

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC-SP

César Augusto Pimentel de Souza

**Alfabetização e Letramento Matemático: perspectivas e relações
entre o PNAIC e o Livro Didático**

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

SÃO PAULO
2017

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC-SP

César Augusto Pimentel de Souza

**Alfabetização e Letramento Matemático: perspectivas e relações
entre o PNAIC e o Livro Didático**

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de **MESTRE EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, sob a orientação da Professora Doutora Cileda de Queiroz e Silva Coutinho.

SÃO PAULO
2017

Banca Examinadora

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura _____ Local e Data _____

“A menos que modifiquemos a nossa maneira de pensar, não seremos capazes de resolver os problemas causados pela forma como nos acostumamos a ver o mundo”.

(Albert Einstein)

À minha esposa Cláudia e a meu filho Guilherme, família que Deus me concedeu e que incondicionalmente sempre me apoiou e me incentivou a seguir em frente.

Aos meus pais Antônio e Albertina que dignamente me apresentaram a importância da família e os princípios da honestidade e da persistência.

Sem vocês nenhuma vitória valeria a pena.

AGRADECIMENTOS

Sobretudo a Deus pelo dom sobrenatural da vida, a Ele toda honra, toda glória e todo louvor;

Especialmente a minha professora orientadora professora Dra. Cileda de Queiroz e Silva Coutinho PUC-SP, pelo profissionalismo, paciência e amizade com que fui tratado durante a realização deste trabalho;

À professora Dra. Laurizete Passos da PUC-SP e professora Dra. Cristiane Pessoa da UFPE as quais participaram de meu Exame de Qualificação e que contribuíram grandemente para finalização desta pesquisa;

À PUC-SP pelo excelente Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e pela competente equipe que compõe o corpo docente da instituição;

Aos colegas do grupo Processo de Ensino e Aprendizagem em Matemática – PEAMAT pelo companheirismo, pelas sugestões e dicas nos momentos compartilhados;

Aos meus queridos irmãos e amigos: Cintia, Kátia e Carlos Pimentel pelo carinho e cumplicidade em todos os momentos da vida;

À todos os professores da rede pública municipal da cidade de Francisco Morato pelo companheirismo, pela crença na luta e no ideal de uma educação sempre melhor;

Às equipes de suporte pedagógico das escolas municipais de Francisco Morato (coordenadores pedagógicos, vice-diretores e diretores de escola) profissionais comprometidos, que têm dividido conosco o desafio de elevar o nível de aprendizagem de nossos alunos a um patamar de excelência;

Aos caros amigos supervisores de ensino que sempre me incentivaram a estudar e a não desistir: Claudemir Oliveira, Fabiana D'Oliveira, Gilsete Prado, Lígia Melo, Marisa Bazaglia, Renata Cunha e Susana Firmino;

Aos amigos que estiveram e que estão à frente da Secretaria de Educação do município de Francisco Morato, e que por sua vez não negaram esforços para garantir as condições para que pudesse me dedicar a este sonho: Jesse Felipe, Edlene César, Raphael Souza, Leila Ravázio, Lélia Hartmann, Patrícia Teixeira e Rosemeire Oliveira.

Aos amigos da Oficina Pedagógica que compartilharam comigo, em algum momento dessa jornada, o gosto pela formação de professores: Alessandra Gabriel,

Ana Paula Ferreira, Ana Paula Silva, Andréa Sanches, Claudia Diniz, Daniela Bonci, Elisabete Oliveira, Kátia Souza, Magali Silveira, Sandra Correa e Vânia Nascimento.

Aos caros irmãos da Igreja Evangélica Cristã Presbiteriana;

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela concessão de bolsa de estudos durante o curso;

Enfim, agradeço a todos que direta ou indiretamente contribuíram para a realização dessa grande conquista.

O autor

RESUMO

O presente estudo versa sobre os conceitos de Alfabetização e Letramento Matemático sob a égide da resolução de problemas a partir de uma abordagem qualitativa e de caráter documental e bibliográfico. O objetivo deste trabalho é analisar as convergências e divergências entre as orientações do Caderno 4 do PNAIC/2014 “Operações na Resolução de Problemas” e uma coleção de livros didáticos de matemática destinados ao ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos), com foco nos problemas de Estrutura Aditiva e Multiplicativa. Foram utilizadas no referencial teórico as seguintes teorias francesas: A Teoria dos Campos Conceituais (TCC) de Gérard Vergnaud e a Teoria Antropológica do Didático (TAD) de Yves Chevallard. A TCC foi útil para a classificação dos tipos de problemas de Estrutura Aditiva e Multiplicativa presentes no Caderno 4 do PNAIC/2014 e nos três volumes de livros didáticos intitulados como Alfabetização Matemática. A TAD, por sua vez, propiciou a análise das organizações praxeológicas que se articulam em torno dos tipos de tarefas, técnicas, tecnologias e teorias dos problemas selecionados nos livros didáticos. Os resultados obtidos baseiam-se em elementos e constatações que permitem defender a ideia de que existe uma consonância parcial entre o Caderno de formação de professores do PNAIC e o livro didático. Verificou-se que alguns tipos de problemas identificados pela TCC não foram contemplados no Caderno 4 do PNAIC ou na Coleção analisada, e verificou-se também, com base na TAD, que embora os problemas propostos nos livros didáticos se apresentem com uma diversidade de contextos e formas, geralmente demandam a mesma ação do sujeito em relação ao conhecimento matemático. As escolhas conceituais e metodológicas, identificadas nos materiais citados também foram analisadas e pudemos identificar convergências e opções distintas que caracterizam esses materiais.

Palavras-Chave: Letramento Matemático, Resolução de Problemas, PNAIC e Livro Didático.

ABSTRACT

The present study deals with the concepts of Literacy and Mathematical Literacy under the aegis of solving problems from a qualitative, documentary and bibliographical approach. The purpose of this paper is to analyze the convergences and divergences between the guidelines of the PNAIC/2014 Book 4 "Operations in Problem Solving" and a collection of mathematical textbooks for the first years of elementary school (1st, 2nd and 3rd years), focusing on the problems of Additive and Multiplicative Structure. The following French theories were used in the theoretical reference: Gérard Vergnaud's Theory of Conceptual Fields (TCC) and Yves Chevallard's Anthropological Theory of Didactics (TAD). TCC was useful for classifying the types of problems of the Additive and Multiplicative Structure present in Book 4 of the PNAIC/2014 and in the three volumes of textbooks entitled Mathematical Literacy. The TAD, in turn, provided the analysis of the praxeological organizations that are articulated around the types of tasks, techniques, technologies and theories of the problems selected in the textbooks. The results obtained are based on elements and findings that support the idea that there is a partial consonance between the PNAIC's teacher training book and the textbook. It has been found that some types of TCC problems have not been addressed in Book 4 of the PNAIC and in the Textbooks Collection, and it has also been found, on the basis of the TAD, that although textbook problems are presented with a diversity of contexts and forms, usually demand the same action of the subject in relation to mathematical knowledge. The conceptual and methodological choices identified in the quoted materials are addressed in this research.

Keywords: Mathematical Literacy, Problems Solving, PNAIC and Didactic Book.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Representação da Atividade Proposta	54
Figura 2. Distribuição dos conteúdos matemáticos nos três volumes da Coleção adotada	81
Figura 3. Síntese dos aspectos relacionados à Alfabetização Matemática na perspectiva do letramento	85
Figura 4. Exemplo de método utilizado pelas autoras para introduzir as discussões das unidades dos Livros Didáticos	90
Figura 5. Esquema de um Problema de Comparação com o todo desconhecido.....	92
Figura 6. Esquema de um Problema de transformação com o estado inicial desconhecido	93
Figura 7. Esquema de um Problema de Composição de Transformações.....	94
Figura 8. Esquema de um Problema de Comparação.....	94
Figura 9. Esquema de um Problema de Isomorfismo de Medidas.....	95
Figura 10. Esquema de um Problema de Isomorfismo Partição.....	96
Figura 11. Esquema de um Problema de Isomorfismo Quotição	97
Figura 12. Esquema de um Problema de Produtos de Medidas	97
Figura 13. Tipo de Tarefa: Calcular a soma de n parcelas expressa no conjunto dos números naturais.....	107
Figura 14. Tipo de Tarefa: Completar tabela com os dados solicitados.....	108
Figura 15. Tipo de Tarefa: Determinar a diferença entre dois números naturais.....	110
Figura 16. Tipo de Tarefa: Calcular o produto de dois números naturais.....	112
Figura 17. Tipo de Tarefa: Calcular o resultado de uma divisão entre dois números naturais	113
Figura 18. Tipo de Tarefa: Determinar o valor final de uma composição de transformações.....	114
Figura 19. Tipo de Tarefa: Determinar o valor de uma das parcelas da adição.....	116
Figura 20. Tipo de Tarefa: Calcular o dobro de uma quantidade.....	118
Figura 21. Tipo de Tarefa: Calcular a metade de uma quantidade.....	119
Figura 22. Tipo de Tarefa: Medir diferentes tipos de grandezas	121

LISTA DE QUADROS

Quadro 1. Excerto da Matriz de Referência para Avaliação da Alfabetização Matemática Inicial	36
Quadro 2. Detalhamento da Investigação-Ação Realizada.....	39
Quadro 3. Correspondência dos problemas indicados no Caderno 4 do PNAIC/2014 com os problemas de Estrutura Multiplicativa de Vergnaud (1990).....	89
Quadro 4. Estruturas Aditivas apresentadas no Caderno 4 do PNAIC/2014 e nos Livros Didáticos, respectivamente.....	99
Quadro 5. Estruturas Multiplicativas apresentadas no Caderno 4 do PNAIC/2014 e nos Livros Didáticos respectivamente	101
Quadro 6. Tipos de tarefas identificadas no livro didático volume 1.....	103
Quadro 7. Tipos de Tarefas identificadas no livro didático volume 2.....	104
Quadro 8. Tipos de Tarefas identificadas no livro didático volume 3.....	105
Quadro 9. Tipos de Tarefas Comuns aos três volumes da Coleção LIGADOS.COM ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	106
Quadro 10. Conjunto de Técnicas identificadas nos livros didáticos	122
Quadro 11. Técnicas Comuns relacionadas à diferentes tipos de tarefas.....	123

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	Trajectoria e interesse de pesquisa	14
1.2	Contextualização e Justificativa de Pesquisa	18
1.3	Estrutura da Dissertação	20
2	REVISÃO DE LITERATURA	22
2.1	Uma compreensão da alfabetização matemática como política pública no Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa – Mindiate (2015)	23
2.2	Alfabetização Matemática: uma concepção múltipla e plural – Marques (2016)	24
2.3	Letramentos Matemáticos escolares nos anos iniciais do Ensino Fundamental – Pellatieri (2013)	26
2.4	O ensino das Estruturas Aditivas junto a professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental – Etcheverria (2014)	28
2.5	Resolução de Problemas Multiplicativos: análise de processos heurísticos de alunos do 5º ano do Ensino Fundamental – Cybis (2014)	30
2.6	Alfabetização Matemática: considerações sobre a teoria e a prática – Souza (2011)	32
2.7	Letramento em Matemática: um estudo a partir dos dados do PISA2003 – Aguiar e Ortigão (2012)	33
2.8	O letramento matemático e a resolução de problemas na Provinha Brasil – Galvão e Nacarato (2013)	35
2.9	Estratégias e procedimentos de crianças do ciclo de alfabetização diante de situações-problema que envolvem as ideias de número e sistema de numeração decimal – Silva, Cenci e Beck (2015)	38
2.10	Alfabetização e letramento em língua materna e em matemática – Maia e Maranhão (2015)	41
3	PROBLEMÁTICA	43
3.1	Objetivo e Questão de Pesquisa	47
3.2	Metodologia e Procedimentos Metodológicos	50
3.3	Teoria dos Campos Conceituais (TCC)	51

3.4 Teoria Antropológica do Didático (TAD)	52
4 ESTUDO DO OBJETO	56
4.1 Alfabetização e Letramento	56
4.2 Alfabetização e Letramento Matemático	57
4.3 Resolução de Problemas como prática de letramento	65
4.3.1 Problema ou Exercício?	66
4.3.2 Resolução de Problemas – Algumas Concepções	68
4.3.3 Nossas concepções sobre Alfabetização e Letramento Matemático, Problema e Resolução de Problemas	73
5 ANÁLISE E RELAÇÕES IDENTIFICADAS NAS ORIENTAÇÕES DO CADERNO	
4 DO PNAIC/2014 E NA COLEÇÃO DE LIVROS DIDÁTICOS.....	75
5.1 Caracterização do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa– PNAIC	75
5.1.1 Estrutura de formação do PNAIC	75
5.2 Identificação e caracterização da Coleção de Livros Didáticos.....	79
5.3 Concepções de Alfabetização Matemática e Letramento Matemático no Caderno 4 do PNAIC/2014 e na Coleção de Livros Didáticos.....	83
5.4 A Resolução de Problemas no Caderno 4 do PNAIC/2014 e Coleção de Livros Didáticos	87
5.4.1 Situações-Problema de Estrutura Aditiva	92
5.4.2 Situações-Problema de Estrutura Multiplicativa	95
5.4.3 Análise Praxeológica	107
5.4.4 Síntese das relações identificadas entre o Caderno 4 do PNAIC/2014 e a Coleção LIGADOS.COM ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	124
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	129
REFERÊNCIAS.....	135

1 INTRODUÇÃO

Apresentação da Pesquisa

Com esta seção temos o intuito de apresentar nossa pesquisa e os elementos que a compõe. Partimos de uma descrição da trajetória acadêmica e profissional e de nosso interesse por essa pesquisa. Na sequência apresentamos algumas considerações sobre o contexto e justificativa, e por fim, a estrutura da dissertação.

1.1 Trajetória e interesse pela pesquisa

Após concluir o curso de formação de Professores na Modalidade Normal em Nível Médio no ano de 1995, passei a trabalhar como professor da rede pública Estadual de São Paulo com os anos iniciais do Ensino Fundamental. Por oito anos consecutivos desenvolvi meu ofício de professor ensinando todos os componentes curriculares (Português, Matemática, Ciências, Geografia, História, Educação Artística e Educação Física), era o que chamávamos de professor “polivalente”. Vale ressaltar que, pelo fato de ter tido bons professores de matemática nos quatro anos do curso de formação de professores, passei a me interessar pela Educação Matemática e pesquisar sobre os aspectos do ensino e da aprendizagem desta área do conhecimento. A sala de aula era meu espaço de vivência e aprendizagem. Me constitui professor neste espaço.

No ano de 2000 iniciei curso de Licenciatura em Matemática, e o que era uma simples identificação pessoal se tornou componente da minha história. Após a conclusão do curso de Matemática e ter acumulado conhecimentos especializados do conteúdo e conhecimentos pedagógicos do conteúdo, na perspectiva dos estudos de (Ball, Thames; Phelps, 2008), constatei que estes conhecimentos estavam voltados para o trabalho com os níveis, Ensino Fundamental (anos finais - 6º ao 9º ano) e ao Ensino Médio. Neste curso, percebia certas lacunas no que se referia ao ensino de matemática voltado aos primeiros anos do Ensino Fundamental. Para tais lacunas não encontrava respostas. Algumas são: O que se deve aprender para aprender a contar? Como é construída a ideia de número? Como os alunos aprendem os números? Todos os números são aprendidos do mesmo jeito e ao mesmo tempo? Como ensinar o nosso Sistema de Numeração Decimal de forma que os alunos reflitam em suas

propriedades? Quais hipóteses as crianças elaboram nas primeiras escritas numéricas? Que tipo de intervenções nós professores podemos realizar? Quais os conceitos devem ser aprendidos antes dos algoritmos convencionais de adição, subtração, multiplicação e divisão? Quais as razões pelas quais os alunos demonstram pouca autonomia para resolver situações-problema? Naquele momento não havia me dado conta de que essas questões estavam fortemente atreladas à alfabetização e ao letramento matemático. Não trataremos de todas estas questões nesta dissertação, porém, poderão ser objetos de pesquisas vindouras.

Não era uma tarefa simples estabelecer uma correspondência entre os estudos desenvolvidos na graduação e a minha realidade de sala de aula, nossas discussões não contemplavam as particularidades dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Como Professor Titular de Educação Básica (PTEB), em 2004 participei de um processo seletivo para a ocupação de outras funções-atividade do magistério, me afastando da sala de aula para trabalhar como Assistente Técnico Pedagógico (ATP) de Matemática. Passei a integrar a equipe técnica da Secretaria da Educação do Município de Francisco Morato¹. Este foi um período muito profícuo de aprendizagem. Fiz vários cursos de aperfeiçoamento profissional sempre com o intuito de entender o que as crianças da Educação Infantil e dos anos iniciais do Ensino Fundamental pensavam e como aprendiam os símbolos e a linguagem matemática, os números e o nosso sistema de numeração decimal, como resolviam os problemas e quais estratégias utilizavam. Queria entender porque existia uma valorização demasiada do ensino dos algoritmos matemáticos em detrimento a outros procedimentos também importantes.

Como ATP comecei a realizar um trabalho de formação de professores e coordenadores pedagógicos de toda a rede municipal de ensino, chegando a conclusão de que as dificuldades encontradas com meus alunos em sala de aula eram

¹Francisco Morato tornou-se município no ano de 1965 quando se emancipou de Franco da Rocha, possui, portanto, 52 anos de fundação. A cidade está localizada a aproximadamente 45 km da região metropolitana de São Paulo e é servida pela Rodovia Tancredo de Almeida Neves (SP-320) e pelos trens da linha 7 da Companhia Paulista de Trens Metropolitanos (CPTM). Atualmente Francisco Morato abriga cerca de 200.000 habitantes e possui uma renda *per capita* de R\$ 483,98, uma das menores da região. Do total de 645 cidades do estado de São Paulo, Francisco Morato foi classificado em 2010 pelo Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento (PNUD), com um índice de desenvolvimento humano municipal (IDHM) de 0,703, isto é, ocupa a 565ª posição no ranking paulista dos municípios.

também comuns a outros professores de diferentes escolas. Era um problema abrangente e sistêmico, maior do que imaginava.

Pude verificar que muitos professores não se sentiam seguros para o ensino da matemática e apresentavam dificuldades relativas à conceituação de objetos matemáticos. Estes professores atuavam nas classes dos anos iniciais do Ensino Fundamental e deveriam garantir as condições para que os alunos desenvolvessem a predisposição para raciocinar matematicamente, isto é, para explorar situações problemáticas, procurar regularidades, fazer e testar conjecturas, formular generalizações, pensar e expressar-se em diferentes ocasiões de maneira lógica. Tais habilidades se relacionam com a alfabetização e letramento sob a égide de alguns autores apresentados neste trabalho.

Em 2006 participei como tutor do Pró-Letramento, que era um programa de formação continuada de professores para a melhoria da qualidade de aprendizagem da leitura/escrita e matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. O programa foi realizado pelo MEC, em parceria com universidades que integravam a Rede Nacional de Formação Continuada e com adesão dos estados e municípios do Brasil. A universidade que ofereceu a formação a nós tutores foi a UNESP (Universidade Estadual Paulista). Depois de participar da formação de tutores com a equipe da UNESP, desenvolvia a formação obtida com as turmas de professores em Francisco Morato/SP. Organizar um grupo de estudos no município em que trabalhava, poder discutir questões matemáticas com o grupo de professores, acompanhar a aplicação das atividades com os alunos e elaborar devolutivas ao professor, afirmou ainda mais meu interesse por esse trabalho.

No período de 2006 a 2007 realizei outra graduação no curso de Licenciatura em Pedagogia, com o intuito de conhecer um pouco mais as teorias do ensino e da aprendizagem e integrar meus conhecimentos em Educação Matemática para os anos iniciais, pois, sempre foi meu objetivo principal. Neste curso aprendi muito sobre psicologia da educação, sobre metodologias de ensino de todos os componentes curriculares e sobre as didáticas. Apesar da Pedagogia ter foco nos anos iniciais, constatei que de fato este curso não oferecia conhecimentos matemáticos suficientes para a docência de 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental.

Após participar de um processo seletivo em 2009, iniciei o trabalho como supervisor de ensino da Prefeitura Municipal de Francisco Morato, e apesar de assumir atribuições mais burocráticas não deixei de trabalhar com a formação de

professores e coordenadores pedagógicos da Educação Infantil e dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Nos anos de 2012 e 2013 trabalhei no Projeto de Educação da Fundação Vale. Este projeto teve origem a partir da parceria entre a Fundação Vale, a Comunidade Educativa CEDAC² e dois municípios do estado do Maranhão, que são: São Pedro da Água Branca e Bom Jesus das Selvas. As escolas participantes eram localizadas em zonas urbanas e rurais de ambos os municípios. O projeto foi direcionado aos professores que atuavam nas turmas de 4^o e 5^o anos do Ensino Fundamental e coordenadores pedagógicos. A formação foi desenvolvida numa configuração parte presencial e parte à distância. Elaborávamos e produzíamos os cadernos de formação com conteúdo específico sobre Educação Matemática voltado ao professor e à atuação do coordenador pedagógico.

Os professores participantes do programa, aplicavam as atividades com seus alunos e enviavam seus registros reflexivos à nós, formadores. Por fim, produzíamos devolutivas e as enviávamos aos professores desses municípios para direcionar o trabalho realizado.

A experiência de trabalhar nestes municípios carentes do estado do Maranhão contribuiu significativamente para minha compreensão sobre aspectos capazes de influenciar a aprendizagem dos alunos: a defasagem da formação inicial dos docentes, a ausência de programas e ações que favoreçam a formação continuada de professores e a reflexão sobre a prática, o enfraquecimento dos espaços de formação nas próprias unidades escolares e o acompanhamento não sistematizado e intencional do trabalho desenvolvido em sala de aula por parte das equipes de suporte pedagógico das unidades escolares.

Em 2014 tive a oportunidade de trabalhar como orientador de estudos do programa PNAIC (Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa) com ênfase em Matemática. Este programa também foi criado por iniciativa do governo federal apresentando semelhanças em relação a seu antecessor, o Pró-Letramento. Uma das diferenças importantes entre o Pró-Letramento e o PNAIC é que o PNAIC se apresentou com o objetivo de alfabetizar todas as crianças em Língua Portuguesa e Matemática até os oito anos de idade, ou seja, até o final do 3^o ano do Ensino

²A Comunidade Educativa CEDAC (Centro de Educação e Documentação para Ação Comunitária) é uma OSCIP (Organização da Sociedade Civil de Interesse Público) localizada no município de São Paulo-SP.

Fundamental. Dessa forma o PNAIC centrou esforços na Alfabetização e Letramento dos alunos e para tal investiu na formação dos professores alfabetizadores.

