspondente entre as variáveis não é então modificado, desviado pelo tamanho de a^b e não coincide então com o coeficiente de correlação linear.

A modelagem probabilista da variável aleatória, cujo k é a realização presente, pode ser **binomial** ou de Poisson à escolha do usuário. A segunda supõe que E seja uma amostra de uma população mãe mais ampla, o que a primeira não supõe. Se E não tem nenhuma razão estatística a priori de ser representativo, é preferível usar o modelo binomial que analisa a estrutura de E enquanto tal. Quando os parâmetros o permitem, uma aproximação gaussiana destas duas leis é efetuada.

O índice de similaridade entre variáveis serve em seguida para definir um índice de similaridade entre duas classes de variáveis segundo este mesmo princípio de comparação entre a observação e o que seria dado pelo acaso. Um índice, dito de coesão, permite não mais reagrupar as classes quando esse reagrupamento é feito “contra – natureza”, isto é, quando o índice de similaridade entre as classes, em processo de reagrupamento, apresenta um índice de coesão muito fraco.

Árvore de similaridade

Assim, para construir uma árvore de similaridade, reunimos em uma classe de primeiro nível, primeiramente, as 2 variáveis que são mais similares no sentido do índice de similaridade, depois 2 outras variáveis ou uma variável e a classe já

formada no sentido do índice da classe, e depois outras variáveis ou classes de variáveis.

Na situação acima b e d são mais semelhantes que todos os outros pares de variáveis.

Elas são reunidas no nível 1 da árvore hierárquica. Depois a classe (a, b, d) apresenta uma melhor agregação que todos os outros pares. Ela é formada no nível 2. Em seguida, o par (e, f), reunido no nível 3, é tem mais semelhança que toda a extensão de (a, b, d). Depois a extensão (a, b, d, c), formada no nível 4, é melhor que toda a extensão de (e, f). As duas classes (a, b, d, c) e (e,f) se opõem neste nível e, sua reunião tendo uma coesão nula, não se reagrupam.

Níveis e nós significativos

Um critério estatístico permite saber quais são os níveis significativos da árvore de similaridade entre todos os níveis constituídos. São os níveis em que se formam uma partição e classes que estão mais em acordo com os indícios de similaridade iniciais. Cada nó significativo está associado à classe obtida nesse nível. A partição pode corresponder à tipologia mais consistente para o número de classes que se formaram. Por exemplo, acima, os níveis 1 e 4 são significativos. Duas outras informações são susceptíveis de ajudar na interpretação da árvore: a tipicidade e a contribuição. Falaremos do assunto um pouco mais adiante com a teoria implicativa.

Tipicidade

Certos sujeitos são típicos do comportamento do conjunto da população no sentido seguinte: no estudo da similaridade, eles atribuem ao conjunto das

variáveis valores compatíveis com as similaridades constituídas sobre essas variáveis pela população. Se as variáveis suplementares foram definidas pelo usuário, obteremos assim a tipicidade dessas variáveis a partir das tipicidade dos indivíduos que as satisfazem. Por exemplo, no decorrer de uma pesquisa sócio-profissional, serão os auxiliares administrativos que serão típicos do comportamento de uma população de pessoas ativas.

Contribuição

É possível conhecer a contribuição a cada uma das classes de cada um dos sujeitos e então das variáveis suplementares. Cada umas dessas últimas contribui mais ou menos na formação da classe: isto significa que os valores que eles dão às variáveis vão no sentido de suas similaridades. R. Gras e H. Ratsimba-Rajohn elaboraram um critério que permite avaliar essa contribuição relativamente a cada uma das classes. Cada uma delas contribui. Por exemplo, em um questionário de atitude, podemos evidenciar, a “responsabilidade” das mulheres de idade entre 30 e 40 anos na existência de uma certa classe de variáveis principais (ou ativas), o que quer dizer que elas participaram na construção da hierarquia.

Análise das implicações entre variáveis e classe de variáveis

Índices de implicação

O estudo continua sendo feito sobre o cruzamento de um conjunto de variáveis V e de um conjunto de sujeitos E. No caso prototípico das variáveis

binárias, queremos dar um sentido estatístico a expressões como: “quando se observa sobre um sujeito de E a variável a, em geral observa-se a variável b”. Trata-se então de procurar um modelo estatístico de uma quase implicação do tipo: “ Se a então quase b”, a implicação lógica estrita sendo raramente satisfeita.

A esta quase implicação é associada semanticamente uma **regra**, um tipo de teorema que liga uma premissa e uma conclusão. Vemos assim a diferença entre o método de análise de similaridades que é simétrico e o método implicativo que é, por essência, não simétrico.

Partindo dos sub-conjuntos A e B, suportes respectivos de a e b, nós interessamos na medida do sub-conjunto dos contra-exemplos da implicação, a saber as ocorrências da propriedade $(b \wedge \neg a)$ do suporte $A \wedge \neg B$ ($\neg B$ sendo o complementar de B em E). O número k de contra-exemplos é considerado como a realização de uma variável aleatória de um modelo de **Poisson** ou de um modelo **binomial**, um e outro aproximados pela lei de Gauss quando é legitimado pelos parâmetros. O modelo de Poisson é mais severo que o modelo binomial.

Intuitivamente, diremos que a implicação é admissível no índice de confiança α se a probabilidade que essa variável aleatória seja superior a k é ela mesma superior a $1 - \alpha$. Isto é, quanto mais k for pequeno, em relação as ocorrências de a e b e o tamanho de E, mais a implicação é surpreendentemente grande, então admissível e, sem dúvidas, portadora de um sentido. O número $1 - \alpha$ é o **índice de implicação** dito **da teoria clássica**. O valor 0.95 representa um bom valor de admissibilidade quando n, a e b ultrapassam muitas dezenas de unidades.

Portanto, quando o tamanho das amostras alcança várias centenas, ver milhares ou mesmo centenas de milhares, dispomos de uma modelagem mais

complexa, mas mais adequada, pois ela permite estimar não somente a qualidade da implicação direta de $a \Rightarrow b$, mas igualmente sua recíproca $\neg b \Rightarrow \neg a$. Esta modelagem é chamada entrópica, pois ela faz apelo a qualidade da informação recolhida pelos desequilíbrios respectivos dos casos $((a^b)$ e $(a^{\neg b})$, e depois $((\neg a^{\neg b})$ e $(a^{\neg b})$, desequilíbrio que mede a **entropia** no sentido de Shannon. O índice que o corresponde é chamado de **índice de implicação - inclusão** pois ele mede mais fielmente a quase inclusão de A em B.

Grafo implicativo

Um grafo implicativo traduz graficamente a rede de relações quase implicativas entre as variáveis de V. O intervalo de confiança da aparição de arcos ou flechas do grafo é controlável pelo usuário que pode, a sua vontade, aumentar ou diminuir seu número. A transitividade, que pilota a interpretação em termos de caminhos, é aceita a um intervalo de confiança de 0,50.

Durante a análise, podemos nos concentrar unicamente na procura de arcos em “**Amon**” (“pais” ou fontes) de um pico de um grafo e em “**aval**” (“filhos” ou “crianças”) deste mesmo pico.

Para isto, basta pedir um cone de origem o pico escolhido. A partir da opção de menu, mas igualmente durante este trabalho, é possível mudar o tamanho da janela de trabalho, o que permite se concentrar na organização dos arcos sobre uma parte do grafo. Além disso, o software sendo bem conhecido “APRIORI”, CHIC permite estudar as conjunções das variáveis. Para isto, procuraremos entre as conjunções de 2 variáveis (então 3 variáveis em jogo: conjunção de 2 variáveis implicando uma variável), 3,4, etc. (respectivamente 4,

5, etc. variáveis em jogo), as que apresentam uma originalidade dada. Esse índice leva em consideração a implicação, implicação entrópica, o suporte das variáveis e certas “confidência”. Por exemplo, se pedimos, a um intervalo de confiança de originalidade de 0.80, considerar todas as conjunções pondo 5 variáveis em jogo, seja a conjunção de 4 para a qual procuramos a implicação com a 5ª, CHIC calculará todas as implicações possíveis das conjunções de 2, 3 e 4 variáveis retendo as que aparecem no intervalo de confiança de 0.80. Se este intervalo é mudado, o grafo logicamente também o será.

Árvore

O índice de implicação entre duas variáveis é estendido ao cálculo da coesão da classe. Esta última dá conta da qualidade da implicação orientada dentro de uma classe de variáveis e traduz a noção de meta-regra ou regra sobre regra.

Uma hierarquia ascendente ou árvore coesiva traduz graficamente o encaixamento sucessivo das classes constituídas segundo o critério de coesão que é decrescente segundo os níveis (no sentido contrário da formação das classes de variáveis) da hierarquia. Um intervalo de confiança de parada sobre a coesão permite evitar a constituição das classes que não têm sentido implicativo, o que não se produz nas hierarquias clássicas, mas fica mais conforme a semântica.

Níveis e nós significativos

As noções de nível e de nós significativos, como precedentemente, sublinhados por uma flecha vermelha assinala ao usuário as classes sobre os quais ele deve ter mais atenção no fato de sua melhor conformidade com os indícios de implicação iniciais.

Na representação abaixo, observamos que no primeiro nível, se forma uma classe ordenada (b,c) do fato que a implicação de b sobre c é a mais forte entre todas as implicações possíveis entre variáveis. A ele, corresponde necessariamente um nó significativo. Em seguida, no nível 2 uma meta-regra aparece de a sobre (b,c). Ela se interpreta, por exemplo, da maneira seguinte: se a é verdadeiro então (se b é verdadeiro então c) é geralmente; $(a \Rightarrow b) \Rightarrow c$ é equivalente a $a \wedge b \Rightarrow c$. No nível 4 se forma a regra (e,f). A variável d não implica e não é implicada por nenhuma outra.

Tipicalidade e contribuição

Que se trate dos caminhos do grafo implicativo ou das classes coesivas, é interessante conhecer qual é a responsabilidade dos sujeitos e das variáveis suplementares em suas formações, como foi feito para a similaridade. Esta opção é possível, de duas maneiras:

- Primeiramente, pelo cálculo do valor da tipicalidade de um sujeito x caracterizando sua conformidade ou sua quase conformidade à tendência geral dada pela intensidade da implicação.
- Inclusão de uma variável a sobre uma variável b. Por exemplo, se x toma o valor $a(x)=0,2$ segundo a e o valor $b(x)=0,9$ segundo b, sua responsabilidade com relação à implicação $a \Rightarrow b$ é 0,73. Além de mais, se

a intensidade da implicação de a sobre b é 0,75, x é mais típico que o sujeito y que teria a responsabilidade de 0,95. Definimos alias a distância de x à regra $a \Rightarrow b$ a partir desta responsabilidade. Essa distância varia entre 0 e 1. O valor da tipicidade é o complemento a 1 desta distância. Ela pode ser estendida ao conjunto de relações de um caminho do grafo implicativo ou ao de uma classe da hierarquia coesiva. Os sujeitos que teriam um valor muito bom de tipicidade poderiam ser considerados como prototípicos da população. Podemos saber qual é o grupo ótimo dos sujeitos que são os mais típicos de um caminho ou de uma classe e tirar a variável suplementar a mais típica deste caminho ou desta classe. A

- Em seguida, pelo cálculo da conformidade lógica de um sujeito x à existência de um arco do grafo levando em consideração o intervalo de confiança escolhido, ou da hierarquia. Por exemplo, se o arco (a, b) aparece sobre o grafo ou na árvore, qual que seja a intensidade da implicação de a sobre b , diremos que esta conformidade é igual a 1 e que ela é igual a 0 no caso contrário. Daí deduz-se a distância de x e a contribuição de x à regra $a \Rightarrow b$ é igual ao complemento desta distância. Estendida a um caminho e a uma classe, ela permite estabelecer o grupo ótimo contributivo, e depois a variável suplementar a mais contributiva ao caminho ou à classe. Essas informações são úteis para orientar o usuário para analisar a ligação de tal ou tal grupo de sujeitos relativamente às regras ou meta-regras particulares.