Por fim, gostaria de relatar o meu ingresso no Mestrado Acadêmico do PEPGEM³. Adentrar ao universo de pesquisa, estudar as teorias do ensino e da aprendizagem, as relações entre o sujeito e o saber matemático, estudar situações e variáveis didáticas está sendo de grande valia. Todas as reflexões e discussões em sala de aula contribuíram sobremaneira para meu desenvolvimento profissional e serviram de motivação para investigar mais profundamente o assunto abordado.

1.2 Contextualização e Justificativa da Pesquisa

Tanto a legislação educacional brasileira quanto as pesquisas em Educação Matemática têm abordado os conceitos de Alfabetização e Letramento de diferentes formas e significados. Da mesma maneira em que detectamos a partir da revisão bibliográfica que não há um consenso entre as pesquisas acadêmicas em relação à Alfabetização e o Letramento, demonstrando divergências, convergências e complementaridades, também identificamos que estas concepções e significados são refletidos nos materiais de formação continuada de professores, em orientações curriculares nacionais do MEC, no programa nacional de escolha de livros didáticos e etc.

Os professores alfabetizadores (aqueles que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental), principalmente das escolas públicas brasileiras, utilizam estes materiais diariamente.

Sendo assim, nos pareceu instigante e produtivo investigar como algumas pesquisas brasileiras desenvolveram o conceito de Alfabetização e Letramento Matemático, e, identificar se existe alguma relação entre os materiais de formação do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) e o Livro Didático do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD).

Acreditamos poder contribuir para as pesquisas acadêmicas da área de educação matemática ao apresentarmos um estudo sobre os aspectos do processo de Alfabetização e Letramento Matemático priorizados nos materiais de uso contínuo dos professores alfabetizadores, balizados pelas seguintes perguntas: Como esses

³ PEPGEM – Programa de Estudos Pós-graduados em Educação Matemática da PUC-SP.

materiais concebem a ideia de alfabetizar e/ou letrar matematicamente as crianças? Que situações matemáticas são trabalhadas ou sugeridas com este objetivo? Existem outros saberes ou conhecimentos importantes que podem auxiliar neste processo?

Com o intuito de discorrer sobre as inquietações científicas citadas acima e guiar os leitores no estudo desta dissertação, delimitamos nosso objetivo de pesquisa: **Analisar as convergências e divergências entre as orientações do Caderno 4 do PNAIC/2014 “Operações na Resolução de Problemas” e uma coleção de livros didáticos de matemática destinados ao ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos do Ensino Fundamental), com foco nos problemas de Estrutura Aditiva e Multiplicativa.** Ao término de nossa investigação intentamos responder a seguinte questão de pesquisa:

1. Que relações podem ser identificadas entre as orientações contidas no Caderno 4 do PNAIC/2014 e uma coleção de livros didáticos aprovada pelo PNLD/2016, no que se refere aos problemas de Estrutura Aditiva e Multiplicativa?

A justificativa pela escolha do Caderno 4 do PNAIC/2014 se fundamenta pelas seguintes razões:

- O Caderno 4 compõe o material de formação do PNAIC/2014 e tem como foco central o ensino das operações matemáticas por meio da resolução de problemas. Podemos observar essa proposta de trabalho apresentada no Caderno 4 a partir de um de seus objetivos descritos na página 5: elaborar, interpretar e resolver situações-problema do Campo Aditivo (adição e subtração) e Multiplicativo (multiplicação e divisão), utilizando e comunicando suas estratégias pessoais, envolvendo os seus diferentes significados;
- A resolução de Problemas se apresenta como um ponto de intersecção entre os materiais estudados e nossas concepções sobre a Alfabetização e Letramento Matemático, concepções estas que serão apresentadas na seção “Nossas Concepções” no capítulo 4.

Salientamos que o presente projeto se adere ao projeto maior “Processos de Ensino e Aprendizagem de Matemática em Ambientes Tecnológicos PEA-MAT/DIMAT”, aprovado pela FAPESP processo 2013/23228-7, desenvolvido

atualmente em parceria entre a PUC-SP e a PUC-PERU, pelo grupo de pesquisa PEA-MAT. Este tem por objetivo analisar tanto do ponto de vista teórico, quanto do prático, questões relativas à complexidade da inserção de ferramentas tecnológicas para o ensino e aprendizagem da Matemática tanto na Escola Básica, quanto na Universidade. Os dois grupos de pesquisa buscam responder, principalmente, às seguintes questões: quais fatores influenciam o processo de ensino e de aprendizagem da Matemática com a utilização de recursos alternativos como ambientes tecnológicos, tanto no Brasil como no Peru? Como os processos de aprendizagem se caracterizam em ambientes tecnológicos? Quais são as alternativas metodológicas para investigarmos os processos de aprendizagem nesses ambientes?"

1.3 Estrutura da dissertação

Nosso estudo está organizado em cinco capítulos com exceção das considerações finais. Na introdução explicitamos nossa trajetória acadêmica e profissional e as razões que nos levaram a desenvolver esta pesquisa. Ainda na introdução, apresentamos o contexto e a justificativa sobre a relevância e contribuições de nosso trabalho para a comunidade acadêmica.

O capítulo dois expõe a revisão de literatura selecionada para servir de parâmetro a nossa investigação. Neste capítulo são apresentadas sínteses de dissertações, teses e artigos com resultados significativos correlatos ao nosso tema de interesse, de modo a contribuir para a compreensão da problemática e a composição do quadro teórico.

O capítulo três "Problemática" discorre sobre a importância de se investigar os processos de Alfabetização e Letramento Matemático nos anos iniciais do ensino Fundamental e apresenta dois significativos materiais de uso dos professores no ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º ano) que serão alvo de nossas análises: o material de formação continuada do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC/2014), especificamente o Caderno 4 "Operações na Resolução de Problemas" e o Livro Didático do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD/2016). Este capítulo também faz a delimitação do tema, desvela o objetivo e questão de pesquisa e os objetos de estudo deste trabalho. A metodologia e os procedimentos metodológicos são apresentados ao final deste capítulo.

De modo a auxiliar na compreensão e no desenvolvimento do tema, o capítulo quatro denominado “Estudo do Objeto” aborda diferentes concepções de autores que pesquisam sobre os seguintes assuntos: Alfabetização e Letramento, Alfabetização e Letramento Matemático e Resolução de Problemas. Ao final deste capítulo são apresentadas as nossas concepções sobre os objetos de estudo desta dissertação.

No capítulo cinco faremos uma apresentação e caracterização mais detalhada do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) e da Coleção de livros didáticos adotada pelo município de Francisco Morato-SP no PNLD/2016. Com base na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1990), faremos uma análise para identificar os tipos de problemas do Campo Aditivo e Multiplicativo que são priorizados nestes materiais. Realizaremos também no capítulo cinco, com o aporte da Teoria Antropológica do Didático, de Chevallard (1999), a análise praxeológica dos problemas do livro didático. Tais análises nos darão condições para responder a questão de pesquisa e fornecer indícios para avaliarmos em que medida o objetivo deste trabalho foi alcançado.

2 REVISÃO DE LITERATURA

Apresentaremos neste capítulo algumas pesquisas que têm como tema os objetos de estudo dessa dissertação. O intuito da revisão da literatura é o de investigar resultados significativos de pesquisas sobre o assunto abordado de modo a contribuir para a compreensão da problemática do tema, a delimitação do quadro teórico e metodológico, assim como explicitar as possíveis contribuições de outras pesquisas na área.

Para a consulta e seleção dos trabalhos utilizamos dois sítios de indexação de pesquisas acadêmicas, o *Banco de Teses e Dissertações da CAPES* e o *Portal de Periódicos CAPES/MEC*. A seleção dos trabalhos aconteceu entre maio e junho de 2017.

Ao pesquisarmos por palavras-chave, no Banco de Teses e Dissertações da CAPES, utilizamos a opção de inserir os termos entre aspas para que tivéssemos uma busca mais precisa.

Iniciamos a pesquisa com as palavras-chave “*Alfabetização Matemática*”, “*Letramento Matemático*” e “*Resolução de Problemas*”. Ao pesquisarmos por “*Alfabetização Matemática*”, tivemos como resultado 78 trabalhos. Utilizando o filtro: Ano de 2012, 2013, 2014, 2015 e 2016, tivemos como resultado 55 trabalhos.

Realizamos o mesmo procedimento para a busca das palavras-chave “*Letramento Matemático*”. Obtivemos como resultado 19 trabalhos acadêmicos distribuídos nos anos de 2009, 2013, 2014, 2015 e 2016.

Ao inserirmos os termos “*Resolução de Problemas*”, tivemos como resposta 3017 investigações sobre o tema. Para reduzirmos o elevado número de trabalhos em diversos campos e áreas do conhecimento, utilizamos o seguinte filtro: Área de concentração – Educação Matemática. Dessa forma tivemos a pesquisa restrita aos anos 2013, 2014, 2015 e 2016, com 155 resultados.

Com o propósito de reforçar o referencial teórico delineado, também optamos em realizar uma pesquisa por artigos relacionados ao nosso tema, a qual foi realizada no *Portal de Periódicos CAPES/MEC*.

Dos trabalhos resultantes objetivamos selecionar aqueles que se relacionavam com nossos objetos de pesquisa e que tivessem foco nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

As teses e dissertações selecionadas foram: Mindiate (2015), Marques (2016), Pellatieri (2013), Cybis (2014) e Etcheverria (2014) (nessa ordem).

Os artigos selecionados foram: Souza (2011), Aguiar e Ortigão (2012), Galvão e Nacarato (2013), Silva, Cenci e Beck (2015) e Maia e Maranhão (2015) (nessa ordem).

A seguir apresentaremos um resumo das publicações abertas citadas, primeiro as dissertações e teses e posteriormente os artigos.

2.1 Uma compreensão da alfabetização matemática como política pública no Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa – Mindiate (2015)

A dissertação de Mindiate (2015) tem por foco especificamente a alfabetização matemática na perspectiva do letramento. A dissertação aborda, inicialmente, a ideia mais ampla de políticas públicas, buscando perceber como tais políticas se colocam como instrumentos para a solução de problemas sociais, considerando a educação como um direito social e o Estado como responsável pela organização e implementação de políticas que assegurem este direito. A ênfase do trabalho recai sobre a alfabetização matemática de crianças que estão no ciclo de alfabetização (até o 3º ano do Ensino Fundamental), centrando-se nas ações do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC).

Um das inquietações agudas de Mindiate (2015) era o desnível entre a política pública e as ansiedades da sociedade, assim, para o autor, as políticas públicas não se relacionam de forma eficiente com os desejos dos professores e os objetivos do ensino.

Além das referências de uma pesquisa bibliográfica, a investigação de Mindiate (2015) utiliza-se de entrevistas que por sua vez produziram transcrições do áudio e textualizações (edição da entrevista). As entrevistas foram feitas com professores que estão envolvidos de um lado com o estudo e investigações de políticas públicas e, de outro lado, com a própria formulação e implementação do PNAIC, no que diz respeito a Alfabetização Matemática.

Os estudos de Mindiate (2015) apontaram, a partir das entrevistas realizadas com os professores, que o PNAIC foi uma política importante fundamentada em duas frentes de ação: primeiro a de garantir o acesso aos bens culturais a toda criança, na

ideia de que ela é sujeito de direito; o segundo objetivo é o de fechar a indústria da educação de jovens e adultos.

O PNAIC é referenciado como uma relevante ação do governo federal, pois, além de engajar os professores no desenvolvimento do programa, incentivou a comunidade científica em pesquisas educacionais.

A dissertação de Mindiate (2015) contribui com este trabalho ao apresentar a concepção de política pública pautada na legislação vigente e inserir a discussão do PNAIC como resultado de uma demanda educacional brasileira.

Outra contribuição a nossa investigação é o aprofundamento do estudo sobre o conceito de alfabetização matemática e sua relação com a linguagem em língua materna, principalmente com os pressupostos de Danyluk (1993) e Machado (2001).

2.2 Alfabetização Matemática: uma concepção múltipla e plural – Marques (2016)

A tese de Marques (2016) apresenta reflexões e argumentos elaborados a partir do percurso investigativo sobre os tipos de alfabetizações que se constituem para além dos muros da escola. A pesquisa de cunho qualitativo, desenvolvida com ênfase etnográfica, tem como objetivo analisar elementos presentes nas aprendizagens de crianças dos anos iniciais, para além das paredes da sala de aula, para uma compreensão de alfabetização (matemática) como múltipla e plural.

A pesquisa foi desenvolvida em colaboração com duas turmas, uma do Ciclo Básico I (2º ano), com 18 crianças e outra do Ciclo Básico I (2º e 3º anos) com 13 alunos de escolas localizadas em áreas ribeirinhas de Belém-PA.

Com ênfase etnográfica a metodologia destina-se a perceber a diversidade envolvida nas vivências das crianças ribeirinhas, cujas aprendizagens ancoram-se em práticas socioculturais peculiares, em atividades de coletas de frutas e sementes, na pesca de camarões e peixes.

Para a constituição de informações a serem analisadas com vistas à consecução dos objetivos da pesquisa, Marques (2016) destaca algumas estratégias metodológicas: observação, anotação de atividades e relatos em diário de campo, gravação de áudio, coleta de produções escritas e pictográficas das crianças e registros fotográficos.

Como resultados, verificou-se que as crianças ribeirinhas desenvolviam a alfabetização matemática a partir de atividades como remar, subir no açazeiro, a contabilizar a quantidade de frutos coletados usando unidades de medidas elaboradas pela comunidade, a se deslocar por entre rios e igarapés desenvolvendo modo próprio de localização espacial, utilizando como referência casas próximas, barcos, árvores, a resolver situações matemáticas usando as vivências ao acompanharem pais na comercialização do açaí, a calcular o somatório, o troco. Aprendem, inclusive, noções da lei de oferta e procura ao compreenderem que o valor de comercialização do açaí “depende do açaí”. Interagem com o sistema monetário antes mesmo de este se constituir em conteúdo estudado na escola.

A multiplicidade e pluralidade da alfabetização matemática é constatada nos estudos de Marques (2016), pois, segunda a autora as crianças observam, analisam, questionam, inferem, elaboram teorias, conjecturam sobre distintas e diversificadas situações com as quais interagem e com as quais se deparam em suas vivências, concomitantes com o processo de alfabetização, no qual oficialmente encontram-se inseridas.

O trabalho de Marques (2016) se relaciona e contribui com nossa dissertação ao apresentar a importância do trabalho da alfabetização matemática em conjunto com a alfabetização e letramento em língua portuguesa, e para tal, oferece os indicadores e níveis de proficiência da Avaliação Nacional da Alfabetização (ANA), que por sua vez integra o PNAIC. Essa avaliação tem como objetivo aferir o nível de alfabetização e letramento em Língua Portuguesa e alfabetização em Matemática, por meio de testes cognitivos, aplicados a alunos matriculados no 3º ano do Ensino Fundamental.

Apesar da tese de Marques (2016) discutir os dados referentes a ANA que são competências mínimas necessárias à alfabetização, e que, portanto, são competências desenvolvidas tipicamente na escola, ao mesmo tempo, traz de forma mais abrangente a complexidade sobre o fenômeno “alfabetização” e dá indícios de como tal fenômeno ocorre dentro e fora da instituição escola, na aprendizagem pela cultura e relações com a matemática, a partir de registros pictográficos e relatos das crianças.

Assim como Marques (2016) defende a alfabetização em sua pluralidade e multiplicidade de sentidos, na seção Estudo do Objeto, defenderemos a partir das ideias de Goulart (2001) a existência de letramentos no plural.

2.3 Letramentos Matemáticos escolares nos anos iniciais do Ensino Fundamental - Pellatieri (2013)

A dissertação de Pellatieri (2013) de abordagem qualitativa, tem como foco as práticas escolarizadas de letramentos matemáticos de alunos dos anos iniciais do ensino fundamental e as parcerias realizadas com a professora. Neste sentido, busca-se investigar: Como a resolução de problemas em práticas escolarizadas traz os aspectos dos letramentos matemáticos escolares?

A investigação foi realizada em uma escola parceira, que faz parte da Rede Municipal de Ensino Básico do município de Itatiba, interior do Estado de São Paulo, em uma sala de aula de 2^o/3^o anos, formada por aproximadamente 25 alunos, na faixa etária entre 7 e 9 anos.

A pesquisa foi inserida no âmbito do Projeto Observatório da Educação (Obeduc) 2010 “A parceria universidade-escola: múltiplos olhares para o letramento-numeramento nos anos iniciais do ensino fundamental”. O projeto busca analisar, num trabalho colaborativo com escolas da educação básica, as concepções e as práticas de leitura e de escrita nos anos iniciais do ensino fundamental a partir dos dados do ENADE, Prova Brasil e SARESP.

Os objetivos específicos da investigação de Pellatieri (2013) foram: evidenciar o movimento de planejamento, desenvolvimento e interpretação de práticas escolarizadas nos anos iniciais do ensino fundamental, em uma parceria entre a pesquisadora e a professora, tendo como referência inicial a análise da Provinha Brasil de Matemática (2011); identificar como as estratégias de resolução de problemas pelos alunos dão indícios de letramentos matemáticos em práticas escolarizadas.

A presente pesquisa é de abordagem qualitativa e complementa-se com a abordagem histórico-cultural, que segundo o referencial adotado, amplia o olhar sobre os diferentes aspectos da realidade, tanto para explicá-la quanto para buscar formas de transformá-la.

Para responder à questão de pesquisa e alcançar os objetivos propostos foram utilizados como dados para a análise: os registros produzidos pelas crianças, os registros videográficos e audiográficos das situações de resolução coletiva de problemas pelos alunos, os registros produzidos pela professora parceira (orais e

escritos), a provinha Brasil de Matemática do ano de 2011 e o diário de campo da pesquisadora.

A pesquisa de Pellatieri (2013) identificou que a concepção de letramento presente na prova é a concepção de letramento autônomo (STREET, 1995), uma vez que há uma preocupação com a representação e reconhecimento de números e formas geométricas básicas, ou seja, na prova cobram-se questões referentes à alfabetização matemática como prática de codificar e decodificar, desvinculada das práticas sociais. Alguns aspectos foram apontados em relação a provinha Brasil, são eles:

- Alguns erros cometidos pelos alunos estão vinculados a forma como a prova é estruturada e aplicada;
- A contextualização apresentada na prova por vezes não favorece a compreensão e os sentidos construídos pelos alunos;
- A (re)leitura do enunciado é ponto fundamental para o trabalho com a resolução de problemas, no sentido de usar o texto como recurso;
- A análise evidenciou uma defasagem no conteúdo da prova em relação aos descritores e aos documentos curriculares, o que poderia levar o professor a “moldar” sua prática em função somente desta avaliação.

A dissertação de Pellatieri (2013) contribui com nossa investigação ao abordar diferentes tipos e dimensões de letramento: individual, social, funcional, ideológico, autônomo, e sobretudo, o letramento matemático, este último faz parte de nossos objetos de estudo.

Outro ponto a ser destacado é a inclusão do letramento matemático dentro do conceito de letramento, pois, dessa forma nos propiciou a compreensão de que as práticas de letramento matemático contemplam as situações em que a leitura e a escrita se fazem presentes e necessárias, e que, portanto, não se configuram como ações divergentes, mas, complementares.

A resolução de problemas como metodologia de ensino é uma concepção defendida neste trabalho, enfatizando a relevância de um trabalho pautado na compreensão dos significados e no “fazer matemático”. Tal concepção é desenvolvida em nosso trabalho acadêmico.

2.4 O ensino das Estruturas Aditivas junto a professoras dos anos iniciais do ensino fundamental – Etcheverria (2014)

A tese de Etcheverria (2014) tem como objetivo principal identificar e compreender quais contribuições um estudo do Campo Conceitual Aditivo, baseado na Teoria dos Campos Conceituais e na reflexão sobre a ação docente, realizado, por meio de grupos de discussão, com professoras dos anos iniciais do Ensino fundamental de uma escola municipal do interior de Sergipe, traz para o aprendizado e ensino na resolução de problemas aditivos.

O delineamento metodológico enquadrou-se numa abordagem quanti-qualitativa estruturada em três etapas, chamadas de estudos. O Estudo 1, *diagnóstico*, teve o intuito de conhecer a realidade do contexto educacional envolvido. Aplicou-se um instrumento com 10 problemas aditivos a 248 estudantes do 2º ao 5º ano das 11 turmas dos anos iniciais do Ensino Fundamental da escola escolhida. No mesmo momento, solicitou-se às professoras desses estudantes que elaborassem seis problemas de adição e/ou subtração e foi coletado um exemplar de cada ano escolar (2º ao 5º ano) do livro de Matemática adotado pela escola. No Estudo 2, *grupo de discussão*, a partir da análise dos dados coletados no Estudo 1, foram realizados oito encontros de estudo do Campo Conceitual Aditivo com as professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental da escola envolvida. Os dados relativos ao desempenho dos estudantes nos dez problemas, as estratégias utilizadas por eles nas resoluções dos mesmos, a classificação dos problemas elaborados pelas professoras e a classificação dos problemas do livro de Matemática adotado pela escola, serviram para provocar discussões e reflexões no grupo de discussão, que iniciou com oito professoras e finalizou com quatro. No Estudo 3, *comparativo*, foram realizadas duas reaplicações do instrumento com os dez problemas, aos alunos: uma no mês seguinte ao encerramento dos estudos com as professoras e, outra, seis meses depois do estudo.

Os principais resultados obtidos na investigação de Etcheverria (2014) foram:

(i) Desempenho dos estudantes nos problemas de adição e de subtração

Os resultados da análise dos dados, referentes ao índice geral de acertos dos estudantes no instrumento aplicado, mostram que houve um avanço no desempenho dos mesmos.

Os resultados expressam uma relação inversa entre o desempenho dos estudantes e o grau de complexidade da situação-problema, o que significa que o melhor desempenho dos estudantes ocorreu nas situações com menor grau de complexidade, as situações prototípicas de composição e transformação.

(ii) Estratégias utilizadas pelos estudantes e dificuldades apresentadas

A análise das estratégias de resolução utilizadas pelos estudantes revelou que o tipo de esquema mais utilizado por eles é o algoritmo no formato de conta armada, representado com algarismos. Ao utilizarem esse tipo de representação, os estudantes cometeram três tipos de erros: ausência ou troca dos sinais de “mais” ou de “menos”, posicionamento errado dos algarismos no algoritmo, e resolução errada do cálculo.

Foi possível observar, também, que o número de estudantes que fez uso do esquema de resolução com desenhos e com cálculo mental foi decrescente na sequência de aplicações do instrumento. Esse resultado sinaliza que, à medida que os estudantes se apropriam das regras operatórias da adição e da subtração, eles abandonam outros esquemas de resolução.

(iii) Problemas de adição e de subtração elaborados pelas professoras

A classificação dos problemas de adição e de subtração presentes no livro de Matemática adotado pela escola revela que quase 50% das situações ali presentes são da categoria transformação e o menor número é das situações da categoria comparação.