APÊNDICE

APÊNDICE A – O Instrumento Diagnóstico

Codificação das variáveis principais e suplementares de nosso instrumento diagnóstico

1) Gênero:

- a) () Masculino (V1 s)
- b) () Feminino (V2 s)

2) Faixa etária (em anos completos):

- a) () 21 a 28 (V3 s)
- b) () 29 a 33 (V4 s)
- c) () 34 a 40 (V5 s)
- d) () 41 a 55 (V6 s)
- e) () mais que 55 (V7 s)

3) Tempo de magistério (em anos completos):

- a) () 1 a 3 (V8 s)
- b) () 04 a 6 (V9 s)
- c) () 7 a 18 (V10 s)
- d) () 19 a 30 (V11 s)
- e) () mais de 30 (V12 s)

4) No momento leciono:

- a) () Rede Pública (V13 s)
- b) () Rede Particular (V14 s)

5) Formação inicial:

- a) () Licenciatura em Matemática. (V15 s)
- b) () Bacharel em Matemática. (V16 s)
- c) () Outra formação. (V17 s)

6) Série nas quais trabalha estatística:

- a) () Quinta série. (V18)
- b) () Sexta série. (V19)
- c) () Sétima série. (V20)
- e) () Oitava série (V21)

7) Caso não aborde esse conteúdo no E.F., justifique:

- a) () os livros didáticos não abordam esse conteúdo (V22)
- b) () Não domino esse assunto (V23)
- c) () esse conteúdo é complexo para o Ensino fundamental (V24)
- d) () os alunos não entendem (V25)
- e) () outros. Qual (is)? (V26)

8) Séries nas quais trabalha probabilidade:

- a) () Quinta série. (V27)
- b) () Sexta série. (V28)
- c) () Sétima série. (V29)
- d) () Oitava série (V30)

9) Caso não aborde esse conteúdo no EF, justifique.

- a) () os livros didáticos não abordam esse conteúdo (V31)
- b) () Não domino esse assunto (V32)
- c) () esse conteúdo é complexo para o Ensino Fundamental (V33)
- d) () os alunos não entendem (V34)
- e) () outros. Qual (is)? (V35)

Nos itens abaixo, indique com que frequência você utiliza, em suas aulas de probabilidade e estatística, os recursos pedagógicos citados.

	Algumas vezes por semana	algumas vezes por mês	algumas vezes por ano	nunca
10) atividades do livro didático	(A) (V36)	(B) (V37)	(C) (V38)	(D) (V39)
11) Jogos e quebra Cabeça	(A) (V40)	(B) (V41)	(C) (V42)	(D) (V43)
12) Coleta e análise de dados e informações	(A) (V44)	(B) (V45)	(C) (V46)	(D) (V47)
13) Laboratório de informática	(A) (V48)	(B) (V49)	(C) (V50)	(D) (V51)
14) Jornais e Revistas	(A) (V52)	(B) (V53)	(C) (V54)	(D) (V55)
15) Calculadoras	(A) (V56)	(B) (V57)	(C) (V58)	(D) (V59)

Nos itens abaixo, indique com que freqüência as suas aulas de probabilidade e estatística têm possibilitado aos seus alunos

	Algumas vezes Por semana	algumas vezes por mês	algumas vezes por ano	nunca
16) Interpretar resultados numéricos para dar uma resposta adequada ao problema.	(A) (V60)	(B) (V61)	(C) (V62)	(D) (V63)
17) Lidar com problemas que possibilitem mais e uma resposta.	(A) (V64)	(B) (V65)	(C) (V66)	(D) (V67)
18) Falar sobre as soluções encontradas, discutindo os processos utilizados.	(A) (V68)	(B) (V69)	(C) (V70)	(D) (V71)
19) Conversar sobre resultados de pesquisas ou sobre os dados coletados.	(A) (V72)	(B) (V73)	(C) (V74)	(D) (V75)

PARTE C

20) Consideremos os dois potes não transparentes, com balas envelopadas exatamente da mesma maneira e, portanto, indistinguíveis ao tato:

Pote 1



Pote 2



Pote 1: 8 balas de baunilha e 23 balas de morango:

Pote 2: 744 balas de baunilha e 2.200 balas de morango:

a) Se quisermos uma bala de baunilha, em qual dos dois potes você acredita que teremos mais chance de obter sucesso, escolhendo uma bala ao acaso?

Categorização das respostas:

- I - Associação pelo raciocínio aditivo V(76)
- II - Pote 1 ou 2 sem justificativa. V(77)
- III - Pote 1 por transferência da probabilidade em porcentagem V(78)

b) O que você entende por chance neste problema?

Categorização das respostas:

- I - O mesmo que probabilidade. V(79)
- II - O mesmo que possibilidade. V(80)
- III - O mesmo que sorte. V(81)

c) Como você acredita que um aluno do Ensino Fundamental II resolveria esse problema?

Categorização das respostas:

- I – Pela quantidade de balas contidas no pote; V(82)
- II – Dificilmente conseguiriam e chutariam; V(83)
- III – Não respondiam; V(84)

21) Imaginemos que queremos sortear um aluno na sala de aula. Qual a chance de seu aniversário em 2006 cair no domingo? Justifique.

Categorização das respostas:

- I – 48 chances em 365 V(85)
- II – 1 em 52 V(86)
- III – 1 em 7 V(87)
- IV – 7 V(88)
- V – outra v(89)
- V – sem resposta V(90)

22) Na escola, a secretaria informa que, dos 5000 alunos matriculados, 740 comemoram seu aniversário no ano de 2006 em um domingo. Voltando ao

problema anterior, que resposta você daria? Manteria sua opinião ou mudaria?

Justifique:

Categorização das respostas:

- I – Calcula $\frac{740}{5000}$ mas não compara com a questão anterior V(91)
- II – Calcula $\frac{740}{5000}$ e compara com a questão anterior V(92)
- III – Não calcula e muda de opinião V(93)
- VI – Não calcula e não muda de opinião V(94)

23) Um professor de Matemática do Ensino Fundamental apresenta na tabela abaixo a quantidade de alunos aniversariantes por dia de semana:

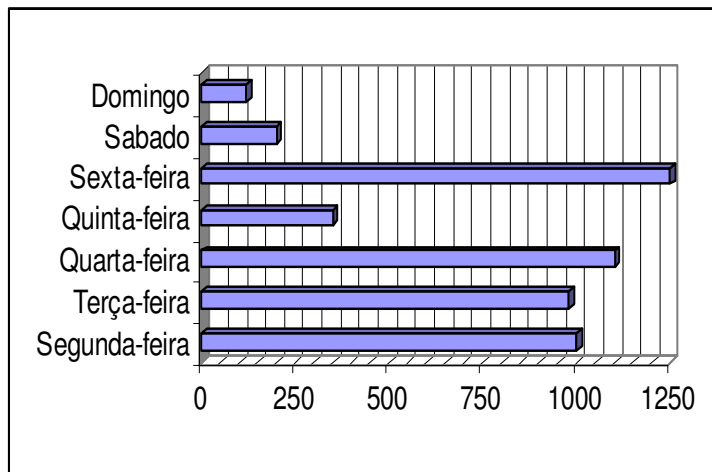
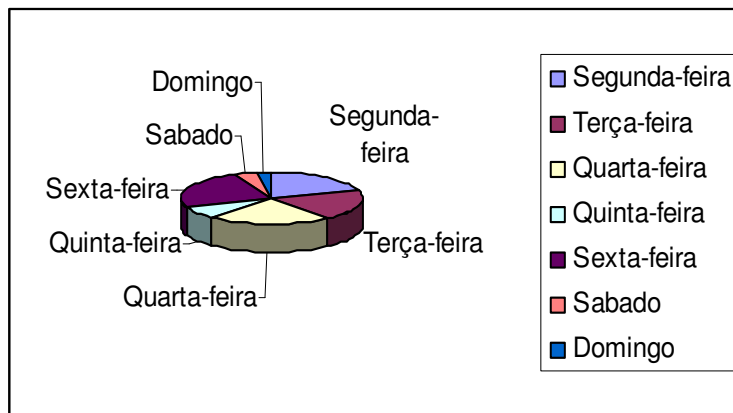
Dias da semana	Alunos aniversariantes
Segunda-feira	1.000
Terça-feira	980
Quarta-feira	1.100
Quinta-feira	350
Sexta-feira	1.250
Sabado	200
Domingo	120
Total	5.000

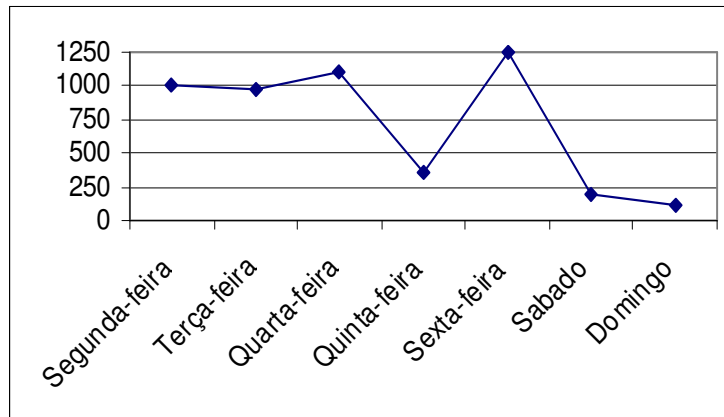
- a) O que se pode dizer sobre a variação do número de aniversários por dia da semana no período observado?

Categorização das respostas:

- I – Não tem variação definida V (95)
- II – Sem resposta V(96)
- III – Assimilação da variação com valor máximo. (moda) V(97)

b) Comente os gráficos abaixo, dizendo qual o que melhor explica o que melhor representa a distribuição dos aniversários ao longo da semana.





Categorização das respostas:

- I – Gráfico de setores V(98)
- I – Gráfico de barras V(99)
- III – Todos são iguais V(99)
- IV – Sem respostas V(100)

APÊNDICE B - Tipicidade das Árvores Hierárquicas

**TIPICALIDADE APRESENTADA NA ÁRVORE DE
SIMILARIDADE**

Subclasse

1.

- Classificação ao nível: 9 : (V19 V28) similaridade : 0,993828
- A variável típica a esta classe é V18 (Professor trabalha estatística na 5ª série) com um risco de : 0,0903.
- A variável que contribui mais a esta classe é V18 (Professor trabalha estatística na 5ª série) com um risco de : 0,0903

2.

- Classificação ao nível: 4 : (V45 V68) similaridade : 0,997135.
- A variável típica a esta classe é V17(Professor tem outra formação sem ser bacharel ou licenciado) com um risco de : 0,13.
- A variável que contribui mais a esta classe é V17(Professor tem outra formação sem ser bacharel ou licenciado) com um risco de : 0,13.

3.

- Classificação ao nível: 17 : ((V23 V53) V63) similaridade : 0,959713
- A variável típica a esta classe é V17(Professor tem outra formação sem ser bacharel ou licenciado) com um risco de : 0,13.
- A variável que contribui mais a esta classe é V17(A variável típica a esta classe é V17 com um risco de : 0,13

4.

- Classificação ao nível: 19 : ((V45 V68) V88) similaridade : 0.959713
- A variável típica a esta classe é V17 (Professor tem outra formação sem ser bacharel ou licenciado) com um risco de : 0.13

- A variável que contribui mais a esta classe é V17 (Professor tem outra formação sem ser bacharel ou licenciado) com um risco de : 0.0633
- 5.
- Classificação ao nível: 45 : ((V45 V68) V88) V99) similaridade : 0.762777
 - A variável típica a esta classe é V17(Professor tem outra formação sem ser bacharel ou licenciado) com um risco de : 0.13
 - A variável que contribui mais a esta classe é V17(Professor tem outra formação sem ser bacharel ou licenciado) com um risco de : 0.199.
- 6.
- Classificação ao nível: 11 : (V23 V53) similaridade : 0.988833.
 - A variável típica a esta classe é V2 (Professor do gênero feminino) com um risco de : 0.132.
 - A variável que contribui mais a esta classe é V2 (Professor do gênero feminino) com um risco de : 0.132.
- 7.
- Classificação ao nível: 17 : ((V23 V53) V63) similaridade : 0.959713.
 - A variável típica a esta classe é V2 (Professor do gênero feminino) com um risco de : 0.214.
 - A variável que contribui mais a esta classe é V2 (Professor do gênero feminino) com um risco de : 0.214.
- 8.
- Classificação ao nível: 3 : (V34 V58) similaridade : 0.997456
 - A variável típica a esta classe é V18 (O professor trabalha estatística na 5ª série) com um risco de : 0.0896.