A análise mostrou que, apesar de serem encontrados problemas com diferentes graus de complexidade, há uma ênfase nas situações de menor grau de complexidade, com 65% do total de problemas categorizados.

(iv) Relação entre os resultados dos instrumentos aplicados

Os resultados confirmam uma relação entre os problemas aditivos elaborados pelas professoras, os problemas de adição e de subtração do livro adotado pela escola e o desempenho dos estudantes nesses tipos de problemas.

Os resultados obtidos apontam que os problemas presentes no livro de Matemática orientam o trabalho realizado pelas professoras na sala de aula.

Os resultados deste estudo permitem recomendar que também as situações-problema de adição e de subtração presentes no livro de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental adotado pela escola sejam ajustadas, de maneira que possibilitem ajudar os estudantes a ampliarem os conhecimentos relativos às Estruturas Aditivas, a invés de enfatizarem situações com um mesmo grau de complexidade.

As principais contribuições da tese de Etcheverria (2014) a nossa investigação, em primeiro lugar, foi a discussão aprofundada sobre as Estruturas Aditivas da Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud, utilizada como referencial teórico neste trabalho. Em segundo lugar, propiciou uma análise profícua do livro didático a respeito dos tipos de problema de estrutura aditiva priorizados neste material. Utilizamos este procedimento como uma de nossas etapas de pesquisa.

2.5 Resolução de Problemas Multiplicativos: análise de processos heurísticos de alunos de 5º ano do Ensino Fundamental – Cybis (2014)

A dissertação de Cybis (2014) tem por objetivo investigar se a utilização de uma metodologia de resolução de problemas que valoriza a reflexão sobre o processo de resolver um problema, pode colaborar para a percepção dos processos heurísticos envolvidos.

A pesquisa foi realizada com 19 alunos de uma turma de 5º ano do Ensino Fundamental durante três encontros de 50 minutos cada. Em cada encontro foram aplicados cinco problemas multiplicativos, selecionados de acordo com a Teoria dos

Campos Conceituais de Vergnaud (2009). Esses problemas foram resolvidos pelos alunos por meio de uma ficha elaborada com base nas fases de resolução de problemas propostas por Mason, Burton e Stacey (1982). Os dados coletados foram analisados à luz do quadro teórico da Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, op. cit.). Os alunos também foram conduzidos a refletir e interpretar um tipo diferente de esquema, denominado diagrama de barras. As produções dos alunos foram analisadas de modo a informar se os mesmos continuavam a utilizar a ficha ou o diagrama de barras para resolver os problemas multiplicativos.

Alguns resultados obtidos foram:

- O uso da ficha contemplou amplamente o objetivo de nossa pesquisa, pois, por meio dela, conseguimos fazer com que os alunos percebessem os próprios processos heurísticos, de uma maneira prazerosa e refletida em grupo;
- A proposta do uso do diagrama mobilizou nos estudantes uma vontade de apresentar uma representação pictórica para resolver os problemas, mesmo que não idêntica ao original;
- Identificou-se que o uso do diagrama potencializou a percepção dos invariantes operatórios mobilizados pelos alunos para resolver problemas, isto é, essa ferramenta favoreceu uma reflexão mais profunda do indivíduo sobre o problema;
- A utilização de representações e problemas multiplicativos diferenciados favoreceram o desenvolvimento de habilidades heurísticas por parte dos alunos. Deste modo, concluímos que a utilização de uma metodologia de resolução de problemas multiplicativos que valoriza a reflexão sobre o processo de resolver um problema, pode, de fato, colaborar para a percepção dos processos heurísticos, conforme o objetivo de nossa pesquisa.

A pesquisa de Cybis (2014) contribui com nosso trabalho ao abordar a metodologia de resolução de problemas, objeto de pesquisa indissociável em nossa investigação. A Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud, mais especificamente as Estruturas Multiplicativas, são utilizadas em nossa dissertação para a classificação dos problemas dos livros didáticos em análise.

2.6 Alfabetização Matemática: considerações sobre a teoria e a prática – Souza (2011)

O artigo de Souza (2011) discorre sobre algumas considerações sobre o processo de alfabetização Matemática, de modo a localizar a matemática no contexto da aquisição dos processos de leitura e de escrita. Neste trabalho a autora defende a ideia que a concretização da alfabetização só é possível quando ocorre a fusão entre as duas formas de linguagem básica para qualquer instância da vida e qualquer área do conhecimento, isto é, a Linguagem Matemática e a Língua Materna.

Para Souza (2011) o fenômeno da alfabetização matemática deve ocorrer nos anos iniciais no ensino fundamental e define este fenômeno como: a ação inicial de ler e escrever matemática, ou seja, de compreender e interpretar seus conteúdos básicos, bem como saber expressar-se através de sua linguagem específica.

A autora alerta para o fato que diante das pressões sociais, alguns professores admitem priorizar nos anos iniciais apenas os processos de aquisição da leitura e da escrita na língua materna, deixando a segundo plano a aprendizagem matemática que só é trabalhada após o suposto domínio do código linguístico. Para que haja uma conexão entre a linguagem matemática e a linguagem ordinária, a Alfabetização Matemática deve resultar num trabalho de comunicação, contextualização, leitura, escrita, e, acima de tudo, de envolvimento do aluno na construção do conhecimento.

Neste artigo foi constatado que o ensino da Matemática tem ficado restrito aos livros didáticos. Neste sentido, em relação à linearidade com que são trabalhados os conteúdos matemáticos na escola, também foi identificado por Souza (2011) um total descaso com dois temas de grande importância para a alfabetização Matemática: a Geometria e o Tratamento da Informação.

Nas considerações finais a autora defende que o processo de alfabetização em Matemática deve estar pautado na contextualização, historicização e enredamento, isto é, dar sentido à aprendizagem situando o conhecimento matemático no contexto de sua aplicação, no contexto histórico de sua construção e de envolver o aluno na (re)construção do conhecimento.

O trabalho de Souza (2011) nos auxiliou na compreensão de uma das hipóteses iniciais que foi alvo de nossas reflexões antes mesmo de iniciar esta pesquisa. Empiricamente acreditava que nos primeiros anos do Ensino Fundamental existia um grande esforço por parte dos professores alfabetizadores em ensinar aos

alunos a leitura e a escrita em língua materna em detrimento das noções e conceitos matemáticos. A autora afirma em seu estudo que alguns professores só abordam conteúdos matemáticos após o domínio do código linguístico pelos alunos, e mesmo nestes casos, o tratamento dado à matemática quase nunca está relacionado à alfabetização propriamente dita, mas comumente ligado à memorização de sequências numéricas, treino de grafia dos números e procedimentos algorítmicos. Tal constatação, além de trazer cientificidade à nossa hipótese inicial, corrobora e fundamenta a problemática de nossa pesquisa, falar sobre a Alfabetização e Letramento Matemático é salutar tanto para as pesquisas na área de educação matemática quanto para o trabalho dos professores da escola básica. Concordamos com Souza (2011) e defendemos neste trabalho que a Alfabetização só existe quando a língua materna se une a linguagem matemática.

2.7 Letramento em Matemática: um estudo a partir dos dados do PISA 2003 – Aguiar e Ortigão (2012)

Apesar do trabalho de Aguiar e Ortigão (2012) não estar voltado aos anos iniciais do ensino fundamental, pois este abarca e avalia o desempenho dos alunos na faixa etária de 15 anos de idade, optamos em utilizá-lo pelo seu foco na resolução de problemas como competência para o Letramento Matemático.

O artigo de Aguiar e Ortigão (2012) parte do pressuposto que os resultados das avaliações externas são bons indicadores para compreender o currículo aprendido.

Foram utilizados os resultados do Programa Internacional de Avaliação dos Estudantes – PISA 2003, com o objetivo de comparar o currículo de matemática do Brasil e Portugal.

Os autores justificam que sua escolha pelo PISA se dá por ser uma avaliação que enfatiza as competências escolares necessárias à vida moderna, não se restringindo a conteúdos curriculares. Para eles, o Programa verifica os conhecimentos dos alunos em diferentes áreas, e, para balizar a amplitude desses conhecimentos demonstrados, o PISA utiliza o conceito de *letramento*, que remete à capacidade de o aluno aplicar seus conhecimentos, analisar, raciocinar e se

comunicar com eficiência, à medida que expõe, resolve e interpreta problemas, em diversas situações.

A pesquisa de Aguiar e Ortigão (2012) objetivou responder às seguintes questões gerais:

- Há diferenças de competência cognitiva entre os alunos brasileiros e portugueses?
- É possível identificar competências matemáticas que são exploradas diferentemente nos currículos desses países?
- Que itens de prova apresentaram DIF⁴? Esses itens seguem algum padrão?

A metodologia escolhida e usada para essa investigação foi a análise do Funcionamento Diferencial do Item – DIF (AGUIAR, 2010; SOARES; GENOVEZ; GALVÃO, 2005). Esta metodologia permite identificar itens que violam um dos principais pressupostos da Teoria de Resposta ao Item, segundo o qual a probabilidade de acertar um item é função da proficiência do aluno.

Embora Brasil e Portugal tenham tido uma nota abaixo da média segundo a OCDE⁵, o Brasil foi o país que apresentou maior crescimento na escala global de Matemática ao longo dos três ciclos do PISA (OCDE, 2005).

No geral, os autores relatam que a média dos alunos brasileiros no PISA é preocupante. Portugal, mesmo estando no mesmo grupo que o Brasil, na classificação geral apresenta resultados melhores. A diferença da pontuação média na escala global de Matemática, entre Brasil (356) e Portugal (466) é de 110 pontos, o que significa que além de ser um dado importante estatisticamente, a maioria de nossos alunos se situa dois níveis abaixo da posição ocupada pelos seus colegas portugueses na escala do PISA. Com esse resultado, Portugal encontra-se, em média, no nível 2 da escala:

neste nível os alunos são capazes de interpretar e reconhecer situações em contextos que não requerem mais do que uma inferência direta. São capazes de extrair informação relevante de uma única fonte e conseguem fazer uso de um único modo de representação. Conseguem empregar algoritmos, fórmulas, procedimentos, ou convenções a um nível básico. São capazes de efetuar raciocínios diretos e fazem interpretações literais dos resultados. (OCDE, 2005, p. 28)

⁴Funcionamento Diferencial do Item (DIF).

⁵ Fundada em 1960, a OCDE (Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico) é uma organização de cooperação internacional composta por 34 países. Sua sede fica na cidade de Paris (França).

Os autores apontam que alunos brasileiros tiveram uma média situada abaixo do nível 1 na escala de proficiência, admitindo a afirmação que “estes não foram capazes de utilizar as capacidades matemáticas requeridas pelas tarefas mais simples do estudo PISA” (OCDE, 2005, p. 32).

Para Aguiar e Ortigão (2012), a análise descritiva das características dos itens de Matemática que apresentaram DIF entre os alunos brasileiros e portugueses revelou a existência de diferentes habilidades cognitivas entre esses grupos, e indicou caminhos para identificar padrões que estariam gerando o DIF.

Neste trabalho foram constatados fatores capazes de influenciar o desempenho dos alunos, tais como: a organização do sistema educacional, a forma como os currículos são organizados e a ênfase com que se explora um determinado conteúdo em sala de aula. Outros fatores ligados diretamente aos alunos podem influenciar no resultado das avaliações, como: seus modos de pensar, seus valores culturais e sociais, as características econômicas de suas famílias.

O artigo de Aguiar e Ortigão (2012) trouxe à luz de nossa pesquisa os resultados da avaliação do PISA em 2012 relacionados a área da Matemática. Embora a avaliação do PISA abarque os alunos matriculados no Ensino Médio, a contribuição importante deste artigo para nossa pesquisa é o significado de letramento matemático e as definições consideradas pelo relatório da OCDE/PISA. A noção de letramento adotada pelo PISA relaciona-se com o uso mais abrangente e funcional da Matemática, o que exige do estudante a capacidade de reconhecer e formular problemas matemáticos em variadas situações de sua vida. O trabalho de Aguiar e Ortigão (2012) reforçou a ideia de que o Letramento deve dar condições para o exercício da cidadania, que deve favorecer o pensar matematicamente, que a ênfase não deve ser dada a quantidade de conteúdos, mas, à qualidade do processo. Essas ideias são adotadas em nossa dissertação.

2.8 O letramento matemático e a resolução de problemas na Provinha Brasil – Galvão e Nacarato (2013)

O artigo que retrata o estudo de Galvão e Nacarato (2013) tem por foco central a análise das concepções de letramento presentes em situações problema na Provinha Brasil de Matemática do 2º ano do Ensino Fundamental e propõe reflexões

sobre a relação entre o letramento e o letramento matemático. Para a análise os autores usaram a Matriz de Referência para a Avaliação da Alfabetização Matemática Inicial (BRASIL, 2007) especificamente, para o segundo eixo, “Resolver problemas por meio da adição, subtração, multiplicação e divisão”, com o propósito de investigar como as atividades do Caderno do Aluno do ano de 2011 e de 2012 concebem o letramento matemático.

Galvão e Nacarato (2013) optaram em centrar a análise da resolução de problemas por acreditarem que “o conhecimento matemático ganha significado quando os alunos têm situações problemas desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução”. (BRASIL, 2011a, p. 106)

Os blocos de conteúdos que constam na Matriz de Referência para a Avaliação Matemática Inicial (BRASIL, 2007), estão divididos em quatro eixos: Números e operações, Geometria, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação. Para este trabalho os autores selecionaram o eixo de Números e Operações na parte que se refere à resolução de problemas e às práticas de letramento matemático.

Quadro 1 - Excerto da Matriz de Referência para Avaliação da Alfabetização Matemática Inicial.

Competências	Descritores/habilidades
C2 - Resolver problemas por meio da adição ou subtração	D2.1 - Resolver problemas que demandam as ações de juntar, separar, acrescentar e retirar quantidades.
	D2.2 – Resolver problemas que demandam as ações de comparar e completar quantidades.
C3 - Resolver problemas por meio da aplicação de ideias que preparam para a multiplicação e a divisão	D3.1 – Resolver problemas que envolvam as ideias de multiplicação.
	D3.2 - Resolver problemas que envolvam as ideias de divisão.

Fonte: Brasil (2011c, p. 1-2).

Neste trabalho os autores chamam a atenção pela forma pouco abrangente e recorrente em que a prova avalia diferentes ideias das operações básicas. Assim, Galvão e Nacarato (2013) analisam as propostas dos testes contidos na Provinha Brasil nos anos de 2011 e 2012. Buscaram avaliar se estes testes são capazes de mobilizar conhecimentos matemáticos dos alunos na resolução dos problemas, e a partir da análise dos comentários dos itens da Provinha Brasil, em que medida tais testes contribuem para a formação dos professores.

Como resultados, Galvão e Nacarato (2013) verificaram que a Provinha Brasil concebe a resolução de problemas como uma habilidade básica que pode ser avaliada por testes de múltipla escolha, ou seja, os autores consideram que são questões escolares de alfabetização matemática que não apresentam grandes desafios aos alunos. Para os autores, são propostas que envolvem o conceito de alfabetização matemática e não atingem as práticas sociais dos alunos, que se estabelecem com as práticas de letramento matemático, como por exemplo, os jogos, brincadeiras e uso do dinheiro. Também não há espaço neste tipo de avaliação para o desenvolvimento das estratégias pessoais dos alunos, pois as questões são objetivas exigindo resposta única.

Outro aspecto verificado pelos autores, foi que a Provinha Brasil utiliza os conceitos de alfabetização e letramento matemático sem qualquer justificativa para o professor, nem explicitações da inclusão da alfabetização nos processos de letramento. Para Galvão e Nacarato (2013) fica a impressão de que os avanços e discussões ocorridas na área de língua portuguesa sobre as questões relativas à alfabetização e o letramento, ainda não atingiram a área de matemática. Os autores perceberam que os conceitos de alfabetização e letramento estavam sendo usados indistintamente nos documentos que subsidiam a prova, porém, as questões se limitavam somente à alfabetização.

Galvão e Nacarato (2013) ao tratar sobre “O letramento matemático e a resolução de problemas na Provinha Brasil”, contribui com nossa investigação ao apresentar aportes teóricos sobre o numeramento⁶ e sua inerente relação com o letramento, e também, ao realizar uma importante distinção entre a alfabetização matemática e o letramento matemático. Outro ponto de intersecção que julgamos interessante foi o foco dado à análise da Matriz de Referência que norteia a Provinha Brasil “estruturada sobre o foco de Resolução de Problemas”. A concepção trazida sobre a resolução de problemas, estabelece a convicção de que “o conhecimento matemático ganha significado quando os alunos têm situações problemas desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução.

⁶Cumpre-nos compreender o numeramento em sua dimensão social, como um “fenômeno cultural”, ou seja, como um conjunto de práticas em contextos específicos de uso, nos quais se fazem presentes necessidades, sentidos, valores, critérios, tanto quanto “conhecimentos, registros, habilidades e encaminhamentos dos procedimentos matemáticos”, sejam eles orais ou escritos. (Fonseca, 2010, p.329)

Outra colaboração que o artigo de Galvão e Nacarato (2013) trouxe ao nosso trabalho foi a forma de analisar os itens da Provinha Brasil. Os autores optaram em analisar os comentários das questões trazidos na Provinha Brasil e relacioná-los com algumas concepções de letramento. Os comentários sobre o nível de dificuldade das questões, adequação à faixa etária dos alunos, abertura para as estratégias de resolução, os quais formaram o *corpus* deste artigo, forneceram caminhos para nossa escolha teórico-metodológica.

2.9 Estratégias e procedimentos de crianças do ciclo de alfabetização diante de situações-problema que envolvem as ideias de número e sistema de numeração decimal – Silva, Cenci e Beck (2015)

O artigo de Silva, Cenci e Beck (2015) apresenta as estratégias pessoais e procedimentos utilizados por crianças ao final do 3º ano do Ensino Fundamental (ciclo de alfabetização) ou no início do 4º ano, produzidas a partir de situações-problema que envolvem a ideia de número e sistema de numeração com base nas habilidades previstas na Matriz de Referência na Provinha Brasil⁷ de Matemática.

Neste artigo os autores procuraram compreender como os alunos resolvem situações problema que demandam recursos ligados às competências e habilidades exigidas na Provinha.

O trabalho de Silva, Cenci e Beck (2015) é de caráter qualitativo e se inspira na pesquisa participante do tipo investigação-ação escolar. Esse tipo de investigação é constituída pelos ciclos de planejamento, ação, observação e reflexão (Carr; Kemmis, 1988), em níveis de complexidade progressivos. O Quadro 1 resume e estrutura a pesquisa do tipo investigação-ação escolar:

⁷A Provinha Brasil é uma avaliação diagnóstica aplicada aos alunos matriculados no 2º ano do ensino fundamental. O Instituto Nacional de Pesquisas e Estatísticas Anísio Teixeira (INEP), ligado ao Ministério da Educação (MEC), criou a Provinha Brasil.

Quadro 2 – Detalhamento da Investigação-Ação Realizada

Momentos	Descrição
Planejamento	Estudo da realidade da proposta. Desenvolvimento da compreensão sobre as competências e habilidades em estudo. Construção da situação-problema. Elaboração dos materiais a serem aplicados.
Ação	Ação nas turmas dos 3º e 4º anos do ensino fundamental para a coleta de informação. Proposição das atividades. Elaboração de perguntas durante o desenvolvimento das estratégias pelos alunos.
Observação	Observação de condutas dos alunos, materiais que produziram e explicações que adotaram para algumas estratégias.
Reflexão	Análise dos dados coletados. Reflexão sobre os limites da situação-problema empregada. Elaboração de uma compreensão de como os alunos do ciclo da infância agem e as capacidades que apresentam no campo dos números e operações.

Fonte: Silva, Cenci e Beck, 2015, p.546.

Participaram dessa pesquisa duas turmas do ensino regular da rede pública municipal de uma cidade do interior do Rio Grande do Sul.

O objetivo não foi o de comparar o desempenho duas turmas, pois, os dados não tinham o caráter de evidenciar as diferenças entre os sujeitos de um ou outro grupo. A intenção era de obter uma amostra referente aos alunos que estavam concluindo o ciclo de alfabetização e outra dos alunos que haviam concluído recentemente o 3º ano.

Os autores utilizaram como estratégia didática para a aquisição de habilidades e competências, a ideia de situação problema caracterizada por recortes de um domínio complexo, cuja a realização implica no uso de recursos materiais e cognitivos para a tomada de decisão e mobilização de estratégias para a solução de problemas. Dessa forma, a ação, que é o segundo passo da investigação-ação escolar, volta-se para uma situação problema que demandou a mobilização da capacidade de identificar conceitos, ideias e estruturas relacionadas à construção do significado do número e suas representações, envolvendo o contexto das crianças.

Os alunos das turmas envolvidas resolveram algumas situações problema de modo a contemplar os descritores (habilidades) D1.1, D1.2, D1.3, e D1.4 da Matriz de

Referência da Provinha Brasil e foram submetidos aos momentos da investigação-ação escolar, da forma como segue:

- 1º Momento – **Planejamento** - D1.1 – “associar a contagem de coleções de objetos à representação numérica das suas respectivas quantidades”;
- 2º Momento – **Ação** - D1.2 – “Associar a denominação do número à sua representação simbólica”;
- 3º Momento - **Observação** - D1.3 – “comparar ou ordenar quantidades pela contagem para identificar igualdade ou desigualdade numérica”;
- 4º Momento – **Reflexão** - D1.4 – “comparar ou ordenar números naturais”.

Após a realização dos quatro momentos com as turmas, pretendeu-se abranger e avaliar as competências e habilidades descritas na Competência 1 - “mobilizar ideias, conceitos e estruturas relacionadas à construção do significado dos números e suas representações” – da Matriz de Referência para Avaliação da Alfabetização Matemática Inicial (BRASIL, 2012, p. 24-25), que os alunos deveriam, em tese, desenvolver até concluírem o ciclo da infância.

Como resultado os autores identificaram que os estudantes têm amplo domínio das habilidades envolvidas, conseguindo solucionar os problemas apresentados.

No que se refere às estratégias e procedimentos das crianças, percebeu-se que as condutas se apoiam na contagem e no enunciado dos números, sobretudo daqueles de menor grandeza. A utilização do sistema de numeração se dá principalmente sobre as unidades, de forma que a escrita do numeral se alicerça no som das palavras que o representam, tendo as palavras de um a nove maior facilidade de associação à representação.

Verificou-se no trabalho de Silva, Cenci e Beck (2015) que as dificuldades se encontram em relacionar os números enunciados em sequência ou alcançados por meio das contagens às quantidades que eles representam.

Para concluir, os autores entenderam que o ensino escolar exerce forte influência sobre as crianças, de modo que suas estratégias e procedimentos são intensamente afetados por metodologias e materiais empregados pelos professores. Esse ensino, na maioria das vezes, baseia-se em modelos pedagógicos ditos tradicionais e que privilegiam a cópia e a repetição. No caso específico do sistema de

numeração em que os alunos precisam conhecer as regras de posicionalidade, a manipulação dos estudantes é muito restrita pelo fato de que os procedimentos de ensino abordam os números em blocos (de 1 a 10, de 11 a 20, de 21 a 30, etc.). Dessa forma, a capacidade de criação, interpretação e produção de novos conhecimentos para enfrentar diferentes situações é, ainda, bem limitada.

O artigo de Silva, Cenci e Beck (2015) nos reportou a um aprofundamento sobre os conceitos de Alfabetização Matemática e enfatizou alguns conteúdos que segundo os autores são imprescindíveis à essa fase de escolarização como: a construção e a representação do número e do sistema de numeração decimal. Os autores defendem que estes conteúdos são importantes, pois, sua não compreensão resultará em dificuldades de aprendizagem para toda a vida. Nesse sentido, o artigo de Silva, Cenci e Beck (2015) apresenta alguns autores relevantes como Danyluk (2002), Nogueira (2011), Vergnaud (2009), Lerner e Sadovsky (1996), Piaget (1971) e outros. A maioria destes autores foram utilizados como referencial teórico nesta pesquisa. Este artigo também abordou a Matriz de referência da provinha Brasil em seu primeiro eixo: números e sistema de numeração.

2.10 Alfabetização e letramento em língua materna e em matemática – Maia e Maranhão (2015)

Neste artigo as autoras tiveram como objetivo discutir visões, concepções, perspectivas e possíveis relações entre os processos de alfabetização e letramento em língua materna e em matemática. Retratam o desenvolvimento de uma pesquisa qualitativa de caráter documental e bibliográfico com análise de produções acadêmicas compreendidas no período de 1996 a 2012.

Maia e Maranhão (2015) defendem a ideia de que a partir da implementação do Ensino Fundamental de 9 anos no Brasil, o qual estabeleceu que os anos iniciais (1º, 2º e 3º ano) formariam o chamado “Ciclo de Alfabetização” com a inclusão das crianças de 6 anos de idade no 1º ano. Com a ingresso de crianças mais novas no Ensino Fundamental, novas exigências didáticas, metodológicas e de estruturação física das escolas foram necessárias, asseveram as autoras.

Em relação a Alfabetização Matemática de acordo com o *Ensino fundamental de nove anos: passo a passo do processo de implantação* (BRASIL, 2009), a determinação do que e como se trabalhar é de competência dos sistemas de

ensino. Dessa forma, Maia e Maranhão (2015) justificam a importância deste estudo, afirmando que o debate, a discussão das visões e perspectivas sobre os processos de alfabetização e letramento em língua materna e matemática, poderiam trazer implicações profícuas para o embasamento de estratégias de ensino.

Dentro do processo de Alfabetização em língua materna, as autoras identificaram a existência de duas visões: (1) a Alfabetização considerada como de caráter restrito e; (2) o Letramento, interpretado como um processo mais amplo.

Neste trabalho as autoras apresentam aspectos convergentes das publicações de Skovsmose, D'Ambrósio, Danyluk para designarem o Letramento em Matemática. Na perspectiva destes autores, Maia e Maranhão (2015) depreendem que o conhecimento matemático emerge dentro de uma sociedade macro e globalizada, envolvendo diretamente aspectos sociais, políticos e técnicos, indo além da aquisição individual de códigos e da habilidade para calcular e usar técnicas matemáticas formais. Tal ideia afina-se a um processo de Letramento em Matemática a partir do Letramento em Língua Materna. A leitura e a escrita da linguagem matemática, aliadas ao sentido e significado do conhecimento também ganham destaque nesse processo de Alfabetização Matemática.

Outro dado importante verificado por Maia e Maranhão (2015), foi a importância da utilização de estratégias de resolução de problemas nesta abordagem de letramento em matemática.

Mesmo com a indicação de algumas estratégias de ensino, as autoras declaram que a incorporação das mesmas por parte dos professores e gestores escolares, podem levar tempo, paciência e reflexão, pois, é necessário romper com crenças e concepções que esses profissionais apresentam em relação ao ensino de matemática.

O artigo de Maia e Maranhão (2015) foi o trabalho que mais contribuiu com a nossa investigação por várias razões: o estudo é destinado ao Ciclo de Alfabetização (1º, 2º, 3º anos do Ensino Fundamental), traça um paralelo entre a alfabetização em língua materna e em matemática, procura diferenciar os processos de Alfabetização e Letramento em Matemática. Alguns pressupostos teóricos dos autores citados no trabalho de Maia e Maranhão (2015) foram estudados e utilizados em nossa pesquisa, tais como: Fonseca (2009, 2010), Danyluk (1988, 2002) e Tfouni (1995, 2004, 2006).

3 PROBLEMÁTICA

Com a promulgação da Lei 11.274, de 06 de fevereiro de 2006, ocorre a alteração da redação dos artigos 29, 30, 32 e 87 da Lei nº 9.394, estabelecendo as diretrizes e bases da educação nacional, tornando obrigatória a matrícula das crianças a partir dos 6 (seis) anos de idade e, conseqüentemente, o Ensino Fundamental é ampliado de 8 (oito) para 9 (nove) anos. Tais diretrizes foram concebidas pelo Ministério da Educação (MEC) com o intuito de garantir que as crianças aprendessem a ler e a escrever de maneira contextualizada, assegurando sua formação de leitores, escrevendo, compreendendo e fazendo o uso social dos saberes, o que significa, entre outras coisas, uma oportunidade de apreciação do ensino e da aprendizagem da alfabetização e do letramento. Nesse sentido, o Caderno de Orientações do Ensino Fundamental de nove anos (trouxo informações e orientações aos municípios brasileiros sobre o processo de implantação do “novo” Ensino Fundamental), ao tratar sobre a inclusão da criança de 6 anos de idade no Ensino Fundamental, afirma que essa ampliação “significa também uma possibilidade de qualificação do ensino e da aprendizagem da alfabetização e do letramento, pois a criança terá mais tempo para se apropriar desses conteúdos” (BRASIL, 2007, p.8). Essa afirmação apoiada na ideia de que uma criança somente será alfabetizada e letrada quando se apropriar de determinados conteúdos, nos leva a refletir sobre alguns questionamentos: alfabetizar e letrar são conceitos sinônimos? Quais conteúdos são suficientes para alfabetizar e letrar uma criança? Essas questões estão presentes ao longo das discussões propostas nesta dissertação.

Vale destacar aqui a carência que temos de debates, pesquisas acadêmicas e programas de formação de professores que fomentem discussões sobre o tema alfabetização e letramento. Já em 2007 as orientações descritas no material do Ensino Fundamental de nove anos, além de apontar a necessidade de entendimento desses conceitos, indicava também a priorização equivocada de um “tipo” de alfabetização em detrimento de “outros” e que era momento de revisão de práticas e concepções sobre alfabetização. De acordo com Brasil (2007, p.10)

Outro tema de extrema relevância nesse processo de ampliação da duração do ensino obrigatório é a questão da alfabetização nos anos/séries iniciais, por isso procuramos incentivar um debate sobre Letramento e alfabetização: pensando a prática pedagógica. Assim,

optamos por abordar alguns aspectos que devem ser objeto de estudo dos professores: a importância da relação das crianças com o mundo da escrita; a incoerência pedagógica da exclusividade da alfabetização nesse primeiro ano/série do ensino fundamental em detrimento das demais áreas do conhecimento; a importância do investimento na formação de leitores, na criação de bibliotecas e salas de leitura; e a relevância do papel do professor como mediador de leitura. Este é um momento adequado, também, para revermos nossas concepções e práticas de alfabetização.

É de fundamental importância, sobretudo aos professores que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental, que tenham uma boa fundamentação teórica sobre esses processos de alfabetização e letramento. Assim diferenciá-los neste trabalho torna-se relevante. Em Educação Matemática, a alfabetização e o letramento são conceitos diferentes, porém, no processo educativo a que fazem parte, podemos dizer que são práticas que se ajustam e que se sobrepõe. Neste sentido, concordamos com a seguinte definição

“(...) trata-se então de processos independentes, mas que são também interdependentes e indissociáveis, porém de natureza fundamentalmente diferentes que envolvem conhecimentos, habilidades e competências específicos, implicando em formas de aprendizagem diferenciadas e procedimentos diferenciados de ensino”. (SOARES, 2003, p.8).

Nossa pesquisa propõe uma discussão sobre os conceitos de Alfabetização e Letramento Matemático presentes no material de formação do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC/2014) e o no livro didático adotado pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD/2016). Para qualificar e fundamentar a pesquisa serão apresentados pressupostos teóricos de autores brasileiros de modo a demonstrar como as pesquisas sobre o tema tem se comportado ao longo do tempo, e, sobretudo, analisaremos algumas influências das pesquisas em Alfabetização e Letramento Matemático nestes programas federais. Nesse contexto, nos interessou conhecer a existência ou não de pontos de convergência e divergência entre as orientações presentes no Caderno 4 do PNAIC/2014 e as condições de Alfabetização e Letramento contidas nos livros didáticos analisados com foco nos problemas de Estrutura Aditiva e Multiplicativa.

Para a análise do livro didático foi escolhida uma Coleção participante do processo de escolha do livro didático dos anos iniciais do Ensino Fundamental, composta por três volumes (1º, 2º e 3º ano – ciclo de alfabetização). A escolha ocorreu

em setembro de 2015 e o referido livro chegou às unidades escolares em 2016. Nossa escolha pela análise do livro didático se dá por três razões:

- Em primeiro lugar porque essa Coleção foi escolhida de forma unificada pela Prefeitura Municipal de Ensino de Francisco Morato/SP, cidade em que atuo como supervisor de ensino e está sendo utilizada por aproximadamente 6.000 alunos diariamente;
- Em segundo lugar, acreditamos que poderiam haver relações importantes entre o PNAIC e o livro didático, no que se refere à Alfabetização e Letramento Matemático, um por fincar suas bases na formação continuada do professor e o outro por ser um material que vem sendo utilizado como principal fonte de informações ou até mesmo o único material de estudo do professor, respectivamente;
- E em terceiro, destacamos que os livros didáticos de matemática do ciclo de alfabetização são caracterizados pelo PNLD pelo componente curricular Alfabetização Matemática (conforme edital de 2010).

Os objetos de estudo desta pesquisa são:

- Alfabetização e Letramento;
- Alfabetização e Letramento matemático;
- Resolução de Problemas.

Vale ressaltar o porquê de trazermos a Resolução de Problemas para a discussão em conjunto com a Alfabetização e Letramento Matemático. A principal justificativa para o foco na Resolução de Problemas é que assumiremos neste trabalho a definição do relatório da OCDE/PISA (2000) segundo o qual, o domínio do letramento matemático se refere “à capacidade dos alunos para analisar, julgar e comunicar ideias efetivamente, propondo, formulando e resolvendo problemas matemáticos em diversas situações”. Com base nesta definição, podemos concluir que a capacidade de resolver problemas é a principal habilidade daquele que se diz letrado matematicamente. Outro ponto que sustenta a escolha de inserirmos a Resolução de Problemas neste trabalho, é que este é um princípio metodológico reconhecido para o ensino da matemática e está presente tanto nos materiais de formação do PNAIC quanto nos objetivos norteadores para a escolha do livro didático no PNLD.

Defendemos que a Resolução de Problemas é inerente ao ensino da matemática e que podem ser desenvolvidas nos alunos significativas aprendizagens ao realizar um trabalho neste sentido. Desta forma concordamos com Dante (2000) ao afirmar que optar em trabalhar com Resolução de Problemas no ensino de matemática apresentam inúmeras vantagens: direciona o aluno a pensar produtivamente; desenvolve o raciocínio do aluno, propõe enfrentamento de desafios; referencia o sentido das soluções do problema, evoca interesse dos alunos na busca de soluções aceitáveis; possibilita a exposição de diversos procedimentos para resolver problema e, sobretudo, contribui para a formação de conceitos matemáticos, enfim, didaticamente auxilia na aprendizagem do aluno.

Como referencial teórico foram utilizadas nesta dissertação, duas teorias francesas:

- A Teoria dos Campos Conceituais (TCC) de Gérard Vergnaud;
- A Teoria Antropológica do Didático (TAD) de Yves Chevallard.

A Teoria dos Campos Conceituais (TCC) foi útil para a classificação dos tipos de problemas de Estrutura Aditiva e Multiplicativa presentes no Caderno 4 do PNAIC/2014 e nos três volumes de livros didáticos intitulados como Alfabetização Matemática. A partir desta análise foi possível verificar o nível de pareamento entre os materiais analisados e em que medida as categorias de problemas da TCC são contempladas em ambos.

Em relação a Teoria Antropológica do Didático (TAD) de Yves Chevallard. A TAD foi utilizada nesta pesquisa especificamente para a análise das organizações praxeológicas (organização didática e matemática) presentes no livro didático. Tomamos como referência as propostas de Chevallard (1999) para avaliar tarefas, técnicas, tecnologias e teorias. O intuito foi o de avaliar o tipo de tarefa, verificar se ela está identificada, se existe uma explícita razão de ser e se está adequada ao nível dos alunos para aquele referido ano. No que se refere a técnica, se ela é descrita no livro, em caso afirmativo, se de maneira completa, passo a passo, ou somente esboçada. Em relação ao bloco tecnologia/teoria, se está disponível pelo menos no manual do professor e, em caso afirmativo, de que maneira são dadas as justificativas tecnológicas. Ao final desta análise foi possível desvelar aspectos de semelhanças, diferenças e complementaridades contidos no material do PNAIC e no livro didático com vistas aos processos de Alfabetização e Letramento Matemático e abrir caminhos para novas investigações científicas.

3.1 Objetivo e questão de pesquisa

Com o objetivo de contribuir para a área de Educação Matemática, serão identificadas neste trabalho, relações entre o material do PNAIC/2014 (ano em que o foco foi dado a alfabetização matemática) especificamente o Caderno 4 e o livro didático adotado pelo município de Francisco Morato/SP no PNLD/2016. Ao analisar os materiais citados, optamos por fixar o olhar nos problemas de estruturas aditivas e multiplicativas.

Reconhecemos que tanto o PNAIC quanto o PNLD são programas que foram criados como política pública por iniciativa do governo federal, com a difícil incumbência de suprir demandas educacionais complexas e emergentes, inclusive contribuir para a melhoria dos resultados obtidos em avaliações nacionais externas no ciclo de alfabetização. O PNAIC por exemplo, surgiu a partir do diagnóstico aferido pelo MEC de que em 2010 o Brasil tinha cerca de 8 milhões de crianças de 6, 7 e 8 anos de idade matriculadas em 108 mil escolas distribuídas por todo território. O Censo revelou em 2010 a média nacional de crianças não alfabetizadas aos oito anos no país era de 15,2%, isto corresponde ao elevado número de 1.216.000 crianças.

Em 2011, mais dados revelaram a importância de se avaliar o nível de alfabetização das crianças. A Avaliação Brasileira do Final do Ciclo de Alfabetização (Prova ABC), uma parceria do Todos Pela Educação com o Instituto Paulo Montenegro/Ibope, Fundação Cesgranrio e Inep, mostrou que apenas metade das crianças que concluíram o 3º ano (2ª série) aprenderam o que era esperado no período. Em leitura, a porcentagem exata é de 56,1% e em matemática, de 42,8%.

Reconhecemos a pertinência e contribuições de ambos os programas do MEC e por essa razão fazem parte do *corpus* deste trabalho.

Diante da complexidade do tema alfabetização e letramento, as lacunas teóricas encontradas na formação dos professores (formação inicial e continuada), a carência de programas e projetos educacionais que se propõem a enfatizar a alfabetização e o letramento dos alunos, e não obstante a distância entre as pesquisas acadêmicas e o “chão” da sala de aula, apresentamos nosso objetivo de pesquisa: **analisar as convergências e divergências entre as orientações do Caderno 4 do PNAIC/2014 “Operações na Resolução de Problemas” e uma coleção de livros didáticos de matemática destinados ao ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos do Ensino Fundamental), com foco nos problemas de Estrutura Aditiva e**

Multiplicativa. Ao término de nossa investigação intentamos responder a seguinte questão de pesquisa:

1. Que relações podem ser identificadas entre as orientações contidas no Caderno 4 do PNAIC/2014 e uma coleção de livros didáticos aprovada pelo PNLD/2016, no que se refere aos problemas de Estrutura Aditiva e Multiplicativa?

O Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa envolveu 317 mil professores alfabetizadores, 15 mil orientadores de estudo, 5.420 municípios e 38 universidades públicas nos 26 estados inclusive o Distrito Federal, com atendimento em 2014 de 8 milhões de estudantes nos três primeiros anos do ensino fundamental, distribuídos em 400 mil turmas de 108 mil escolas da rede pública⁸.

Por outro lado, temos o livro didático que faz parte de outro grande programa do governo federal, o PNLD. Os investimentos realizados no Brasil no que se refere a políticas públicas para a compra de livros didáticos, tornaram o PNLD o maior programa do mundo nesta categoria (OLIVEIRA, 2007). Conforme consta no portal do Ministério da Educação (MEC)⁹, o principal objetivo deste investimento do governo federal é subsidiar o trabalho pedagógico dos professores por meio da distribuição de coleções de livros didáticos aos alunos da educação básica. Também esclarece que o programa é executado em ciclos trienais alternados. Assim, a cada ano o MEC adquire e distribui livros para todos os alunos de um segmento, que pode ser: anos iniciais do ensino fundamental, anos finais do ensino fundamental ou ensino médio. À exceção dos livros consumíveis (destinados ao 1º e 2º ano do Ensino Fundamental), os livros distribuídos deverão ser conservados e devolvidos para utilização por outros alunos por um período de três anos. O PNLD também atende aos alunos que são público-alvo da educação especial. São distribuídas obras didáticas em Braille de língua portuguesa, matemática, ciências, história, geografia e dicionários.

De forma empírica podemos perceber que até o ano de 2007 as mudanças ocorridas no PNLD não propiciaram propostas que levassem professores, pesquisadores e autores a questionarem quais conteúdos deveriam ser inseridos nos livros, porém, com a ampliação do Ensino Fundamental de nove anos, as crianças de

⁸ Disponível em: <<http://www2.camara.leg.br/camaranoticias/noticias/EDUCACAO-E-CULTURA/436289-CAMARA-APROVA-MP-DA-ALFABETIZACAO-NA-IDADE-CERTA.html>> Acesso em: 15/11/2016.

⁹ Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/pnld/apresentacao>> Acesso em: 15/11/2016.

seis anos passaram a fazer parte do primeiro ano do Ensino Fundamental, e por consequência, foram inseridas no ciclo de alfabetização. Diante do exposto, os conteúdos dos livros didáticos precisavam ser revistos.

Para suprir a necessidade de adequação dos conteúdos curriculares ao “novo” Ensino Fundamental de nove anos, o PNLD de 2010 trouxe uma mudança significativa através de uma divisão por componente curricular destinada aos anos iniciais. Os primeiros e segundos anos passaram a corresponder ao componente curricular “Alfabetização Matemática” e os terceiros, quartos e quintos anos passaram a integrar o componente curricular “Matemática”(BRASIL, 2010). Tal divisão foi reorganizada no Edital do PNLD 2013, o qual estabeleceu que o primeiro, o segundo e o terceiro ano seriam destinados ao processo de Alfabetização em Matemática.

Podemos inferir a intenção do MEC em 2014 ao procurar integrar o PNLD ao PNAIC com o Edital de Convocação intitulado *PNLD Alfabetização na Idade Certa 2014*. Corroborando com a ideia de intersecção entre os referidos programas, constatamos o seguinte texto no sítio do MEC¹⁰ “O PNLD PNAIC é desenvolvido por meio de ação em parceria entre o FNDE e a Secretaria de Educação Básica por meio de Edital público de convocação de detentores de direitos autorais no país com vistas à inscrição de obras literárias que possam efetivamente contribuir com os processos de alfabetização e letramento no âmbito do PNAIC”.

No Caderno 4 do PNAIC “Operações na Resolução de Problemas”, encontramos uma referência significativa que afirma que os conceitos trabalhados sobre a resolução de problemas neste caderno, deveriam estar presentes no livro didático aprovado pelo PNLD. O texto original diz que:

Neste caderno tratamos de vários conceitos referentes à Resolução de Problemas e às operações. Certamente, são muitas informações para dominarmos. **No entanto, na rotina de sala de aula, ao abrirmos um livro didático, atual e aprovado pelo PNLD, por exemplo, observaremos que todos estes conceitos estão ali presentes.** Ter consciência deste fato é muito importante para alterar a prática tradicional, evitando a repetição de resoluções de um grande número de problemas sempre do mesmo tipo. (BRASIL, 2014, p.74, grifo nosso)

Também verificamos na coleção analisada, no volume 3, na seção “Orientações Didáticas”, uma referência que declara que a proposta de trabalho dos livros se baseia no documento que fundamentou e estruturou o PNAIC “Elementos

¹⁰Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/pnld/pnld-pnaic>> Acesso em: 06/03/2017.

conceituais e metodológicos para a definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do ensino fundamental”.

Afirma que:

[...] Em consonância com os Elementos conceituais e metodológicos para a definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do ensino fundamental, a proposta de trabalho dos livros contempla os eixos estruturantes: números e operações; pensamento algébrico, espaço e forma, grandezas e medidas; tratamento da informação. (PADOVAN; MILAN, 2014, p. 299, grifo nosso)

Nesse contexto podemos formular a hipótese de que existe alguma relação ou pareamento entre as coleções de livros didáticos avaliadas pelos critérios de seleção dos pareceristas do MEC, e, as orientações contidas no material de formação do PNAIC. Pareceu-nos importante investigar este pareamento e procurar compreender de que forma ele ocorre.

3.2 Metodologia e Procedimentos Metodológicos

A presente pesquisa, de abordagem qualitativa e de caráter bibliográfico e documental, tem como objetivo geral analisar as convergências e divergências entre as orientações do Caderno 4 do PNAIC/2014 “Operações na Resolução de Problemas” e uma coleção de livros didáticos de matemática destinados ao ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos do Ensino Fundamental), com foco nos problemas de Estrutura Aditiva e Multiplicativa.

Defendemos que esta pesquisa assume uma abordagem qualitativa porque acreditamos que devemos considerar os vários fatores que agem em nosso objeto de estudo, que não existem verdades absolutas acerca de processos e fenômenos investigados, que inclusive os conceitos podem ser desenvolvidos e aperfeiçoados no próprio processo de pesquisa, que os métodos devem estar atrelados e coerentes com o problema e que é importante a experiência dos pesquisadores em pesquisas de seu campo de atuação. Bibliográfica porque foram selecionados, lidos e analisados de forma crítica, publicações como livros, artigos, dissertações, teses, e documental, por utilizarmos documentos oficiais como Leis de Diretrizes e Bases da Educação Nacional e Parâmetros Curriculares Nacionais, por exemplo.