- +A variável que contribui mais a esta classe é V18 (O professor trabalha estatística na 5ª série) com um risco de : 0.0896.
- 9.
- Classificação ao nível: 18 : ((V34 V58) V44) similaridade : 0.959713.
 - A variável típica a esta classe é V18 (O professor trabalha estatística na 5ª série) com um risco de : 0.0896.
 - A variável que contribui mais a esta classe é V8 O professor trabalha no magistério entre 1 a 3 anos) com um risco de : 0.163.
- 10.
- Classificação ao nível: 36 : (V71 V93) similaridade : 0.83049
 - A variável típica a esta classe é V4 (O professor tem entre 29 e 33 anos) com um risco de : 0.332.
 - A variável que contribui mais a esta classe é V4 (O professor tem entre 29 e 33 anos) com um risco de : 0.332.
- 11.
- Classificação ao nível: 10 : (V27 V70) similaridade : 0.99087
 - A variável típica a esta classe é V18 (O professor trabalha estatística na 5ª série) com um risco de : 0.0102.
 - A variável que contribui mais a esta classe é V18 (O professor trabalha estatística na 5ª série) com um risco de : 0.0102.
- 12.
- Classificação ao nível: 12 : ((V27 V70) V85) similaridade : 0,981823
 - A variável típica a esta classe é V18 (O professor trabalha estatística na 5ª série) com um risco de : 0,0327.

➤ A variável que contribui mais a esta classe é V18 (O professor trabalha estatística na 5ª série) com um risco de : 0,0327

13.

➤ Classificação ao nível: 43 : (((V27 V70) V85) V90) similaridade : 0,80601

➤ A variável típica a esta classe é V18 (O professor trabalha estatística na 5ª série) com um risco de : 0.0327

➤ A variável que contribui mais a esta classe é V18 (O professor trabalha estatística na 5ª série) com um risco de : 0.0896.

14.

➤ Classificação ao nível: 59 : (((V19 V28) (((V45 V68) V88) V99)) (((((V23 V53) V63) ((V34 V58) V44)) (V71 V93)) (((V27 V70) V85) V90))) similaridade : 0.227556

➤ A variável típica a esta classe é V18 (O professor Trabalha estatística na 5ª série) com um risco de : 0.0217

➤ A variável que contribui mais a esta classe é V18 (O professor Trabalha estatística na 5ª série) com um risco de : 0.115

15.

➤ Classificação ao nível: 30 : (((V23 V53) V63) ((V34 V58) V44)) similaridade : 0.903871

➤ A variável típica a esta classe é V8 (O professor tem entre 1 a 3 anos de magistério) com um risco de : 0.163

➤ A variável que contribui mais a esta classe é V8 (O professor tem entre 1 a 3 anos de magistério) com um risco de : 0.163

Sub-classe

1.

- Classificação ao nível: 1 : (V32 V61) similaridade : 0.999985
- A variável típica a esta classe é V14 (Professor da rede particular de ensino) com um risco de: 0.281
- A variável que contribui mais a esta classe é V14 (Professor da rede particular de ensino) com um risco de: 0.281

2.

- Classificação ao nível: 38: (V24 (V32 V61)) similaridade: 0.817841
- A variável típica a esta classe é V14 (O professor trabalha em escola Particular) com um risco de : 0.281.
- A variável que contribui mais a esta classe é V14 (Professor da rede particular de ensino) com um risco de : 0.281.

3.

- Classificação ao nível: 25: (V20 V29) similaridade: 0.9278
- A variável típica a esta classe é V14 (Professor da rede particular de ensino) com um risco de : 0.247.
- A variável que contribui mais a esta classe é V14 (Professor da rede particular de ensino) com um risco de : 0.247.

4.

- Classificação ao nível: 60: ((V20 V29) (V24 (V32 V61))) similaridade: 0.159361
- A variável típica a esta classe é V14 (Professor da rede particular de ensino) com um risco de : 0.281.
- A variável que contribui mais a esta classe é V14 (Professor da rede particular de ensino) com um risco de : 0.281

Sub-classe

1.

- Classificação ao nível: 13 : (V21 V30) similaridade : 0.981472
- A variável típica a esta classe é V15 (O professor tem como formação inicial a licenciatura) com um risco de : 0.263
- A variável que contribui mais a esta classe é V15 (O professor tem como formação inicial a licenciatura) com um risco de : 0.263

2.

- Classificação ao nível: 42 : ((V21 V30) V47) similaridade : 0.813147
- A variável típica a esta classe é V15 (O professor tem como formação inicial a licenciatura) com um risco de : 0.263.
- A variável que contribui mais a esta classe é V8 (O professor tem de 1 a 3 anos de magistério) com um risco de : 0.124

3.

- Classificação ao nível: 7 : (V48 V57) similaridade : 0.994165
- A variável típica a esta classe é V10 (O professor tem entre 7 a 18 anos em tempo de magistério) com um risco de : 0.196
- A variável que contribui mais a esta classe é V10 (O professor tem entre 7 a 18 anos em tempo de magistério) com um risco de : 0.196

4.

- Classificação ao nível: 15 : ((V48 V57) V67) similaridade : 0.977802
- A variável típica a esta classe é V10 (O professor tem entre 7 a 18 anos em tempo de magistério) com um risco de : 0.332
- A variável que contribui mais a esta classe é V18 (O professor trabalha na 5ª série) com um risco de : 0.0102.

5.

- Classificação ao nível: 27 : ((V48 V57) V67) V69) similaridade : 0.919109
- A variável típica a esta classe é V10 (O professor tem entre 7 a 18 anos em tempo de magistério) com um risco de : 0.196
- A variável que contribui mais a esta classe é V15 (O professor tem como formação inicial a licenciatura) com um risco de : 0.314

6.

- Classificação ao nível: 16 : (V55 (V60 V89)) similaridade : 0.971253
- A variável típica a esta classe é V17 (O professor tem como formação inicial outra formação) com um risco de : 0.13
- A variável que contribui mais a esta classe é V17 (O professor tem como formação inicial outra formação) com um risco de : 0.13

7.

- Classificação ao nível: 24 : ((V55 (V60 V89)) V78) similaridade : 0.940182
- A variável típica a esta classe é V17 (O professor tem como formação inicial outra formação) com um risco de : 0.13
- A variável que contribui mais a esta classe é V17 (O professor tem como formação inicial outra formação) com um risco de : 0.0633

8.