Concordamos com Vieira (2009) ao defender que o foco principal da pesquisa qualitativa não é a generalização. Lüdke e André (1986) afirmam que a pesquisa qualitativa enfatiza mais o processo do que o produto e se preocupa em retratar a

perspectiva dos participantes. Nesta pesquisa não temos interesse em apresentar resultados ditos generalizados nem tampouco a pretensão de utilizá-los como modelos únicos. Acreditamos que todas as etapas de pesquisa são ricas e podem contribuir significativamente com a educação matemática.

Com foco em nosso objetivo e questões de pesquisa, e a partir dos pressupostos apresentados, desenvolvemos os seguintes procedimentos metodológicos organizados em seis etapas:

1º Etapa – Apresentação da caracterização e estrutura do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa – PNAIC;

2ª Etapa – Identificação e caracterização da Coleção de livros didáticos adotada pelo município de Francisco Morato-SP no PNLD/2016;

3ª Etapa - Análise das relações entre as orientações contidas no Caderno 4 “Operações na Resolução de Problemas” do PNAIC/2014 e a coleção de livros didáticos objetivando identificar as abordagens e concepções sobre os conceitos de Alfabetização Matemática, Letramento Matemáticos e Resolução de Problemas;

4ª Etapa – Classificação dos problemas contidos no Caderno 4 do PNAIC/2014 conforme a Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud;

5ª Etapa – Classificação dos Problemas dos três volumes da Coleção de livros didáticos de acordo com a Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud;

6ª Etapa – Análise praxeológica dos três volumes da Coleção de livros didáticos para a identificação da Organização Matemática (OM).

3.3 Teoria dos Campos Conceituais (TCC)

Na teoria, proposta por Vergnaud (1990), o foco central é a conceitualização, sendo que o desenvolvimento cognitivo se dá, principalmente, pelo desenvolvimento de um vasto repertório de esquemas, no intuito de possibilitar ao sujeito enfrentar e dominar a gama de situações que lhe são apresentadas. Se faz necessário, portanto, dar toda atenção aos aspectos conceituais que envolvem os esquemas, seja na escola ou fora dela, visto que, o domínio de um campo conceitual não é um processo rápido, e suas dificuldades só serão superadas na medida em que forem enfrentadas.

Para a teoria dos campos conceituais, o conceito é constituído por uma tríade: um conjunto de situações (S) que dá significado ao conceito, um conjunto de invariantes operatórios (I) e um conjunto de representações simbólicas (R) que representam as situações e os procedimentos para lidar com os invariantes.

Vergnaud (1990) defende que um conceito não deve ser estudado isoladamente e sim em situações que inter-relacionem vários conceitos. Partindo desta ideia, os professores têm o desafio de fazer com que, em sala de aula, aconteça uma melhor relação entre o conceito e a resolução de problemas, tornando-os mais interessantes e compreensíveis para os alunos.

Nessa teoria se assume que o conhecimento surge da ação do sujeito sobre a situação. Para Vergnaud a ação precisa de reflexão ou se tornará apenas uma competência e não contribuirá para a formação e desenvolvimento de um conceito. Com tais ideias e pressupostos Vergnaud estudou dois grandes campos conceituais: O campo aditivo – comumente chamado de estruturas aditivas – e o campo multiplicativo – também chamado de estruturas multiplicativas.

Vergnaud (1996, 2009) aponta que o campo conceitual das estruturas aditivas é o conjunto de situações que envolvem uma ou várias adições e subtrações, agregado ao conjunto dos conceitos e de teoremas que permitem analisá-las como tarefas matemáticas, e representado pelo conjunto de símbolos que dão sentido ao tratamento da situação. Assim o aluno deve construir a base para as relações com novas propostas por meio do domínio constituído nas primeiras situações enfrentadas.

Vergnaud (1996) também define o campo conceitual das estruturas multiplicativas como um conjunto ao qual pertencem todas as situações que podem ser analisadas como problemas de proporções simples e múltiplas, possíveis de serem resolvidos por uma multiplicação, uma divisão ou pela combinação de ambas.

As categorias de problemas de estrutura aditiva e multiplicativa serão tratadas pormenorizadamente no capítulo 5 desta dissertação.

3.4 Teoria Antropológica do Didático (TAD)

A seguir apresentaremos e discutiremos a Teoria Antropológica do Didático como referencial teórico empregado na análise dos livros didáticos. Optamos pela TAD por propiciar uma análise profícua das organizações praxeológicas em documentos e materiais didáticos. Analisar os livros didáticos pela ótica da TAD

poderá nos trazer elementos para discutir e aprofundar os conceitos de alfabetização e letramento que são objetos de estudo dessa investigação.

A Teoria Antropológica do Didático, desenvolvida por Chevallard (1992) estuda as condições, possibilidades e funcionamento de Sistemas Didáticos: relações sujeito-instituição-saber e o homem frente às situações matemáticas.

A Teoria Antropológica do Didático utiliza-se de organizações praxeológicas para avaliar como um objeto matemático existe em uma determinada instituição. Segundo Chevallard (1992), para determinado tema de estudo deve-se considerar, em primeiro lugar, a realidade matemática que pode ser construída, a qual chama de Praxeologia Matemática ou Organização Matemática (OM); em segundo lugar, a maneira como essa realidade pode ser estudada, que será denominada Organização Didática (OD).

A praxeologia matemática ou organização matemática (OM) se refere aos objetos matemáticos em termos de tarefa, técnica, tecnologia e teoria. Chevallard constitui e estabelece uma OM da seguinte forma: a realização de certo tipo de tarefa (T), que se exprime por um verbo, realizada por meio de uma técnica (τ), justificada por uma tecnologia (θ), que por sua vez, é justificada por uma teoria (Θ). Parte do postulado que qualquer atividade humana põe em prática uma organização, denominada por Chevallard (1998), de praxeologia, ou organização praxeológica, simbolizada pela notação [T, τ , θ , Θ].

Chevallard considera ainda que o par [T, τ] está relacionado à prática, e pode ser compreendido como um saber-fazer. O par [θ , Θ] está relacionado a razão, e é compreendido como o saber. Chevallard define assim a Organização Praxeológica [T, τ , θ , Θ], em que temos um bloco prático [T, τ], composto pelas tarefas e técnicas, e um bloco teórico [θ , Θ], composto pelas tecnologias e teorias. Considera ainda que a existência de um tipo de tarefa matemática em um sistema de ensino está condicionada à existência de, no mínimo, uma técnica de estudo desse tipo de tarefa e uma tecnologia relativa a esta técnica, mesmo que a teoria que justifique essa tecnologia seja negligenciada.

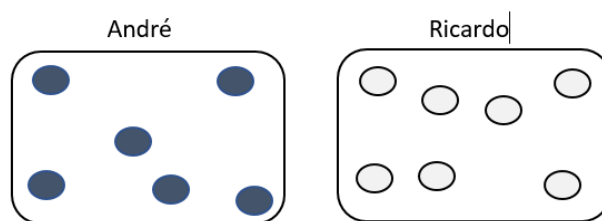
Chevallard define que as praxeologias didáticas ou Organizações Didáticas (OD) são as respostas a questões do tipo “como realizar o estudo de determinado assunto”. Referem-se às escolhas realizadas no tocante à abordagem, à estrutura e ao desenvolvimento do trabalho didático relativo aos saberes matemático (CHEVALLARD, 1998).

Em relação aos estudos de Chevallard, Araújo (2009) afirma que a praxeologia didática têm como objetivo permitir a existência de uma praxeologia matemática relativa a um determinado saber, isto é, ela permite a (re)construção ou transposição de uma determinada praxeologia matemática, articulando-se também em torno de tipos de tarefas, de técnicas, de tecnologias e de teorias.

Para demonstrar a utilização da Teoria Antropológica do Didático apresentamos o seguinte exemplo:

André tem um caixa com bolas pretas e Ricardo possui outra caixa com bolas brancas, conforme a Figura 1. Quantas bolas Ricardo e André possuem ao todo?

Figura 1- Representação da atividade proposta



Fonte: elaborado pelo autor

Retomando o conceito de tipo de tarefa e tarefa, podemos citar Almouloud (2007) ao afirmar que as tarefas são identificadas por um verbo de ação, que sozinho caracteriza um tipo de tarefa, por exemplo: calcular, decompor, resolver, somar e etc.

No exemplo acima, a tarefa (T) é **adicionar o nº de bolinhas das duas caixas**, que é parte do Tipo de Tarefa “adicionar duas quantidades indicadas”.

Para a realização de todo tipo de tarefa é necessário a utilização de uma técnica que a satisfaça, e que, sobretudo, faça sentido para o sujeito. A técnica é a maneira de fazer uma tarefa.

Em nosso exemplo, como a figura é dada e a quantidade de bolinhas é pequena, a primeira etapa é determinar uma ordem para a contagem e a segunda é contar as bolinhas das duas caixas sequencialmente. Dessa forma a técnica (τ) usada é a **contagem dos objetos das duas coleções**.

Conforme estabelecido por Chevallard (1992) a tecnologia e a teoria compõem o bloco do saber, sendo que a tecnologia (θ) é o discurso que interpreta e justifica a técnica e, a teoria (Θ) é o discurso amplo que fundamenta a tecnologia utilizada, ou seja, torna inteligível o discurso tecnológico. Em nosso exemplo, o discurso teórico-

tecnológico $[\theta, \Theta]$ que sustenta a técnica utilizada será: **Correspondência biunívoca, Números Naturais e Operações com Números Naturais.**

O conjunto formado por tarefa, técnica, tecnologia e teoria constituem uma organização praxeológica, no caso uma organização matemática (o discurso teórico-tecnológico é fundamentado na Matemática).

A Teoria Antropológica do Didático contribuirá com este trabalho ao identificar as praxeologias presentes nos livros didáticos, para compreendermos os elementos de alfabetização e letramento matemático priorizados na Coleção adotada e verificarmos a convergência ou não com as orientações do Caderno 4 do PNAIC/2014. Tal compreensão se dará pela análise dos tipos de organizações praxeológicas identificadas: o conjunto de tarefas e técnicas contemplam a construção das habilidades para resolução de problemas indicadas no Caderno 4? O conjunto de tecnologias e teorias que justificam essas técnicas identificadas é acessível aos alunos, ou seja, permite o desenvolvimento do letramento do aluno ou apenas permite a construção de procedimentos mecânicos?

O capítulo cinco dessa dissertação abordará a análise e categorização das Organização Matemática (OM).

4 ESTUDO DO OBJETO

4.1 Alfabetização e Letramento

A partir da revisão de literatura sobre o tema de interesse desta dissertação, identificamos dois processos complementares e interdependentes: a Alfabetização e o Letramento. Alguns autores estudados optaram em focar a Alfabetização e o Letramento em Língua Materna, enquanto outros objetivaram pesquisar a Alfabetização e o Letramento no âmbito da Educação Matemática. Com base nos artigos, dissertações e teses sobre o assunto, percebemos que anos iniciais do Ensino Fundamental, o aprendizado da leitura e da escrita na linguagem matemática está intrínseco ao aprendizado da leitura e escrita na Língua Materna. São fundamentais e inseparáveis na interpretação e representação da realidade e resvala-se para uma relação dicotômica que nas palavras de Machado (1990):

É como se as duas disciplinas, apesar da longa convivência sob o mesmo teto – a escola - permanecessem estranhas uma à outra, cada uma tentando realizar sua tarefa isoladamente ou restringindo ao mínimo as possibilidades de interações intencionais. (MACHADO, 1990, p.15)

Neste sentido, Tfouni (2004) afirma ser o código escrito o responsável por desenvolver o raciocínio lógico dedutivo, de forma que é preciso compreender as estruturas básicas da língua para uma melhor organização do pensamento, o que nos permite inferir que tais estruturas são ou deveriam ser formalmente trabalhadas na escola. Outro ponto relevante a ser considerado para esta análise é o fato de que alguns professores afirmam priorizar nos anos iniciais do Ensino Fundamental, apenas os processos de aquisição da leitura e da escrita na Língua Materna, atribuindo um caráter secundário à aprendizagem matemática, crendo que a mesma deva ser tratada após o domínio do código linguístico. No entanto, neste trabalho, concordamos com a afirmação de Machado (1990, p. 15):

[...] a Matemática faz parte dos currículos desde os primeiros anos da escolaridade, ao lado da Língua Materna. Há um razoável consenso com relação ao fato de que ninguém pode prescindir completamente de Matemática e, sem ela, é como se a alfabetização não se tivesse completado.

O capítulo a seguir apresenta algumas concepções teóricas sobre Alfabetização Matemática e Letramento Matemático, verificando aspectos de intersecção e de complementaridades entre a Língua Materna e a Matemática.

4.2 Alfabetização e Letramento Matemático

Nesta seção apresentaremos os termos “Alfabetização”, “Letramento”, “Alfabetização Matemática” e “Letramento Matemático”. Para a sustentação de nossos estudos e para as análises das relações entre os fenômenos citados, apresentaremos alguns aportes teóricos. Utilizamos como referência, o contexto educacional brasileiro.

Para o início do estudo faz-se necessário conceituarmos a “Alfabetização” bem como sua origem no contexto histórico brasileiro.

Pogorzelski e Lima (2010) afirmam que com a independência do Brasil e a proclamação da República, teve início a qualificação da mão-de-obra (1889), e a alfabetização passa a ser um imaginário republicano, um signo de instauração da nova ordem com o objetivo de regenerar a população. Com o crescimento da industrialização e conseqüentemente a urbanização, os republicanos objetivavam garantir a todos o mínimo de instrução. Conforme Barbosa (1992, p.19) pontua, “era preciso garantir a ordem e a estabilidade que, ao mesmo tempo, veiculasse os valores dominantes e dotasse o cidadão dos rudimentos da leitura e escrita adequados à situação emergente”. Assim, as instituições escolares da época, por meio da alfabetização, permitiam a veiculação de novos valores, uma técnica rudimentar de leitura e principalmente econômica, sendo assim, tudo que os republicanos almejavam. Destarte, podemos admitir que com o desenvolvimento das sociedades e a industrialização, a apropriação e o domínio da escrita passaram a ser uma necessidade emergente, levando a alfabetização a assumir um papel social de extrema importância. Em decorrência disso, a escrita muda de função recreativa, tornando-se um fator determinante para melhorar a qualidade de vida. Após essa breve análise, no contexto atual como se apresenta o conceito de alfabetização?

Para Barbosa (1992), a alfabetização revela uma nova era na história da humanidade. As sociedades ocidentais iniciam um período caracterizado pela revolução permanente que ressoa no plano político, econômico, social e cultural, nesse período marcado pela emergência das nações democráticas, pelo avanço da

industrialização, pelo crescimento das cidades e erupção do individualismo, pela supremacia da cultura visual. Nesse contexto surge a concepção de alfabetização que herdamos.

A alfabetização passa a significar a ação de alfabetizar, ou seja, aprendizado do alfabeto. A partir disso o indivíduo faz uso desse alfabeto para se comunicar com outras pessoas. Podemos então compreender por alfabetização, em seu sentido próprio e específico, como processo de aquisição do código escrito, das habilidades de leitura e escrita. Partindo desse pressuposto é que a alfabetização não deveria ser vista somente como um meio de aquisição das habilidades mecânicas, de codificar e decodificar os signos (escrita) no ato de ler, e sim como meio de compreender e interpretar o que está escrito e por meio disso utilizar no meio social.

Com base no exposto, fazemos uso das palavras de Oliveira (2002), que conceitua a palavra alfabeto:

A palavra alfabeto deriva das duas primeiras letras do sistema grego, alfa e beta. Alfabetizar, em todas as línguas e em todos os tempos atuais, significa, originariamente, aprender a usar o alfabeto para escrever e ler. Alfabetizar significa saber identificar sons e letras, ler o que já está escrito, escrever o que foi lido ou falado e compreender o sentido do que foi lido e escrito. (OLIVEIRA, 2002, 169)

Verificamos nas palavras de Oliveira que a alfabetização de um indivíduo promove sua própria socialização, pois a partir dela o mesmo conseguirá exercer influência no contexto social.

Após nossos estudos sobre a alfabetização e sua evolução ao longo dos últimos anos, podemos identificar, nas palavras de Soares (2011), que existem atualmente duas concepções distintas. A primeira compreende a Alfabetização como a aquisição do código oral e escrito; e a segunda, como um processo permanente, que se estende por toda a vida, e não se esgota na aprendizagem da leitura e escrita.

Em outra concepção do termo, Tfouni (1995) afirma que a alfabetização está relacionada ao ato de ensinar a ler e escrever. Como afirma:

A alfabetização refere-se à aquisição da escrita enquanto aprendizagem de habilidade para leitura, escrita e as chamadas práticas de linguagem. Isso é levado a efeito, em geral, por meio do processo de escolarização e, portanto, da instrução formal. A alfabetização pertence, assim, ao âmbito do individual (TFOUNI, 1995, p. 9).

Conforme as palavras da autora, podemos inferir que a alfabetização está ligada ao processo da aquisição dos signos e códigos escritos, tanto para a produção escrita quanto para a leitura. Porém, como a autora assevera, este é um processo que

ocorre de maneira individualizada, pois, cada pessoa se apropria de um determinado conteúdo a seu tempo e a seu modo.

Soares (2000, p. 19) ao referir-se ao termo alfabetizado diz que “alfabetizado nomeia aquele que apenas aprendeu a ler e a escrever, não aquele que adquiriu o estado ou a condição de quem se apropriou da leitura e da escrita, incorporando as práticas sociais que as demandam”, convergindo para o que foi afirmado por Tfouni.

Com tal afirmação, Soares (2000) esclarece que ao se declarar alfabetizada, uma pessoa reúne algumas competências leitoras e escritoras, porém, não necessariamente é capaz de utilizar estes conhecimentos em práticas sociais do cotidiano.

No que se refere aos conhecimentos prévios dos alunos, podemos dizer que antes mesmo de adentrar à escola os alunos já tiveram contato empiricamente com conteúdos matemáticos. A tarefa de alfabetizar matematicamente as pessoas é buscar sistematizar muitos conhecimentos já apreendidos pelos educandos em sua vida cotidiana e construir diversas outras competências nessa disciplina. Assim, para Carvalho (2010, p.20) “Alfabetizar matematicamente as pessoas é uma tarefa importante tanto para a história escolar quanto social das pessoas, visto que os conhecimentos matemáticos estão presentes em todos os momentos de nossas vidas”.

No que se refere ao termo “Alfabetização Matemática”, Fonseca (2007) explica que o mesmo é utilizado para designar as primeiras noções de Matemática. A ideia de alfabetização, neste caso, é a da iniciação a *um campo*, e a adjetivação é para que se transfira esse sentido da iniciação mais elementar ao mundo da leitura e da escrita, para, no caso da Alfabetização Matemática, o campo da Aritmética, trilhando os primeiros passos da construção do conceito de número, da aquisição da representação numérica no sistema decimal de numeração, ou da resolução de problemas simples envolvendo as operações fundamentais com Números Naturais; ou ainda para uma primeira incursão no campo da Geometria, contemplando noções topológicas ou reconhecimento e classificação de figuras.

Para Fonseca (2010, p.4) entende a Alfabetização Matemática como a aprendizagem inicial da escrita matemática. Nesse sentido abrange um aspecto do conhecimento matemático, também muito presente na abordagem escolar, que é o domínio da linguagem matemática de registro escrito.

Na ótica de Fonseca, não se entende a Alfabetização Matemática apenas como:

o reconhecimento dos símbolos adotados na escrita matemática ensinada na escola, mas também um modo de proceder matematicamente identificado com os princípios e os procedimentos do registro escrito e, especificamente, da matemática que se faz “com lápis e papel”. (FONSECA, 2010, p.04)

No excerto acima a autora considera a necessidade do conhecimento e apreensão dos signos matemáticos, observando o rigor e a formalidade da escrita matemática. Fonseca (2010) também avalia que a Alfabetização Matemática é um processo que contribui significativamente para a formação matemática dos alunos, e para que isso ocorra, é necessário um trabalho de sistematização e formalização dos procedimentos de ler e escrever matematicamente.

Quando a criança for capaz de ler, compreender, e interpretar os signos e símbolos expressos pela linguagem matemática “[...] e sua consciência atenta voltar-se para o desvelamento dos significados que estão implícitos [...]” (DANYLUK, 1988, p.52), podemos dizer que ela foi alfabetizada matematicamente. Para a autora, ser alfabetizado em matemática, então, é entender o que se lê e escrever o que se entende a respeito das primeiras noções de aritmética, geometria e lógica”. Danyluk (1988) define ainda que o fenômeno da alfabetização matemática deveria ocorrer nos primeiros anos de escolarização, pois, são elas as responsáveis pelas primeiras noções, não somente da matemática, mas das demais áreas do conhecimento e representam a base para conhecimentos futuros que as crianças terão que aprender, e a forma como esses conteúdos iniciais são trabalhados na escola pode determinar o sucesso e o insucesso dos alunos nas disciplinas. Para a autora a leitura e a escrita das primeiras ideias matemáticas estão imbricadas no contexto da alfabetização. Assim, as ideias de alfabetização defendidas por Danyluk (2002) estão diretamente relacionadas à Alfabetização em Língua Materna sem desconsiderar a importância do contexto da criança de forma global e o papel do professor neste processo, utilizando-se de práticas em que o diálogo e a escuta são ações recorrentes.

Com o intuito de superar práticas de alfabetização pautadas em um ensino tradicional, sem relação dos conteúdos trabalhados na escola com os conteúdos apresentados no cotidiano dos alunos, surge na década de 1980 o termo letramento, como esclarece Soares (2000), vem da tradução da palavra inglesa *literacy*, tendo assumido aqui no Brasil o seguinte significado:

[...] literacy é o estado ou condição que assume aquele que aprende a ler e escrever. Implícita nesse conceito está a ideia de que a escrita traz conseqüências sociais, culturais, políticas, econômicas, cognitivas, lingüísticas, quer para o grupo social em que seja introduzida, quer para o indivíduo que aprenda a usá-la (SOARES, 2000, p. 17).

Considerando a concepção trazida por Soares (2000), entendemos que a referida autora parte do pressuposto de que existe um “elo”, uma “conexão”, entre alfabetização e letramento. A autora concebe a alfabetização (aquisição do código da leitura e da escrita pelo sujeito) como pré-requisito para o letramento (apropriação e uso social da leitura e da escrita pelo sujeito). Concomitante a essa concepção de letramento está a ideia de que a escrita pode trazer conseqüências de ordem social, cultural, políticas, econômicas e linguísticas, quer para o grupo social em que seja introduzida, quer para o indivíduo que aprende a usá-la.