- Classificação ao nível: 44 : (V39 V50) similaridade : 0.780948
- A variável típica a esta classe é V1 (O professor é caracterizado quanto ao gênero masculino) com um risco de : 0.126
- A variável que contribui mais a esta classe é V1 (O professor é caracterizado quanto ao gênero masculino) com um risco de : 0.126

9.

- Classificação ao nível: 51 : ((V39 V50) (V42 V84)) similaridade : 0.556646
- A variável típica a esta classe é V9 (O professor tem entre 4 a 6 anos de magistério) com um risco de : 0.106
- A variável que contribui mais a esta classe é V9 (O professor tem entre 4 a 6 anos de magistério) com um risco de : 0.229

Sub-classe

1.

- Classificação ao nível: 6 : (V46 V87) similaridade : 0.994165
- A variável típica a esta classe é V11(O professor tem entre 19 a 30 anos de magistério) com um risco de : 0.0802
- A variável que contribui mais a esta classe é V11 (O professor tem entre 19 a 30 anos de magistério) com um risco de : 0.0802

2.

- Classificação ao nível: 21 : (V22 (V46 V87)) similaridade : 0.951789
- A variável típica a esta classe é V11 (O professor tem entre 19 a 30 anos de magistério) com um risco de : 0.0802
- A variável que contribui mais a esta classe é V11 (O professor tem entre 19 a 30 anos de magistério) com um risco de : 0.0802

3.

- Classificação ao nível: 26 : ((V22 (V46 V87)) V74) similaridade : 0.924525
- A variável típica a esta classe é V11 (O professor tem entre 19 a 30 anos de magistério) com um risco de : 0.0802

- A variável que contribui mais a esta classe é V11 (O professor tem entre 19 a 30 anos de magistério) com um risco de : 0.0802

4.

- Classificação ao nível: 14 : (V36 V92) similaridade : 0.979649
- A variável típica a esta classe é V2 (O professor é do gênero feminino) com um risco de : 0.214
- A variável que contribui mais a esta classe é V2 (O professor é do gênero feminino) com um risco de : 0.214

5.

- Classificação ao nível: 23 : ((V36 V92) V79) similaridade : 0.945318
- A variável típica a esta classe é V2 (O professor é do gênero feminino) com um risco de : 0.214
- A variável que contribui mais a esta classe é V2 (O professor é do gênero feminino) com um risco de : 0.214

6.

- Classificação ao nível: 2 : (V33 V65) similaridade : 0.9981
- A variável típica a esta classe é V4 (O professor tem entre 29 e 33 anos) com um risco de : 0.196
- A variável típica a esta classe é V4 (O professor tem entre 29 e 33 anos) com um risco de : 0.196

7.

- Classificação ao nível: 31 : ((V33 V65) V77) similaridade : 0.896643
- A variável típica a esta classe é V4 (O professor tem entre 29 e 33 anos) com um risco de : 0.196

- A variável que contribui mais a esta classe é V4 (O professor tem entre 29 e 33 anos) com um risco de : 0.102

8.

- Classificação ao nível: 22 : (V94 V96) similaridade : 0.946912
- A variável típica a esta classe é V4 (O professor tem entre 29 e 33 anos) com um risco de : 0.332
- A variável que contribui mais a esta classe é V4 (O professor tem entre 29 e 33 anos) com um risco de : 0.332

9.

- Classificação ao nível: 35 : (V82 (V94 V96)) similaridade : 0.834831
- A variável típica a esta classe é V10 (O professor tem entre 7 e 18 anos de magistério) com um risco de : 0.181
- A variável que contribui mais a esta classe é V10 (O professor tem entre 7 e 18 anos de magistério) com um risco de : 0.181

10.

- Classificação ao nível: 61 : (((((V22 (V46 V87)) V74) ((V36 V92) V79)) (((V33 V65) V77) (V82 (V94 V96)))))) similaridade : 0.101161
- A variável típica a esta classe é V4 (O professor tem entre 29 e 33 anos) com um risco de : 0.196
- A variável que contribui mais a esta classe é V4 (O professor tem entre 29 e 33 anos) com um risco de : 0.181

Sub-classe

1.

- Classificação ao nível: 33 : (V31 V76) similaridade : 0.871717
- A variável típica a esta classe é V14 (O professor trabalha na rede particular) com um risco de : 0.118
- A variável que contribui mais a esta classe é V14 (O professor trabalha na rede particular) com um risco de : 0.118

2.

- Classificação ao nível: 53 : ((V31 V76) (V38 V75)) similaridade : 0.533569
- A variável típica a esta classe é V16 (O professor tem como formação bacharelado) com um risco de : 0.0721
- A variável que contribui mais a esta classe é V16 (O professor tem como formação bacharelado) com um risco de : 0.21

3.

- Classificação ao nível: 5 : (V86 V97) similaridade : 0.997135
- A variável típica a esta classe é V3 (O professor tem entre 21 a 28 anos) com um risco de : 0.229
- A variável que contribui mais a esta classe é V3 (O professor tem entre 21 a 28 anos) com um risco de : 0.229

4.

- Classificação ao nível: 28 : ((V86 V97) V91) similaridade : 0.915412
- A variável típica a esta classe é V3 (O professor tem entre 21 a 28 anos) com um risco de : 0.229

5.

- A variável que contribui mais a esta classe é V3 (O professor tem entre 21 a 28 anos) com um risco de : 0.229
- Classificação ao nível: 39 : (V66 ((V86 V97) V91)) similaridade : 0.815654

6.

- A variável típica a esta classe é V3 (O professor tem entre 21 a 28 anos) com um risco de : 0.229
- A variável que contribui mais a esta classe é V3 (O professor tem entre 21 a 28 anos) com um risco de : 0.229

7.

- Classificação ao nível: 37 : (V81 V98) similaridade : 0.83049
- A variável típica a esta classe é V4 (O professor tem entre 29 a 33anos) com um risco de : 0.332
- A variável que contribui mais a esta classe é V4 (O professor tem entre 29 a 33anos) com um risco de : 0.332

Sub-classe

1.

- Classificação ao nível: 20 : (V37 V49) similaridade : 0.954045
- A variável típica a esta classe é V5 (O professor tem entre 34 a 40 anos) com um risco de : 0.229
- A variável que contribui mais a esta classe é V5 (O professor tem entre 34 a 40 anos) com um risco de : 0.229

2.