Soares (2004) faz um contraponto a outro artigo de sua autoria chamado “As muitas facetas da alfabetização” (Cadernos de Pesquisa, nº 52, de fevereiro de 1985). Segundo a autora, este contraponto tem o sentido de entrelaçamento e não de confronto. Numa proposta apenas aparentemente contraditória, a autora defende a especificidade e, ao mesmo tempo, a indissociabilidade desses dois processos – alfabetização e letramento, tanto na perspectiva teórica quanto na prática pedagógica.

Para a autora, no Brasil, os conceitos de alfabetização e letramento se mesclam, se sobrepõem e se confundem. Também afirma que no Brasil a discussão do letramento surge sempre arraigada no conceito de alfabetização, o que tem conduzido, apesar da diferenciação proposta em trabalhos acadêmicos, a uma imprópria e equivocada composição dos dois processos, com prevalência do conceito de letramento, o que tem levado a um certo enfraquecimento da alfabetização, que talvez com algum exagero, denominou de “desinvenção” da alfabetização.

Separar a alfabetização do letramento é um equívoco segundo Soares (2004), porque, nas atuais concepções psicológicas, linguísticas e psicolinguísticas de leitura e escrita, a entrada da criança (e também do adulto analfabeto) no mundo da escrita ocorre ao mesmo tempo por esses dois processos: pela aquisição do sistema convencional de escrita – a alfabetização – e pelo desenvolvimento de habilidades de uso desse sistema em atividades de leitura e escrita, nas práticas sociais que envolvem a língua escrita – o letramento.

Partindo do pressuposto de que um sujeito, para ser considerado letrado ou estar em processo inicial de letramento, segundo Soares, precisa ser no mínimo

alfabetizado, ou seja, ter se apropriado da tecnologia da leitura e da escrita, equivale a afirmar, também, que pessoas que não adquiriram a tecnologia da leitura e da escrita, portanto pessoas “analfabetas”, pois não “sabem” codificar/decodificar letras e palavras, são consideradas iletradas.

Podemos verificar a existência da palavra alfabetismo que tem o mesmo significado de letramento e talvez por não ser uma palavra corrente no Brasil em meados dos anos 80, foi “rejeitada” nas pesquisas iniciais da área que preferiram a tradução direta do termo já existente e corrente na língua inglesa. No Brasil alguns autores usam o termo letramento como sinônimo de alfabetização o que tem levado a uma fusão inadequada dos dois processos, segundo autores de pesquisas recentes nessa área (Tfouni, 2006; Mamede e Zimmermann, 2005; Soares, 2006), eles alertam para a diferença entre os conceitos, embora sejam processos interdependentes. Uma dessas diferenças seria a ênfase no uso social da leitura e escrita – letramento – e a aprendizagem do sistema de escrita – alfabetização.

Buscando aprofundar a definição de letramento, apresentamos Goulart (2001) e Soares (2002), as quais discorrem sobre conceituações abrangentes e reflexões importantes sobre o ensino-aprendizagem da língua escrita e que sintonizam esse tema diretamente com a escola básica. Outro motivo para a escolha do referencial teórico destas autoras, é a grande correlação entre suas abordagens, as discussões que nasceram do campo da Educação Matemática e a correspondência com os objetivos deste texto.

De modo a procurar definir o letramento, Goulart (2001) afirma que existem algumas questões polêmicas, como a dificuldade de conceituar letramento e a possibilidade da existência de letramentos no plural. Assim, a autora defende a ideia de que faltam condições para definir critérios para avaliar ou estabelecer diferentes níveis de letramento e que são necessários mais estudos para elucidar e fundamentar a discussão. Goulart centra seus esforços no desafio posto por Soares (op. cit.) de “Como alfabetizar, letrando?” Por fim, ressaltamos, em Goulart (2001), uma citação que, de certa forma, faz uma primeira aproximação ao conceito de letramento e que será muito útil para delimitarmos, mais adiante, o conceito de letramento matemático:

Estamos aqui entendendo as orientações de letramento como o espectro de conhecimentos desenvolvidos pelos sujeitos nos seus grupos sociais, em relação com outros grupos e com instituições sociais diversas. Este espectro está relacionado à vida cotidiana e a outras esferas da vida social, atravessadas pelas formas como a linguagem escrita as perpassa, de modo

implícito ou explícito, de modo mais complexo ou menos complexo. (Goulart, 2001, p. 10)

Concluimos a partir da citação de Goulart (2001, p.10) que o letramento não é um fenômeno que abarca um único tipo de domínio ou área do conhecimento, pelo contrário, ocorre mobilizando diferentes saberes e se desenvolve nas interações sociais.

Encontramos nos estudos de Soares (2002) uma caracterização própria para o conceito de letramento. A pesquisadora reforça a distinção entre o letramento e o analfabetismo. Segundo a autora o letramento é:

o estado ou condição de indivíduos ou de grupos sociais de sociedades letradas que exercem efetivamente as práticas sociais de leitura e de escrita, participam competentemente de eventos de letramento. O que esta concepção acrescenta (...) é o pressuposto que indivíduos ou grupos sociais que dominam o uso da leitura e da escrita e, portanto, têm as habilidades e atitudes necessárias para uma participação ativa e competente em situações em que práticas de leitura e/ou escrita têm uma função essencial, mantêm com os outros e com o mundo que os cerca formas de interação, atitudes, competências discursivas e cognitivas que lhes conferem um determinado e diferenciado *estado* ou *condição* de inserção em uma sociedade letrada" (SOARES, 2002, p. 2)

Ao convergir com as ideias de Goulart (2001), Soares (2002) destaca que letramento é uma condição de uma pessoa de determinado grupo social, a qual utiliza competentemente as práticas de leitura e escrita. São essas práticas discursivas e cognitivas que poderão qualificar as interações nos grupos a que pertencem.

Adentrando ao estudo sobre o Letramento Matemático, apresentamos Machado (op. cit.), que, partindo de diversos autores, faz uma análise das noções de alfabetização e letramento chegando ao conceito de letramento matemático.

(...) explicitar nosso entendimento para "*letramento matemático*" como expressão da categoria que estamos a interpretar, como: um processo o sujeito que chega ao estudo da Matemática, visando aos conhecimentos e habilidades acerca dos sistemas notacionais da sua língua natural e da Matemática, aos conhecimentos conceituais e das operações, a adaptar-se ao raciocínio lógico-abstrativo e dedutivo, com o auxílio e por meio das práticas notacionais, como de perceber a Matemática na escrita convencionalizada com notabilidade para ser estudada, compreendida e construída com a aptidão desenvolvida para a sua leitura e para a sua escrita. (MACHADO, 2003, p.135)

As primeiras pesquisas sobre letramento, no Brasil, com o objetivo de se construir um Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional (INAF) foram realizadas pelo Instituto Paulo Montenegro, visando à construção de um indicador capaz de gerar informações mais detalhadas (e continuamente atualizadas) sobre os níveis de

alfabetismo funcional da população brasileira. Com base nessa pesquisa, um grupo de estudiosos do letramento matemático elaborou um instrumento de coleta de dados buscando a avaliação das práticas cotidianas que envolvem habilidades matemáticas.

Os indicadores do INAF têm o objetivo de mensurar nível de alfabetismo da população brasileira, avaliando suas habilidades e práticas de leitura, de escrita e de matemática aplicadas ao cotidiano. Para o INAF é feito com base em pesquisas anuais realizadas junto a amostras de 2 mil pessoas representativas da população brasileira de 15 a 64 anos em todas regiões do país, em zonas urbanas e rurais. Em entrevistas domiciliares, são aplicados testes e questionários aos sujeitos que compõem a amostra. Em 2001, 2003 e 2004, o levantamento abordou a leitura e escrita, em 2002 e 2004, as habilidades matemáticas.

Para o INAF é considerada analfabeta funcional a pessoa que, mesmo sabendo ler e escrever algo simples, não tem as competências necessárias para satisfazer as demandas do seu dia a dia e viabilizar o seu desenvolvimento pessoal e profissional.

Para aprofundar nossa pesquisa recorreremos a definição de Letramento Matemático (*Mathematical Literacy*) dada pelo Programa Internacional de Avaliação de Estudantes – PISA, conduzido pela Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico – OCDE. O relatório do PISA apresenta uma “definição de domínio” que diz respeito à capacidade do aluno em usar suas competências matemáticas resolver os desafios que a sociedade estabelece. Segundo este relatório, o domínio do letramento matemático se refere “à capacidade dos alunos para analisar, julgar e comunicar ideias efetivamente, propondo, formulando e resolvendo problemas matemáticos em diversas situações” (OCDE/PISA, 2000, p. 41)

Podemos perceber neste relatório, a ênfase dada a habilidade de resolver problemas. A resolução de problemas se apresenta como uma prática do letramento matemático. O relatório reforça inclusive o tipo de problema que é esperado que os alunos dominem, “aqueles nas quais nenhuma estrutura matemática está óbvia no início”. Tal afirmação é preponderante neste trabalho, uma vez, que assumimos a égide de que a resolução de problemas é uma das principais competências de um indivíduo letrado.

4.3 A Resolução de Problemas como prática de letramento

“Para um espírito científico, todo o conhecimento é uma resposta a uma questão. Se não houver uma questão, não pode haver conhecimento científico. Nada é natural. Nada é dado. Tudo é construído”.

Bachelard

A citação de Bachelard nos remete a história da matemática na complexidade de sua evolução e suas revoluções. A busca incessante de respostas aos problemas que se originam em distintos contextos sociais tem contribuído para a construção da matemática. Problemas de natureza doméstica (divisão de terras, cálculos de créditos...); problemas formados em estreita vinculação com outras ciências (astronomia, física...), etc. Não seria necessário dizer que atividade de resolução de problemas tem estado no cerne da elaboração da ciência matemática. “Fazer matemática é resolver problemas!” Porém, esta elaboração não ocorre sem reflexão ou sem dificuldade. (CHARNAY, 2001, p. 42)

O *National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)*, associação norte americana de professores de matemática, em 1980, dedicou sua publicação anual à Resolução de Problemas, reforçando as propostas curriculares (NCTM, 1989), apresentadas nos Estados Unidos, as quais já indicavam ser a Resolução de Problemas o núcleo do ensino e das pesquisas na década de 80. (SMOLE e DINIZ, 2001, p.87)

Sobretudo, em seu artigo introdutório sobre a publicação do NCTM, Branca (1997), coloca-nos a seguinte questão: o que é Resolução de Problemas? A partir das diversas concepções que o tema assumiu ao longo do tempo, a Resolução de Problemas foi vista em alguns momentos com uma visão simplista e ingênua e em outros, como teorias sofisticadas. Para cada concepção assumida no trabalho com o tema Resolução de Problemas, existem distintas orientações para o ensino, para a organização curricular, e para a elaboração de livros didáticos.

Em relação ao contexto de sala de aula, baseado em minha experiência com formação de professores dos anos iniciais do ensino fundamental, posso dizer que em sua maioria os professores desenvolvem um trabalho a partir da metodologia de resolução de problemas, porém, pesquisas têm demonstrado que são as habilidades de resolução de problemas as principais responsáveis pelo insucesso escolar dos

alunos. Quais seriam as causas desta discrepância? Como hipótese podemos dizer que, de modo geral, os problemas trabalhados em sala de aula são exercícios repetitivos para fixar os conteúdos que acabaram de ser estudados, motivando o uso de procedimentos padronizados para serem utilizados na resolução de problemas semelhantes. Essa atividade não desenvolve no aluno, a capacidade de transpor o raciocínio utilizado para o estudo de outros assuntos.

A resolução de problemas é uma importante contribuição para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, criando no aluno a capacidade de desenvolver o pensamento matemático, não se restringindo a exercícios rotineiros desinteressantes que valorizam o aprendizado por reprodução ou imitação.

Neste trabalho defenderemos a ideia de que a Resolução de Problemas é a principal habilidade a ser adquirida por aquele é letrado, isto é, é assumiremos a Resolução de Problemas como uma prática necessária para o letramento matemático, no sentido adotado no relatório da OCDE/PISA no ano 2000.

4.3.1 Problema ou Exercício?

Após assumir a Resolução de Problemas como metodologia de ensino da matemática e como prática relevante ao exercício do Letramento Matemático, faz-se necessário uma distinção entre problema e exercício.

São as características que diferenciam um problema de um exercício. Num exercício a solução está acessível a partir das ferramentas já disponíveis. Neste caso não se trata de um conceito ou situação inédita. Vale ressaltar que não é objetivo deste trabalho desqualificar a importância dos exercícios para o ensino da matemática, ao contrário, partiremos do pressuposto de que tanto exercícios quanto os problemas têm seu valor pedagógico e que devem ser utilizados em momentos distintos no processo de ensino e aprendizagem.

Como situações de aplicação direta e fixação de um dado procedimento ou técnica, um exercício se apresenta como uma prática de consolidação de ideias e ao se configurar como uma tarefa repetitiva e sem desafio, deve ser superada.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática oferecem orientações e/ou princípios importantes e balizadores ao trabalho docente em relação a distinção entre os problemas e exercícios. São eles:

- o ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las;
- o problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada;
- aproximações sucessivas ao conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros, o que exige transferências, retificações, rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na história da Matemática;
- o aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas. Um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações;
- a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas. (BRASIL, 1997, p. 32-33.)

Podemos constatar que os PCN de Matemática para os dois primeiros ciclos do Ensino Fundamental, não criticam os exercícios e nem tampouco, supervalorizam o trabalho com resolução de problemas. Ocorre sim uma delimitação dos espaços de ambos. Enquanto os verdadeiros problemas assumem um papel de disparador de incertezas, fomentador de discussões, de produtor de ideias, hipóteses e conjecturas, os exercícios por sua vez, representam um recurso de fixação de aprendizagens, de aplicação de conceitos já adquiridos, assumindo uma posição secundária no processo de ensino e aprendizagem.

Seguindo na mesma direção dos princípios estabelecidos pelos PCN, Echeverría e Pozo (1998, p. 16), definem que “um problema se diferencia de um exercício, na medida em que, neste último caso, dispomos e utilizamos mecanismos que nos levam, de forma imediata à solução”. Os autores sublinham, ainda, a ideia de que a mesma situação pode, para um sujeito, representar um problema, mas, para outro, não. A diferenciação entre problema e exercício de Echeverría e Pozo (1998) contribui significativamente à nossa pesquisa, pois, relativiza os conceitos. Nos deixa claro que nenhum problema ou exercício assumem um “*status*” de problema ou exercício invariavelmente. Um problema pode ser um exercício e vice-versa.

4.3.2 Resolução de Problemas – Algumas Concepções

De modo a compreendermos mais criticamente algumas concepções sobre Resolução de Problemas e como tais concepções influenciam o trabalho didático e pedagógico, apresentaremos algumas contribuições relevantes.

Em 1980, data da publicação do artigo de Branca (1997) a Resolução de Problemas era descrita dentro de três concepções: como meta, processo ou habilidade básica.

A primeira concepção apresentada pode ser simplificada como sendo o alvo do ensino de matemática. Nela, todo o ensino estrutura-se de forma a preparar os alunos para a resolução de problemas, isto é, o currículo escolar é formulado para que os alunos adquiram todas as informações, conteúdos e conceitos envolvidos, como “ferramentas” as quais serão úteis em problemas futuros. Esta concepção de que se ensina matemática para resolver problemas foi uma ideia dominante antes do movimento da Educação Matemática e permanece muito difundida entre matemáticos e cientistas.

A concepção que enfatiza a Resolução de Problemas como um processo de aplicar conhecimentos adquiridos em situações novas, surgiu com os trabalhos de Polya (1977) e ganha maior importância na década de 70. Os educadores passaram a centrar sua atenção nos processos, técnicas e procedimentos usados pelos alunos para resolver problemas. As pesquisas voltam-se para compreender como os problemas são resolvidos, com o intuito de poder ensinar a outros como fazê-lo. Com base nos procedimentos, técnicas e estratégias observadas, surge a classificação de tipos de problemas, tipos de estratégias de resolução e esquemas de passos a serem seguidos para “melhor” resolver problemas. Assim acreditava-se que ao ensinar todos os procedimentos de resolução para os alunos, os alunos aprenderiam de fato a matemática.

A terceira concepção é Resolução de Problemas entendida como habilidade. Esta concepção traz a ideia de que um indivíduo só poderá se inserir no mundo do conhecimento e do trabalho, se apresentar competências mínimas necessárias para a resolução de problemas usuais. Tal concepção se aproxima muito da definição de letramento matemático registrada no relatório do PISA ao defender a ideia de que para resolver problemas os alunos devem adquirir domínios ou capacidades para usar seus conhecimentos matemáticos em situações do cotidiano. No final dos anos 70 e no

decorrer nos anos 80, esta concepção ganha maior intensidade. Os currículos passam a apresentar indicações de que todos os alunos deveriam aprender a resolver problemas e que seriam necessárias escolhas cuidadosas quanto às técnicas e aos problemas a serem usados no ensino. A partir desta ótica, é preciso levar em consideração os problemas que envolvem um conteúdo específico, os diferentes tipos de problemas e as técnicas de resolução para que se alcance a aprendizagem em matemática. “Para a maior parte, as habilidades básicas restringem-se às habilidades que podem ser facilmente avaliadas por testes escritos (preferivelmente usando um formato de múltipla escolha).” (BRANCA, 1997, p. 7).

Como é possível observar, as três concepções apresentadas não são concorrentes, ao contrário, se completam. Tais perspectivas foram objeto de pesquisas em diferentes momentos históricos e, por consequência, refletem diferentes currículos, diferentes materiais didáticos e orientações para o ensino.

A partir dos anos 90, a Resolução de Problemas ganha uma outra perspectiva e é descrita como uma metodologia para o ensino de matemática. Para Smole e Diniz (2001, p. 88):

Essa concepção de Resolução de Problemas pode ser vista através de indicações de natureza puramente metodológica, como usar um problema detonador ou desafio que possam desencadear o ensino e a aprendizagem de conhecimentos matemáticos, trabalhar com problemas abertos, usar a problematização ou a formulação de problemas em projetos, etc.

Considerando as concepções apresentadas e com base nas pesquisas em curso na última década, Smole e Diniz, discutem a Resolução de Problemas como perspectiva metodológica, onde o termo “perspectiva” está empregado no sentido de “uma certa forma de ver”.

A concepção de Resolução de problemas numa Perspectiva Metodológica corresponde a uma maneira de organizar o ensino que envolve mais que aspecto metodológico, inclui toda uma postura frente ao que é ensinar e conseqüentemente ao que é aprender.

Analisar a Resolução de Problemas como uma perspectiva metodológica a serviço do ensino e da aprendizagem de matemática amplia a visão puramente metodológica e derruba a questão da grande dificuldade que alunos e professores enfrentam quando se propõe a Resolução de Problemas nas aulas de matemática. A utilização de recursos da comunicação pode resolver ou fazer com que não existam essas dificuldades. (SMOLE e DINIZ, 2001, p.87)

Assim, para Smole e Diniz (2001) a Resolução de Problemas assume uma perspectiva metodológica e baseia-se na proposição e enfrentamento do que chamamos de situação-problema, definindo problema como situação sem solução imediata e que exige que o aluno combine os conhecimentos adquiridos decidindo assim pela forma de usá-los em busca da solução. Dessa forma, rompe com a visão limitada de problemas que podem ser chamados de convencionais e que são os tradicionalmente propostos aos alunos. A autora critica algumas características dos problemas considerados convencionais. As críticas apresentadas são:

- a) são apresentados por meio de frases, diagramas ou parágrafos curtos;
- b) vem sempre após a apresentação de determinado conteúdo;
- c) todos os dados de que o resolvidor precisa aparecem explicitamente no texto;
- d) podem ser resolvidos pela aplicação direta de um ou mais algoritmos;
- e) têm como tarefa básica em sua resolução a identificação de que operações são apropriadas para mostrar a solução e a transformação das informações do problema em linguagem matemática;
- f) é ponto fundamental a solução numericamente correta, a qual sempre existe e é única. (SMOLE e DINIZ,2001, p.87)

A autora assevera que ao adotarmos os problemas convencionais como único material para o trabalho com Resolução de Problemas na escola, podemos conduzir os alunos a uma postura de fragilidade e insegurança diante de situações que exijam algum desafio maior. Quando o aluno se depara com situações-problema as quais ele não identifica o modelo a ser seguido, se vê num dilema entre resistir ou esperar a resposta de um colega ou professor. Via de regra os alunos resolvem o problema mecanicamente sem compreensão do que fizeram, sem confiança em suas respostas e sendo incapazes de verificar se a resposta é ou não adequada aos dados apresentados ou a pergunta feita no enunciado.

Em proximidade conceitual em relação aos problemas convencionais citados por Smole e Diniz (2001), temos os estudos de Dante (1988) ao abordar os problemas tradicionais em livros didáticos. Segundo este autor os problemas tradicionais aparecem ao final dos capítulos dos livros didáticos. A solução do problema já está contida no próprio enunciado. A tarefa básica é transformar a linguagem usual para uma linguagem matemática adequada, identificando quais operações ou algoritmos são apropriados para resolver o problema. Esses problemas têm como objetivo

recordar e fixar os fatos básicos através dos algoritmos das quatro operações fundamentais e reforçar as relações entre estas operações e suas aplicações nas situações do dia-a-dia. De um modo geral, eles não suscitam a curiosidade do aluno e nem o desafiam. (DANTE, 1988, p.85). Há que se dizer que, embora na década de 80, período que ocorreram os estudos de Dante, os problemas eram em sua maioria exercícios de fixação, não despertava o interesse dos alunos e não os colocavam a refletir matematicamente, é verdade que atualmente a situação é outra. A maioria dos livros didáticos do PNLD não compartilham dessa estrutura rígida.

Em contraposição aos problemas tradicionais, Dante (1988) indica como proposta ao trabalho desenvolvido em sala de aula, que os problemas devem ter vínculo a fatos e acontecimentos do dia a dia do aluno. Neste sentido jornais e revistas podem ser utilizados como fontes de materiais para desenvolver este tipo de trabalho. Os problemas reais podem surgir de um simples anúncio de venda de um imóvel que contenha a planta do apartamento e sua localização. A partir dele pode-se trabalhar com escala, área, orientação espacial, perímetro, custo de materiais, confecção de maquetes, sólidos geométricos, custo e tudo o que a criatividade e a motivação permitirem. Também apresenta como valiosas as pesquisas de opinião, permitindo a discussão de como uma pesquisa é realizada, como se realiza a coleta de dados, a tabulação, a análise e a interpretação dos dados estatísticos, porcentagem, tabelas, gráficos, e o porquê de se fazer pesquisa estatística. Dante sustenta a ideia de que quando o professor utiliza esse tipo de material, que é de baixo custo, os alunos podem participar ativamente colaborando com material que tenha despertado a sua atenção e curiosidade. É possível, também, questionar eventuais erros de impressão, de informação, causas e consequências destes. O trabalho com artigos de jornal ou revista serve, entre outras coisas, para relacionar o conteúdo matemático com suas aplicações e implicações, contribuindo assim para que os conteúdos explorados adquiram significado. (SMOLE; CENTURIÓN, 1992, p.6 e 7).

DANTE (1988), em sua tese de Livre Docência propõe a Resolução de Problemas nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Para ele os objetivos na resolução de problemas são:

- Fazer o aluno pensar produtivamente;
- Desenvolver o raciocínio do aluno;
- Ensinar o aluno a enfrentar situações novas;
- Dar ao aluno a oportunidade de se envolver com as aplicações da Matemática;

- Tornar as aulas de Matemática mais interessantes e desafiadoras;
- Equipar o aluno com estratégias para resolver problemas;
- Dar uma boa base matemática às pessoas.

Podemos verificar nos objetivos que Dante estabeleceu para o trabalho em sala de aula a ênfase dada para a Resolução de Problemas como metodologia de ensino. A partir dela, os alunos devem pensar autonomamente, produtivamente, criticamente de modo a desenvolver habilidades para viver numa sociedade moderna.

Dante (1998) classifica os problemas em tipos distintos:

- a) Exercícios de reconhecimento, onde o objetivo é fazer com que o aluno reconheça, identifique ou lembre um conceito;
- b) Exercícios de algoritmos: servem para treinar a habilidade em executar um algoritmo e reforçar conhecimentos anteriores;
- c) Problemas – padrão: a solução já está contida no enunciado, e a tarefa básica é transformar a linguagem usual em linguagem matemática, com o objetivo de recordar e fixar os fatos básicos através dos algoritmos das quatro operações;
- d) Problemas-processo ou heurísticos: sua solução envolve as operações que não estão contidas no enunciado, exigem do aluno um tempo para pensar e arquitetar um plano de ação;
- e) Problemas de aplicação: também chamados de situações-problema, são aqueles que retratam situações reais do dia-a-dia e que exigem o uso da Matemática para serem resolvidos;
- f) Problemas de quebra-cabeça: constituem a chamada Matemática recreativa, e sua solução depende quase sempre de um golpe de sorte ou da facilidade em perceber algum truque.

Após apresentar as concepções de alguns autores sobre a resolução de problemas, torna-se interessante utilizar a contribuição de Echeverría *et al* (1998) que sintetizam a proposta de trabalho, expondo que:

ensinar a resolver problema não consiste somente em dotar os alunos de habilidades e estratégias eficazes, mas também em criar neles o hábito e atitude de enfrentar a aprendizagem como um problema para o qual deve ser encontrada uma resposta. Não é uma questão de somente ensinar a resolver problemas, mas também de ensinar a propor problemas para si mesmo, a transformar a realidade em um problema que mereça ser questionado e estudado [...] O verdadeiro objetivo final da aprendizagem da solução de problemas é fazer com que o aluno adquira o hábito de propor-se problemas e de resolvê-los como forma de aprender (ECHEVERRÍA *et al*, 1998, p. 14-15).

Segundo o exposto por Echeverría *et al* (1998) inferimos que a habilidade de resolução de problemas deveria assumir um sentido mais amplo e transcender a capacidade de resolver problemas escolarizados. Os alunos, nessa perspectiva, assumem uma postura ativa em relação a sua própria aprendizagem. O principal objetivo do trabalho com a resolução de problemas seria o de propiciar que os educandos aprendam mais e melhor impulsionados pelo hábito de estabelecerem problemas para si mesmos.

4.3.3 Nossas concepções sobre Alfabetização e Letramento Matemático, Problema e Resolução de Problemas

Ao verificarmos algumas abordagens sobre os conceitos relacionados à Alfabetização e o Letramento Matemático defendidas em pesquisas sobre o tema, constatamos uma variedade de ideias tanto na forma quanto no conteúdo. Embora não haja um consenso em pesquisas acadêmicas sobre o assunto, após leitura ampla sobre as publicações atuais inferimos que a Alfabetização e o Letramento são processos originalmente distintos, porém, indissociáveis e complementares.

Concluimos então, neste trabalho, que esses processos ocorrem simultaneamente e dialogicamente. Com base no exposto assumiremos neste trabalho a Alfabetização Matemática na Perspectiva do Letramento, por entendermos que não basta desenvolver nos alunos a capacidade de ler e escrever em linguagem matemática, mas, desenvolver as noções e conceitos no campo da Aritmética, Álgebra, Geometria, Lógica, e principalmente a percepção de que a matemática é um recurso importante e necessário para a resolução de problemas e para as práticas sociais.

Entendemos que Problema é tudo aquilo que não sabemos fazer, porém, temos interesse em fazê-lo. Ao solucionarmos um verdadeiro problema constatamos que não temos os elementos necessários a princípio, as regras não estão memorizadas e nem a percepção de que exista um método específico de resolução.

Concebemos a Resolução de Problemas como metodologia de ensino da matemática, e, portanto, essencial e inerente à mesma. Assumimos que é a partir da Resolução de Problemas que deve ser desencadeada a atividade matemática, e através dela será desenvolvido o contexto de aprendizagem de conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas.

As concepções assumidas nesta seção serão defendidas e referenciadas ao longo das análises desta dissertação.

5 ANÁLISE DAS RELAÇÕES IDENTIFICADAS NAS ORIENTAÇÕES DO CADERNO 4 DO PNAIC/2014 E NA COLEÇÃO DE LIVROS DIDÁTICOS

Antes de iniciarmos as análises apresentaremos o PNAIC, sua caracterização enquanto programa do governo federal e sua estrutura de formação e implementação.

5.1 Caracterização do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa - PNAIC

O PNAIC fundamenta-se na Medida Provisória 586/12, de 8 de novembro de 2012. Tal medida além de criar o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa, delibera sobre a alfabetização de todas as crianças nas escolas públicas até os 8 anos de idade (3º ano). Para tanto oferece para a implantação e implementação apoio técnico e financeiro da União aos estados, municípios e ao Distrito Federal. Para o cumprimento dos objetivos do PNAIC, o Estado financia a formação continuada dos professores, as bolsas oferecidas aos profissionais e outras ações relacionadas.

5.1.1 Estrutura de formação do PNAIC

As ações do PNAIC apoiam-se em quatro eixos de atuação:

- 1.** Formação continuada presencial para os professores alfabetizadores e seus orientadores de estudo;
- 2.** Materiais didáticos obras literárias, obras de apoio pedagógico, jogos e tecnologias educacionais;
- 3.** Avaliações sistemáticas;
- 4.** Gestão, mobilização e controle social.

O PNAIC teve início em 2013 com a formação de professores alfabetizadores em Língua Portuguesa. Em 2014 a ênfase da formação continuada esteve voltada à alfabetização matemática. Em 2015 a novidade foi a ampliação para as demais áreas do conhecimento, de forma interdisciplinar, de modo a promover a educação integral das crianças nesse início do processo de escolarização.

No que se refere ao trabalho desenvolvido em 2013, os cadernos com conteúdos específicos dos três anos do ciclo de alfabetização foram organizados em oito unidades referentes a cada etapa, nesta sequência:

Ano 1

- Unidade 1 – Currículo na alfabetização: concepções e princípios;
- Unidade 2 – Planejamento escolar: alfabetização e ensino da língua portuguesa;
- Unidade 3 – A aprendizagem do ensino de escrita alfabética;
- Unidade 4 – Ludicidade na sala de aula;
- Unidade 5 – Os diferentes textos em salas de alfabetização;
- Unidade 6 – Planejando a alfabetização; integrando diferentes áreas do conhecimento; projetos didáticos e sequências didáticas;
- Unidade 7 – Alfabetização para todos: diferentes percursos, direitos iguais;
- Unidade 8 – Organização do trabalho docente para promoção da aprendizagem.

Ano 2

- Unidade 1 – Currículo no ciclo de alfabetização: consolidação e monitoramento do processo de ensino e de aprendizagem;
- Unidade 2 – A organização do planejamento e da rotina no ciclo de alfabetização na perspectiva do letramento;
- Unidade 3 – A apropriação do sistema de escrita alfabética e a consolidação do processo de alfabetização;
- Unidade 4 – Vamos brincar de construir as nossas e outras histórias;
- Unidade 5 – O trabalho com gêneros textuais na sala de aula;
- Unidade 6 – Planejando a alfabetização e dialogando com diferentes áreas do conhecimento;
- Unidade 7 – A heterogeneidade em sala de aula e os direitos de aprendizagem no ciclo de alfabetização;
- Unidade 8 – Reflexões sobre a prática do professor no ciclo de alfabetização: progressão e continuidade das aprendizagens para a construção dos conhecimentos por todas as crianças.

Ano 3

- Unidade 1 – Currículo inclusivo: o direito de ser alfabetizado;
- Unidade 2 – Planejamento e organização da rotina na alfabetização;
- Unidade 3 – O último ano do ciclo de alfabetização: consolidando os conhecimentos;
- Unidade 4 – Vamos brincar de reinventar histórias;
- Unidade 5 – O trabalho com os diferentes gêneros textuais em sala de aula: diversidade e progressão escolar andando juntas;
- Unidade 6 – Alfabetização em foco: projetos didáticos e sequências didáticas em diálogo com os diferentes componentes curriculares;
- Unidade 7 – A heterogeneidade em sala de aula e a diversificação das atividades;
- Unidade 8 – Progressão escolar e avaliação: o registro e a garantia de continuidade das aprendizagens no ciclo de alfabetização.

Cadernos do Campo

- Unidade 1 – Currículo no ciclo de alfabetização: perspectivas para uma educação do campo;
- Unidade 2 – Planejamento do ensino na perspectiva da diversidade;
- Unidade 3 – Apropriação do sistema de escrita alfabética e a consolidação do processo de alfabetização em escolas do campo;
- Unidade 4 – Brincando na escola: o lúdico nas escolas do campo;
- Unidade 5 – O trabalho com gêneros textuais em turmas multisseriadas;
- Unidade 6 – Projetos didáticos e sequências didáticas na educação do campo: a alfabetização e as diferentes áreas de conhecimento escolar;
- Unidade 7 – Alfabetização para o campo: respeito aos diferentes percursos de vida;
- Unidade 8 – Organizando a ação didática em escolas do campo.

Caderno de Educação Especial

A alfabetização de crianças com deficiência: uma proposta inclusiva.

Como foi explicitado, no ano de 2014 a formação teve foco na alfabetização matemática, que por sua vez foi compreendida como um instrumento para a leitura do mundo, superando a simples decodificação dos números e a resolução das quatro

operações básicas. Os Cadernos de Alfabetização Matemática foram organizados da seguinte forma:

- Apresentação;
- Caderno 1: Organização do trabalho pedagógico;
- Caderno 2: Quantificação, registros e agrupamentos;
- Caderno 3: Construção do sistema de numeração decimal;
- Caderno 4: Operações na resolução de problemas;
- Caderno 5: Geometria;
- Caderno 6: Grandezas e medidas;
- Caderno 7: Educação Estatística;
- Caderno 8; Saberes matemáticos e outros campos do saber;
- Educação matemática no campo;
- Educação matemática inclusiva;
- Jogos na alfabetização matemática;
- Encarte dos jogos na alfabetização matemática.

A formação da 3ª etapa do PNAIC tem a interdisciplinaridade como tônica do trabalho, mantendo a discussão focada nas especificidades das diferentes áreas. Assim, os Cadernos de Alfabetização 2015 foram organizados da seguinte forma:

- Apresentação;
- Caderno 1: Currículo na perspectiva da inclusão e da diversidade: as Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica e o Ciclo de Alfabetização;
- Caderno 2: A criança no Ciclo de Alfabetização;
- Caderno 3: Interdisciplinaridade no ciclo de alfabetização;
- Caderno 4: A organização do trabalho escolar e os recursos didáticos na alfabetização;
- Caderno 5: A oralidade, a leitura e a escrita no Ciclo de Alfabetização;
- Gestão Escolar no Ciclo de Alfabetização;
- Caderno 6: A arte no Ciclo de Alfabetização;
- Caderno 7: Alfabetização matemática na perspectiva do letramento;
- Caderno 8: Ciências da Natureza no Ciclo de Alfabetização;
- Caderno 9: Ciências Humanas no Ciclo de Alfabetização;

- Caderno 10: Integrando saberes.

Faremos também a identificação e caracterização da Coleção de livros didáticos LIGADOS.COMALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA antes de iniciarmos as análises.

5.2 Identificação e caracterização da Coleção de Livros Didáticos

Segue abaixo as informações da Coleção de Livros Didáticos que foi alvo de nossa análise:

- a) **Identificação da Obra:** LIGADOS.COM – ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA
- b) **Autores:** Daniela Padovan e Ivonildes Milan
- c) **Editora:** Saraiva
- d) **Ano de ensino a que se destina:** 1º, 2º e 3º ano do Ensino Fundamental
- e) **Edição/Ano de publicação:** 1ª Edição de 2014
- f) **Ano de participação no PNLD:** 2016
- g) **Código da Coleção:** 27788COL32

A coleção citada foi adotada pela rede municipal de ensino de Francisco Morato/SP, no processo de seleção e escolha de livros didáticos do PNLD no ano de 2015, para o exercício do triênio 2016, 2017 e 2018. A coleção LIGADOS.COM ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA foi escolhida em 1ª opção abarcando os alunos de 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental, isto é, atualmente cerca de 6.000 alunos utilizam estes livros diariamente nas escolas municipais da cidade. Salienta-se que a coleção adotada faz parte de um projeto que contempla todos os componentes curriculares previstos no Programa Nacional do Livro Didático 2016: Língua Portuguesa, Matemática, Ciências, História, Geografia, Ciências Humanas e da Natureza e Arte. O projeto é estruturado em cinco eixos norteadores:

1 – Pensamento Lógico (com a proposta de um trabalho pautado na Resolução de Problemas e na autonomia dos alunos);

2 – Competência Comunicativa (desenvolvida a partir do estudo dos gêneros e por meio de seus portadores sociais);

3 – Contextualização e Interdisciplinaridade (ocorre a articulação entre as demais áreas do conhecimento);

4 – Grade de Conteúdos;

5 – Sustentabilidade.

Nas disciplinas de Língua Portuguesa, Matemática, Ciências Humanas e da Natureza e Arte, o manual do professor está disponível no formato impresso e no formato digital. Na versão digital o manual apresenta os OED (Objetos Educacionais Digitais) que são conteúdos interativos, jogos, galerias de imagens, vídeos, áudios e outros.

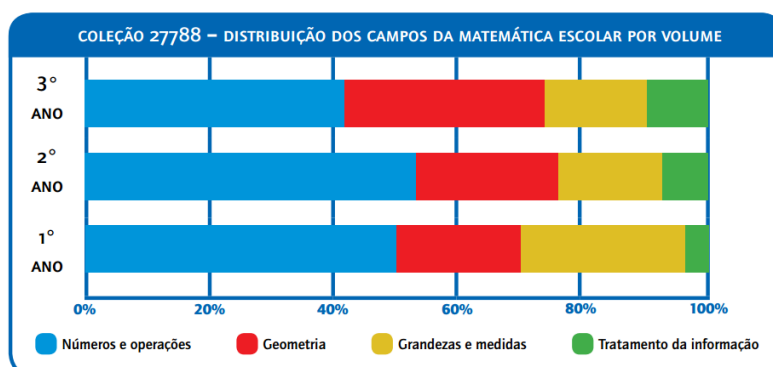
O Guia do PNLD 2016 descreve, em relação à Coleção:

Cada volume é formado por oito unidades, organizadas em torno de um tema, compostas por uma página de abertura com o quadro intitulado Imagem e Contexto, que apresenta questões de observação e reflexão sobre o tema, seguidas de uma sequência de atividades. As unidades contêm as seções especiais: Páginas de conteúdo; Gente que faz!; O que estudamos; Avançar na aprendizagem e Rede de ideias. Além disso, há quadros com textos complementares e uma seção denominada Você sabia?, que inclui curiosidades e definições e Glossário que explica algumas expressões. Em algumas, encontra-se a seção Qual é a pegada?, com temas transversais relacionados à formação cidadã. Cada volume é finalizado pela seção Ampliando horizontes..., que contém sugestões de livros e sites para consulta, e encartes com Material complementar. (BRASIL, 2015, p.121)

Os três volumes da Coleção LIGADOS.COM ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA, apresentam ao término das oito unidades uma seção intitulada “Manual do Professor/Orientações Didáticas”. Nessa seção os professores têm acesso à estrutura da obra, os objetivos de ensino das unidades, o referencial teórico adotado, metodologia de trabalho, sugestões para o desenvolvimento das atividades e dicas de literatura sobre os temas.

Outro aspecto relevante ao analisarmos uma coleção de livros didáticos é a organização e distribuição dos conteúdos ao longo da obra. Na Figura 2 podemos observar a distribuição dos conteúdos matemáticos no decorrer dos três volumes:

Figura 2 – Distribuição dos conteúdos matemáticos nos três volumes da Coleção adotada



Fonte: Guia de livros didáticos PNLD 2016, anos iniciais do Ensino Fundamental Alfabetização Matemática

Ao analisar a distribuição dos conteúdos matemáticos no livro LIGADOS.COM ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA nos três volumes (1º, 2º e 3º ano), pode-se constatar que existiu uma priorização do bloco de conteúdos “Números e Operações” e “Geometria”, pois, os dois blocos juntos representam mais de 70% dos conteúdos trabalhados em cada volume. Embora a ênfase recaia sobre os dois blocos de conteúdos citados, podemos verificar na obra uma intenção das autoras em estabelecer uma integração entre os campos da matemática.

Optamos em analisar os três volumes da Coleção LIGADOS.COM ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA por se tratar de um ciclo de alfabetização e ser desejável que os alunos concluintes deste ciclo, tenham consolidadas aprendizagens importantes para seguirem seus estudos em anos subsequentes, como estabelece a Lei nº12.801, de 24 de abril de 2013:

Art. 1º Esta Lei dispõe sobre o apoio técnico e financeiro da União aos entes federados no âmbito do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa, com a finalidade de promover a alfabetização dos estudantes até os 8 (oito) anos de idade ao final do 3º ano do ensino fundamental da educação básica pública, aferida por avaliações periódicas. (BRASIL, 2013)

Ao desempenhar a função de supervisor de ensino e trabalhar por alguns anos com a formação de coordenadores pedagógicos e professores da rede municipal de ensino de Francisco Morato, pude identificar que o livro didático é o principal material de uso e fonte de consulta dos docentes para o planejamento de suas aulas. Assim,

concordamos com Lajolo (1996) ao destacar a importância decisiva que o livro didático assume no contexto brasileiro:

Didático, então, é o livro que vai ser utilizado em aulas e cursos, que provavelmente foi escrito, editado, vendido e comprado, tendo em vista essa utilização escolar e sistemática. Sua importância aumenta ainda mais em países como o Brasil, onde uma precaríssima situação educacional faz com que ele acabe determinando conteúdos e condicionando estratégias de ensino, marcando, pois, de forma decisiva, o que se ensina e como se ensina o que se ensina. [...] Muito embora não seja o único material de que professores e alunos vão valer-se no processo de ensino e aprendizagem, ele pode ser decisivo para a qualidade do aprendizado resultante das atividades escolares. (LAJOLO, 1996, p.4)

Os professores que atuam no ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) também utilizam para a elaboração de suas aulas os cadernos de formação de professores do PNAIC/2014. Dessa maneira, os professores têm à sua disposição dois materiais destinados à sua formação docente, ambos resultantes de políticas brasileiras de larga escala. De um lado o livro didático decorrente de uma escolha realizada pelos professores no PNLD, e de outro, os cadernos de formação e orientação docente do PNAIC, os quais foram elaborados por especialistas de universidades parceiras e com contribuições de relatos de experiências de professores alfabetizadores. Nos pareceu importante analisar esses dois materiais de uso dos professores para compreendermos suas possibilidades, alcances, saber se são divergentes ou convergentes e em que medida.

Após a apresentação dos materiais que serão alvo de nossas análises, e, após o processo sistemático de seleção de trabalhos que pudessem contribuir com nosso tema de pesquisa, o aprofundamento teórico de nossos objetos de estudo, a delimitação da problemática e da metodologia, submeteremos o Caderno 4 do PNAIC/2014 e a Coleção de Livros Didáticos adotada no PNLD/16 à análise com base nas seguintes categorias:

- Concepções de Alfabetização Matemática;
- Concepções de Letramento Matemático;
- Concepções sobre Resolução de Problemas com ênfase nos problemas com Estruturas Aditivas e Multiplicativas.

Vale ressaltar que, o Caderno 4 “Operações na Resolução de Problemas” do material do PNAIC foi escolhido como foco de nossas análises por acreditarmos que este caderno possui elementos potenciais para nossa investigação. Porém, há que se

considerar que os demais cadernos de formação do PNAIC poderiam propiciar análises profícuas e abrir caminho para novas pesquisas.

5.3 Concepções de Alfabetização Matemática e Letramento Matemático no Caderno 4 do PNAIC/2014 e na Coleção de Livros Didáticos

As orientações contidas no material do PNAIC/2014 revelam a intenção de auxiliar os professores alfabetizadores na compreensão do processo de alfabetização matemática em suas diversas áreas da Matemática. São apresentados conceitos dos campos numéricos, de medidas, de geometria, de educação estatística, de forma a permitir que os professores se apropriem dos conceitos matemáticos e tenham condições de conduzir os alunos à construção de significados.

Apesar do Caderno 4 “Operações na Resolução de Problemas” não explicitar uma definição sobre o conceito de Alfabetização Matemática, podemos encontrar essa definição no Caderno de Apresentação do PNAIC/2014,

A dimensão matemática da alfabetização na perspectiva do letramento, ou melhor, a Alfabetização Matemática como entendendo aqui – o conjunto das contribuições da Educação Matemática no Ciclo de Alfabetização para a promoção da apropriação pelos aprendizes de práticas sociais de leitura e escrita de diversos tipos de textos, práticas de leitura e escrita do mundo – não se restringe ao ensino do sistema de numeração e das quatro operações aritméticas fundamentais. A Alfabetização Matemática que se propõe, por se preocupar com as diversificadas práticas de leitura e escrita que envolvem as crianças e com as quais as crianças se envolvem – no contexto escolar e fora dele – refere-se ao trabalho pedagógico que contempla as relações com o espaço e as formas, processos de medição, registro e uso das medidas, bem como estratégias de produção, reunião, organização, registro, divulgação, leitura e análise de informações, mobilizando procedimentos de identificação e isolamento de atributos, comparação, classificação e ordenação. (BRASIL, 2014, p. 31)

Como o material do PNAIC assume a Alfabetização Matemática na perspectiva do letramento, pode-se inferir que a proposta deve ser desafiadora, que a partir das atividades os alunos sejam conduzidos a ler, escrever e inferir informações, que expressem suas opiniões utilizando a linguagem adequada, que criem e solucionem situações-problema diversificadas e utilizem a matemática em práticas sociais. É nesse sentido que as ideias de Dante (1988) contrapõem e criticam o ensino tradicional em sala de aula e salientam que o trabalho com a resolução de problemas deve oferecer meios para que os alunos se expressem matematicamente e reconheçam a matemática como importante ferramenta nas situações do dia a dia.