- Classificação ao nível: 29 : ((V37 V49) V80) similaridade : 0.907141
- A variável típica a esta classe é V5 (O professor tem entre 34 a 40 anos) com um risco de : 0.118
- A variável que contribui mais a esta classe é V5 (O professor tem entre 34 a 40 anos) com um risco de: 0.118

3.

- Classificação ao nível: 47: (((V37 V49) V80) V54) similaridade: 0.739611
- A variável típica a esta classe é V5 (O professor tem entre 34 a 40 anos) com um risco de : 0.118
- A variável que contribui mais a esta classe é V5 (O professor tem entre 34 a 40 anos) com um risco de: 0.118

4.

- Classificação ao nível: 56: (((V37 V49) V80) V54) (V43 V62)) similaridade: 0.447379
- A variável típica a esta classe é V5 (O professor tem entre 34 a 40 anos) com um risco de: 0.229
- A variável que contribui mais a esta classe é V5 (O professor tem entre 34 a 40 anos) com um risco de: 0.229

5.

- Classificação ao nível: 41: (V83 V95) similaridade: 0.813411
- A variável típica a esta classe é V5 (O professor tem entre 34 a 40 anos) com um risco de : 0.0881
- A variável que contribui mais a esta classe é V5 (O professor tem entre 34 a 40 anos) com um risco de : 0.0881.

6.

- Classificação ao nível: 52 : (V56 (V83 V95)) similaridade : 0.553508
- A variável típica a esta classe é V5 (O professor tem entre 34 a 40 anos) com um risco de : 0.0542
- A variável que contribui mais a esta classe é V5 (O professor tem entre 34 a 40 anos) com um risco de : 0.0542

**APÊNDICE C – Tipicidade e Contribuições das Árvores
Coesitiva**

TIPICALIDADE APRESENTADA NA ÁRVORE COESITIVA

E

**CONTRIBUIÇÕES DOS AGRUPAMENTOS OBTIDOS NA
ÁRVORE COESITIVA**

- Classificação ao nível: 1 : (V19 V28) Coesão : 1
- Tipicidade à classe : V19,V28 (1)
- A variável típica a esta classe é V18 com um risco de : 0.0903

- Classificação ao nível: 2 : (V21 V30) Coesão : 1
- Tipicidade à classe : V21,V30 (2)
- A variável típica a esta classe é V15 com um risco de : 0.263

- Classificação ao nível: 3 : (V20 V29) Coesão : 0.999
- Tipicidade à classe : V20,V29 (3)
- A variável típica a esta classe é V14 com um risco de : 0.247

- Classificação ao nível: 4 : (V48 V67) Coesão : 0.969
- Tipicidade à classe : V48,V67 (4)
- A variável típica a esta classe é V17 com um risco de : 0.0183

- Classificação ao nível: 5 : (V65 V33) Coesão : 0.968
- Tipicidade à classe : V65,V33 (5)
- A variável típica a esta classe é V4 com um risco de : 0.196

- Classificação ao nível: 6 : (V89 (V21 V30)) Coesão : 0.96
- Tipicidade à classe : V89,V21,V30 (2,6)
- A variável típica a esta classe é V15 com um risco de : 0.263

- Classificação ao nível: 7 : (V87 V46) Coesão : 0.956
- Tipicidade à classe : V87,V46 (7)
- A variável típica a esta classe é V11 com um risco de : 0.0802

- Classificação ao nível: 8 : (V55 V50) Coesão : 0.953
- Tipicalidade à classe : V55,V50 (8)
- A variável típica a esta classe é V17 com um risco de : 0.169

- Classificação ao nível: 9 : (V76 V31) Coesão : 0.944
- Tipicalidade à classe : V76,V31 (9)
- A variável típica a esta classe é V14 com um risco de : 0.118

- Classificação ao nível: 10 : ((V87 V46) V22) Coesão : 0.942
- Tipicalidade à classe : V32,V61 (11)
- A variável típica a esta classe é V14 com um risco de : 0.281

- Classificação ao nível: 11 : (V32 V61) Coesão : 0.941
- Tipicalidade à classe : V32,V61 (11)
- A variável típica a esta classe é V14 com um risco de : 0.281

- Classificação ao nível: 12 : (V47 (V89 (V21 V30))) Coesão : 0.912
- Tipicalidade à classe : V47,V89,V21,V30 (2,6,12)
- A variável típica a esta classe é V15 com um risco de : 0.263

- Classificação ao nível: 13 : (V97 V91) Coesão : 0.896
- Tipicalidade à classe : V97,V91 (13)
- A variável típica a esta classe é V14 com um risco de : 0.232

- Classificação ao nível: 14 : ((V48 V67) V95) Coesão : 0.894
- Tipicalidade à classe : V48,V67,V95 (4,14)
- A variável típica a esta classe é V17 com um risco de : 0.0183

- Classificação ao nível: 15 : (V70 V85) Coesão : 0.89
- Tipicalidade à classe : V70,V85 (15)
- A variável típica a esta classe é V10 com um risco de : 0.187

- Classificação ao nível: 16 : ((V87 V46) V22) V62) Coesão : 0.884
- Tipicalidade à classe : V87,V46,V22,V62 (7,10,16)
- A variável típica a esta classe é V16 com um risco de : 0.115

- Classificação ao nível: 17 : (V86 V66) Coesão : 0.862
- Tipicalidade à classe : V86,V66 (17)
- A variável típica a esta classe é V3 com um risco de : 0.192

- Classificação ao nível: 18 : (V57 V24) Coesão : 0.862
- Tipicalidade à classe : V57,V24 (18)
- A variável típica a esta classe é V1 com um risco de : 0.102

- Classificação ao nível: 19 : (V27 (V19 V28)) Coesão : 0.843
- Tipicalidade à classe : V27,V19,V28 (1,19)
- A variável típica a esta classe é V18 com um risco de : 0.0903

- Classificação ao nível: 20 : (V49 V43) Coesão : 0.842
- Tipicalidade à classe : V49,V43 (20)
- A variável típica a esta classe é V5 com um risco de : 0.192

- Classificação ao nível: 21 : (V92 V79) Coesão : 0.831
- Tipicalidade à classe : V92,V79 (21)
- A variável típica a esta classe é V3 com um risco de : 0.196

- Classificação ao nível: 22 : (V38 (V76 V31)) Coesão : 0.826
- Tipicalidade à classe : V38,V76,V31 (9,22)
- A variável típica a esta classe é V16 com um risco de : 0.118

- Classificação ao nível: 23 : (V45 V68) Coesão : 0.817
- Tipicalidade à classe : V45,V68 (23)
- A variável típica a esta classe é V17 com um risco de : 0.0398

- Classificação ao nível: 24 : (V60 (V47 (V89 (V21 V30)))) Coesão : 0.814
- Tipicalidade à classe : V60,V47,V89,V21,V30 (2,6,12,24)
- A variável típica a esta classe é V15 com um risco de : 0.263

- Classificação ao nível: 25 : (V37 (V49 V43)) Coesão : 0.775
- Tipicalidade à classe : V37,V49,V43 (20,25)
- A variável típica a esta classe é V13 com um risco de : 0.14

- Classificação ao nível: 26 : (V34 V53) Coesão : 0.773
- Tipicalidade à classe : V34,V53 (26)
- A variável típica a esta classe é V18 com um risco de : 0.121

- Classificação ao nível: 27 : ((V65 V33) V77) Coesão : 0.773
- Tipicalidade à classe : V65,V33,V77 (5,27)
- A variável típica a esta classe é V4 com um risco de : 0.196

- Classificação ao nível: 28 : (V39 V42) Coesão : 0.768
- Tipicalidade à classe : V39,V42 (28)
- A variável típica a esta classe é V2 com um risco de : 0.118

- Classificação ao nível: 29 : (V44 V90) Coesão : 0.75
- Tipicalidade à classe : V44,V90 (29)
- A variável típica a esta classe é V1 com um risco de : 0.151

- Classificação ao nível: 30 : (V74 (V20 V29)) Coesão : 0.746
- Tipicalidade à classe : V74,V20,V29 (3,30)
- A variável típica a esta classe é V14 com um risco de : 0.247

- Classificação ao nível: 31 : (V94 ((V87 V46) V22) V62)) Coesão : 0.73
- Tipicalidade à classe : V94,V87,V46,V22,V62 (7,10,16,31)
- A variável típica a esta classe é V16 com um risco de : 0.115

- Classificação ao nível: 32 : ((V57 V24) ((V48 V67) V95)) Coesão : 0.725
- Tipicalidade à classe : V57,V24,V48,V67,V95 (4,14,18,32)
- A variável típica a esta classe é V17 com um risco de : 0.0183

- Classificação ao nível: 33 : ((V70 V85) V56) Coesão : 0.703
- Tipicalidade à classe : V70,V85,V56 (15,33)
- A variável típica a esta classe é V10 com um risco de : 0.187

- Classificação ao nível: 34 : (V63 V83) Coesão : 0.697
- Tipicalidade à classe : V63,V83 (34)
- A variável típica a esta classe é V5 com um risco de : 0.192

- Classificação ao nível: 35 : (V69 (V55 V50)) Coesão : 0.684
- Tipicalidade à classe : V69,V55,V50 (8,35)
- A variável típica a esta classe é V17 com um risco de : 0.169

- Classificação ao nível: 36 : ((V37 (V49 V43)) V54) Coesão : 0.663
- Tipicalidade à classe : V37,V49,V43,V54 (20,25,36)
- A variável típica a esta classe é V13 com um risco de : 0.11

- Classificação ao nível: 37 : (V23 (V86 V66)) Coesão : 0.659
- Tipicidade à classe : V23,V86,V66 (17,37)
- A variável típica a esta classe é V3 com um risco de : 0.192

- Classificação ao nível: 38 : (V84 (V39 V42)) Coesão : 0.625
- Tipicidade à classe : V84,V39,V42 (28,38)
- A variável típica a esta classe é V2 com um risco de : 0.118

- Classificação ao nível: 39 : (V58 (V27 (V19 V28))) Coesão : 0.615
- Tipicidade à classe : V58,V27,V19,V28 (1,19,39)
- A variável típica a esta classe é V18 com um risco de : 0.0903

- Classificação ao nível: 40 : (V88 (V45 V68)) Coesão : 0.613
- Contribuição à classe : V88,V45,V68 (23,40)
- A variável que contribui mais a esta classe é V17 com um risco de : 0.13

- Classificação ao nível: 41 : (((V37 (V49 V43)) V54) V75) Coesão : 0.548
- Contribuição à classe : V37,V49,V43,V54,V75 (20,25,36,41)
- A variável que contribui mais a esta classe é V15 com um risco de : 0.132

- Classificação ao nível: 42 : ((V97 V91) (V38 (V76 V31))) Coesão : 0.527
- Contribuição à classe : V97,V91,V38,V76,V31 (9,13,22,42)
- A variável que contribui mais a esta classe é V16 com um risco de : 0.0528

- Classificação ao nível: 43 : ((V34 V53) V93) Coesão : 0.526
- Contribuição à classe : V34,V53,V93 (26,43)
- A variável que contribui mais a esta classe é V18 com um risco de : 0.179

- Classificação ao nível: 44 : ((V44 V90) V96) Coesão : 0.508
- Contribuição à classe : V44,V90,V96 (29,44)
- A variável que contribui mais a esta classe é V8 com um risco de : 0.208

- Classificação ao nível: 45 : (V71 V81) Coesão : 0.448
- Contribuição à classe : V71,V81 (45)
- A variável que contribui mais a esta classe é V4 com um risco de : 0.11

- Classificação ao nível: 46 : ((V94 (((V87 V46) V22) V62)) V36) Coesão : 0.446
- Contribuição à classe : V94,V87,V46,V22,V62,V36 (7,10,16,31,46)
- A variável que contribui mais a esta classe é V4 com um risco de : 0.181

- Classificação ao nível: 47 : ((V32 V61) V82) Coesão : 0.362
- Contribuição à classe : V32,V61,V82 (11,47)
- A variável que contribui mais a esta classe é V10 com um risco de : 0.181

- Classificação ao nível: 48 : (((V37 (V49 V43)) V54) V75) V80) Coesão : 0.315
- Contribuição à classe : V37,V49,V43,V54,V75,V80 (20,25,36,41,48)
- A variável que contribui mais a esta classe é V5 com um risco de : 0.118