O material do PNAIC apresenta algumas indicações de atividades ao professor, as quais segundo ele, contribuem significativamente para que as crianças inseridas no ciclo de alfabetização (1º ao 3º ano) sejam alfabetizadas matematicamente.

Abaixo selecionamos alguns excertos retirados das orientações do Caderno 4 para evidenciar como o caderno vincula a alfabetização matemática à capacidade de resolver algumas tarefas/problemas do cotidiano, à realização de algoritmos e operações, à utilização de jogos e materiais manipulativos e chama a atenção do professor para a percepção de que a matemática está presente na literatura, nas mídias digitais, em outras áreas do conhecimento, podendo suscitar bons problemas em sala de aula.

Excerto 1: A Alfabetização Matemática como utilização de algoritmos e compreensão conceitos matemáticos

Neste caderno, tratamos de cálculos e operações no Ciclo Inicial da Alfabetização. Ao focarmos os cálculos numéricos e as operações matemáticas de adição, subtração, multiplicação e divisão, buscamos fazê-lo de modo integrado aos processos de construção de conceitos que envolvem as quatro operações e seus modos de representação. (BRASIL, 2014, p. 7)

Excerto 2: O uso de jogos e materiais manipulativos na construção dos significados das operações e do Sistema e Numeração Decimal

“Nesse caderno também apresentamos sugestões de como trabalhar com jogos no ensino de matemática no Ciclo de Alfabetização” (BRASIL, 2014, p. 79).

“No ciclo de alfabetização, uma série de atividades com a calculadora podem ser realizadas para construir e/ou sistematizar fatos importantes das operações, ou mesmo para disparar problemas”. (BRASIL, 2014, p. 73)

Por razões didáticas, para o ciclo de alfabetização, sugerimos atividades com o ábaco aberto e apenas até a ordem das unidades de milhar. Isto porque, a ideia é que depois disso, o algoritmo já esteja consolidado, não sendo mais necessário o uso de materiais manipuláveis. (BRASIL, 2014, p. 59)

Excerto 3: A contribuição da leitura, escrita e dos recursos audiovisuais

Na leitura de um jornal, de uma revista, de um livro de literatura, ao assistir um vídeo, o professor deve estar atento à matemática que ali está presente, podendo lançar problemas aos seus alunos, fazendo com que a alfabetização matemática faça sentido às crianças. (BRASIL, 2014, p. 70)

Na Figura 3 apresentamos uma síntese dos aspectos relacionados à Alfabetização Matemática no Caderno 4 do PNAIC/2014.

Figura 3 – Síntese dos aspectos relacionados à Alfabetização Matemática na perspectiva do letramento



Fonte: Elaborado pelo autor

Veremos agora como a Coleção de Livros Didáticos concebe a alfabetização matemática e seus aspectos relacionados. É possível identificar ao final dos volumes, na seção Manual do Professor/Orientações Didáticas, a concepção das autoras em relação à alfabetização matemática. Segundo elas:

Alfabetizar-se, na escola e fora dela, é compreender as linguagens que o mundo apresenta, para que haja uma comunicação e interação do sujeito com a realidade em que vive. Ser alfabetizado em matemática é compreender o que se lê e escreve a respeito das noções de número e operações, espaço e forma, grandezas e medidas e tratamento da informação. (PADOVAN; MILAN, 2014, p.296)

Não há uma definição explícita para o conceito de Letramento Matemático nas Orientações Didáticas dos três volumes de livros didáticos, porém, ao assumir que “alfabetizar-se na escola e fora dela, é compreender as linguagens que o mundo apresenta, para que haja uma comunicação e interação do sujeito com a realidade em que vive”, temos indícios de que a Alfabetização está relacionada com o Letramento por conceber que a aquisição e compreensão da linguagem está a serviço da

interação do sujeito com a realidade. Assim, podemos inferir que as autoras Padovan e Milan (2014) admitem a Alfabetização Matemática na perspectiva do Letramento, mesmo que as definições de Alfabetização Matemática e Letramento sejam tratadas separadamente no manual do professor. Podemos inferir ainda que o material do PNAIC/2014 está em consonância com o Livro Didático ao estabelecer que o trabalho pedagógico deve contemplar as primeiras noções e conceitos matemáticos no ciclo de alfabetização e que favoreça as interações do sujeito com as práticas sociais da leitura e da escrita. Assim inferimos também, que ambos os materiais adotam a alfabetização matemática de uma forma mais abrangente do que defende Fonseca (2007,2010). Fonseca assume como ponto central da alfabetização matemática os aspectos relacionados aos conhecimentos básicos e específicos dos campos da matemática, bem como a aquisição da leitura e escrita da linguagem matemática. Não estabelece explicitamente relações com outras áreas de conhecimento ou interações com outros tipos de linguagens textuais.

Nesse sentido a descrição apresentada por Danyluk (1988) ampara as concepções dos materiais analisados ao sustentar a ideia de que estar alfabetizado em matemática significa entender o que se lê, escrever o que se entende a respeito das primeiras noções de aritmética, geometria e lógica e também em relação às outras áreas do conhecimento, construindo a base para conhecimentos futuros.

Assim como descrevemos nos excertos retirados do Caderno 4 do PNAIC/2014, os quais vinculam a alfabetização matemática à capacidade de resolver algumas tarefas/problemas do cotidiano, à realização de algoritmos e operações, à utilização de jogos e materiais manipulativos, verificamos que os livros didáticos também possuem seções que contemplam essas capacidades.

Os livros didáticos possuem seções com funções específicas em cada uma de suas unidades temáticas. Essas unidades se alinham às capacidades de alfabetização matemática que foram detectadas no Caderno 4 do PNAIC. São elas:

- **Rede de Ideias:** retoma os conteúdos trabalhados na unidade e faz conexão com outras áreas do conhecimento. São atividades que se relacionam àquelas classificadas no Caderno 4 como sendo atividades do cotidiano: brincadeiras, passeios, calendário, compras, produção de objetos, educação para o trânsito, uso de dinheiro, boleto, cupom fiscal e outras;

- A Coleção LIGADOS.COM ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA não apresenta uma seção específica para o trabalho com Algoritmos, Operações e Resolução de Problemas, porém, cada um destes itens está presente em todas as unidades. Aliás o trabalho com as Operações e Resolução de Problemas do Campo Aditivo e Multiplicativo merece destaque no conjunto desta Coleção;
- **Gente que faz:** Nesta seção os alunos põem em prática o que aprenderam mostrando sua habilidade em jogos e desafios. São indicados e explorados vários jogos ao longo dos três volumes. Este aspecto se conecta com o que foi indicado no Caderno 4 sobre a importância dos jogos no ciclo de alfabetização;
- Uma crítica que podemos fazer em relação à Coleção de Livros Didáticos está no espaço reservado para o trabalho com os materiais manipulativos. Essa já era uma questão apontada na avaliação do Guia do PNLD/2016. A ênfase maior é dada ao trabalho com a calculadora, outros materiais aparecem com pouca frequência.

5.4 A Resolução de Problemas no Caderno 4 do PNAIC/2014 e Coleção de Livros Didáticos

Defendemos nesta dissertação a resolução de problemas como metodologia do ensino da matemática, e que, portanto, são indissociáveis. Também partimos da afirmação de que a resolução de problemas é a principal habilidade daquele que é letrado, conforme apresentado no capítulo 4. Diante de tais pressupostos tratar sobre a resolução de problemas assume um lugar privilegiado nesta investigação.

O Caderno 4 “Operações na Resolução de Problemas” estabelece uma continuidade em relação aos dois cadernos anteriores “Quantificação, Registros e Agrupamentos” e “Construção do Sistema de Numeração Decimal”. Podemos verificar que a proposta de formação docente assume duas frentes: a conceitual e procedimental. No que se refere aos procedimentos, o material de formação apresenta os algoritmos tradicionais das operações (adição, subtração, multiplicação e divisão), jogos e materiais manipulativos e estratégias de resolução de problemas tanto mental como escrito. Em relação à frente conceitual, que se refere aos contextos e às ideias, são apresentadas as “Situações Aditivas e Multiplicativas” e proporciona uma

discussão inicial sobre a importância de se desenvolver um trabalho com as propriedades das operações, porém, discute somente a propriedade associativa da adição e a propriedade comutativa da adição e multiplicação.

O Caderno 4 tem por objetivo oferecer aportes teóricos e práticos para subsidiar práticas pedagógicas com o intuito de garantir que o educando possa:

Elaborar, interpretar e resolver situações-problema o campo aditivo (adição e subtração) e multiplicativo (multiplicação e divisão), utilizando e comunicando suas estratégias pessoais, envolvendo os seus diferentes significados;
Calcular adição e subtração com e sem agrupamento e desagrupamento;
Construir estratégias de cálculo mental e estimativo, envolvendo dois ou mais termos;
Elaborar, interpretar e resolver situações-problema convencionais e não convencionais, utilizando e comunicando suas estratégias pessoais.
(BRASIL, 2014, p. 5).

Podemos constatar, pela descrição dos objetivos citados, que o Caderno de Formação tem foco nas condições necessárias para que os alunos desenvolvam competências para a Resolução de Problemas.

O conceito de Resolução de Problemas defendido pelo PNAIC segue ao encontro do que foi estabelecido pelos Parâmetros Curriculares Nacionais criados em 1997 pelo Ministério da Educação, assume que

[...] a Resolução de Problemas deve desencadear a atividade matemática. Uma proposta pedagógica pautada na Resolução de Problemas possibilita que as crianças estabeleçam diferentes tipos de relações entre objetos, ações e eventos a partir do modo de pensar de cada uma, momento em que estabelecem lógicas próprias que devem ser valorizadas pelos professores. A partir delas, os alunos podem significar os procedimentos da resolução e construir ou consolidar conceitos matemáticos pertinentes às soluções.
(BRASIL, 2014, p.8)

O texto dos PCN converge com nossa concepção sobre o trabalho com a resolução de problemas. Neste sentido, deve ser considerada como ponto de partida da atividade matemática. É a partir dos procedimentos dos educandos ao criarem hipóteses de solução e a testarem, argumentarem e criarem estratégias próprias para determinados problemas, que os conceitos matemáticos serão introduzidos, aprofundados ou consolidados.

Apesar do Caderno 4 do PNAIC/2014 apresentar os tipos de problemas com a nomenclatura utilizada pelos PCN de matemática, inferimos que tais problemas têm

em sua gênese a Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud¹¹, com o propósito de estudar um campo conceitual ao invés de um conceito isolado. Segundo Vergnaud (1990), um campo conceitual é um conjunto de situações, cujo domínio progressivo exige uma variedade de conceitos, de procedimentos e de representações simbólicas em estreita conexão.

Vale ressaltar, que não encontramos uma diferença na nomenclatura utilizada pelo Caderno 4 em relação aos problemas do Campo Aditivo, mas em relação aos problemas do Campo Multiplicativo. Assim, tomamos o cuidado de classificar os problemas do Caderno 4 com base na categorização indicada por Vergnaud (1990). No Quadro 3 estabelecemos a correspondência entre as nomenclaturas.

Quadro 3 - Correspondência dos problemas indicados do Caderno 4 do PNAIC/2014 com os problemas de Estrutura Multiplicativa de Vergnaud (1990).


Caderno 4 do PNAIC/2014	Estrutura Multiplicativa de Vergnaud
Situações de comparação entre razões	Isomorfismo de Medidas
Situações de divisão por distribuição	Isomorfismo de Partição
Situações de divisão envolvendo formação de grupos	Isomorfismo Quotição
Situações de Configuração Retangular	Produto de Medidas
Situações envolvendo o raciocínio combinatório	Produto de Medidas

Fonte: elaborado pelo autor

O livro didático analisado, por sua vez, assume a resolução de problemas e os jogos como metodologia de ensino e aprendizagem. Podemos verificar essa abordagem, pois estão presentes em todas as unidades e desencadeiam as discussões em torno dos temas e conteúdos matemáticos. A Figura 4 abaixo, retirada do terceiro volume, é utilizada pelas autoras para introduzir as discussões referentes à unidade três (Medidas, problemas e tabelas). Podemos verificar que tanto a imagem quanto as perguntas selecionadas instigam a curiosidade, algumas questões não têm resposta imediata levando os alunos a criarem estimativas de respostas.

¹¹Gérard Vergnaud é um matemático, filósofo e psicólogo francês, autor da Teoria dos Campos Conceituais.

Figura 4 - Exemplo de método utilizado pelas autoras para introduzir as discussões das unidades dos Livros Didáticos.



À esquerda, o brasileiro Jadel Gregório realiza salto triplo em São Paulo, em 19 de maio de 2013, quando obteve a marca de 16,37 m. Acima, Fabiana Murer, também brasileira, realiza salto com vara, obtendo a marca de 4,65 m de altura, no Rio de Janeiro, em 26 de maio de 2011.

1. Observe as fotografias e responda às perguntas oralmente.
Responda pessoais.
 - a) Na sua opinião, quantos metros um ser humano pode percorrer dando apenas três saltos?
 - b) Na sua opinião, quantos metros de altura um ser humano pode alcançar apenas com o apoio de uma vara?
2. Observe os dados que o professor pôs na lousa e compare as suas estimativas com alguns recordes brasileiros nestas duas modalidades: salto triplo e salto com vara.

Fonte: retirado do Livro Didático LIGADOS.COMALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA, 3º ano, Unidade 3, p.69.

Após identificarmos tal escolha metodológica por parte das autoras desta Coleção, inferimos que se assemelha com a abordagem descrita por Smole e Diniz (2001) apresentada neste trabalho, pois, também assume que a situação problema deve ser disparadora e desafiadora, e é por meio dela que deve se desencadear o ensino e a aprendizagem de conhecimentos matemáticos.

Ainda em relação à Resolução de Problemas, vale observar que as autoras do livro didático fundamentam sua proposta metodológica na Teoria dos Campos Conceituais (TCC) de Vergnaud (1990). Na seção Manual do Professor, nas orientações específicas para o 3º ano, localizada ao final do livro, temos algumas orientações que expressam o que é esperado dos alunos ao final do 3º volume. Orientam que:

Problemas do campo aditivo e do campo multiplicativo devem fazer parte do conteúdo desde as primeiras séries do Ensino Fundamental. Propor situações-problema envolvendo as quatro operações para os alunos desde o 1º ano (e até antes) possibilitará que explorem diferentes procedimentos de cálculo, avançando progressivamente na compreensão destes e de outros

procedimentos mais sintéticos e complexos. (PADOVAN; MILAN, 2014, p.336)

Na página 342 do 3º volume, as autoras reforçam a orientação sobre a importância do ensino dos problemas da TCC nos anos iniciais e afirmam que “Ao final destas atividades, espera-se que os alunos demonstrem conhecer diferentes procedimentos de cálculo e resolução de problemas dos campos aditivo e multiplicativo, usando-os adequadamente”. Ao analisarmos os Manuais do Professor e as Orientações Didáticas, verificamos a intenção das autoras ao indicarem leituras para municiarem os professores em relação à Teoria dos Campos Conceituais, verificamos também que as autoras apresentam alguns exemplos de problemas do Campo Aditivo e Multiplicativo, inclusive com sugestões de tabulação das respostas dos alunos em cada tipo de problema, porém, sentimos falta de uma apresentação mais cuidadosa das categorias de problemas ao professor, de uma explicação de cada tipo de problema com suas características próprias, suas semelhanças e diferenças e mais exemplos. Entendemos que essa organização poderia auxiliar significativamente o professor na compreensão da teoria e conseqüentemente poderia potencializar seu trabalho em sala de aula.

O livro didático não apresenta como proposta aos alunos a categorização dos tipos de problemas proposta por Vergnaud (1990), porém, podemos identificar no interior das unidades que esses tipos de problemas do Campo Aditivo e Multiplicativo são contemplados.

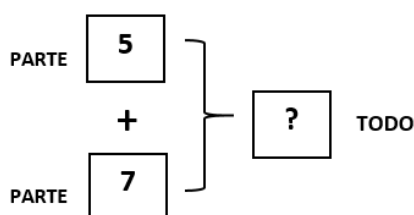
Neste momento olharemos para os materiais selecionados como foco de nossas análises para verificar se os mesmos consideraram a variedade de problemas dos Campos Conceituais e em qual frequência apareceram nas obras. De modo a padronizarmos os dados para a análise e trazer maior cientificidade a este trabalho, optamos em usar a terminologia dos problemas dos Campos Conceituais da forma como Vergnaud (1983, 1990, 1991, 2009) a concebeu, e as relevantes contribuições de Magina, Campos, Nunes e Gitirana (2001) e Pessoa e Borba (2009). Dessa forma utilizaremos as seguintes categorias de problemas de Estrutura Aditiva e Multiplicativa:

5.4.1 Situações-Problema de Estrutura Aditiva

As relações aditivas são relações ternárias que podem ser encadeadas de diversas maneiras e resultar em uma grande variedade de estruturas aditivas. Utilizaremos essencialmente quatro esquemas ternários, e para uma melhor compreensão, optamos em realizar algumas subdivisões dos tipos de problemas considerando a posição das incógnitas. Seguem abaixo os quatro tipos de problemas conforme os estudos de Vergnaud (1990), Magina *et al* (2001) e Pessoa e Borba (2009):

- **Problemas de Composição:** compreendem as situações que envolvem a parte-todo, juntar uma parte com outra parte para obter o todo, ou subtrair uma parte do todo para obter a outra parte. Nos problemas de Composição o valor desconhecido (incógnita) pode ser o todo ou uma das partes. Exemplo: Carlinhos tem dois aquários. Em um dos aquários estão 5 peixes amarelos e em outro aquário estão 7 peixes vermelhos. Quantos peixes Carlinhos possui? Com referência a este problema, a seguir apresentamos na Figura 5o esquema de um problema de Comparação com o todo desconhecido.

Figura 5 - Esquema de um Problema de Comparação com o todo desconhecido

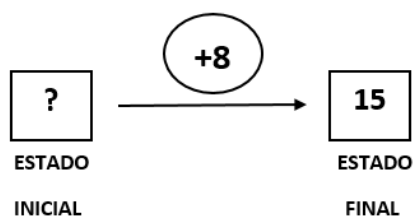


Fonte: Adaptado de Magina, Campos, Nunes e Gitirana (2011)

- **Problemas de Transformação:** são aqueles que tratam de situações em que a ideia temporal está sempre envolvida – no estado inicial tem-se uma quantidade que se transforma (com perda, ganho; acréscimo, decréscimo e etc), chegando ao estado final com outra quantidade. Nos problemas de Transformação o valor desconhecido (incógnita) pode estar no estado inicial, na transformação ou no estado final. Exemplo: João saiu de casa com uma certa quantidade em dinheiro, mas ao passar na casa de sua avó ganhou R\$

8,00. Sabendo que João voltou para casa com R\$ 15,00, qual é o valor que João possuía quando saiu de casa? Com referência ao problema de João, a seguir apresentamos a Figura 6 com o esquema de um problema de Transformação com estado inicial desconhecido.

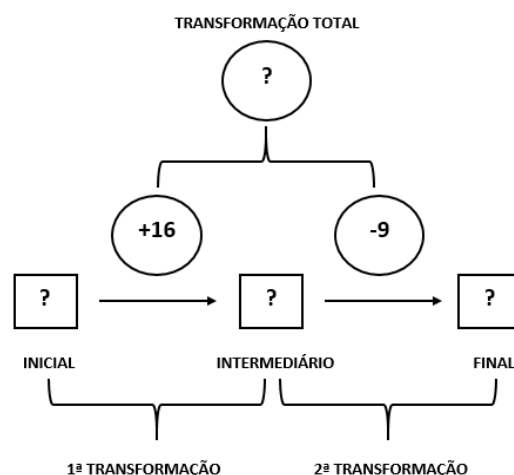
Figura 6 - Esquema de um Problema de Transformação com o estado inicial desconhecido



Fonte: Adaptado de Magina, Campos, Nunes e Gitirana (2011)

- Problemas de Composição de Transformações – também chamados de mistos, são problemas em que se sabe apenas o valor de duas transformações. Os estados iniciais e finais são desconhecidos e não são relevantes para a solução do problema, pois, este pede apenas a composição das transformações. Neste tipo de problema as transformações podem ser positivas (adição), negativas (subtração) ou positivas e negativas (adição e subtração). Exemplo: Ricardo iniciou um jogo de bolinhas com uma certa quantidade. Na primeira rodada ele ganhou 16 bolinhas, mas na segunda perdeu 9. Em quantas bolinhas a coleção de Ricardo aumentou? Neste exemplo de problema ocorre uma transformação de adição e outra de subtração. De acordo com o problema de Ricardo, apresentamos a seguir a Figura 7 com um esquema de problema de Composição de Transformações em que ocorre uma adição e uma subtração.

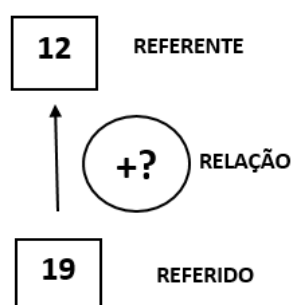
Figura 7 - Esquema de um Problema de Composição de Transformações



Fonte: Adaptado de Magina, Campos, Nunes e Gitirana (2011)

- **Problemas de Comparação** – são problemas que comparam duas quantidades, uma denominada referente e a outra denominada referido. A diferença entre o valor (referente) e o valor (referido) é a relação. Podemos encontrar e/ou formular problemas de Comparação com incógnita no referente, referido ou na relação, porém, tanto no Caderno 4 do PNAIC/2014 quanto nos três volumes de livros didáticos analisados, não identificamos nenhum problema do tipo Comparação em que o valor desconhecido solicitado fosse o referente ou referido, todos solicitavam a relação entre as quantidades. Exemplo: Maria tem 12 anos de idade e sua prima Claudia tem 19. Quantos anos Claudia tem a mais do que Maria? Com referência ao problema acima, a seguir apresentamos na Figura 8 o esquema de um problema de Comparação em que o valor desconhecido é a relação entre as quantidades.

Figura 8 - Esquema de um Problema de Comparação



Fonte: Adaptado de Magina, Campos, Nunes e Gitirana (2011)

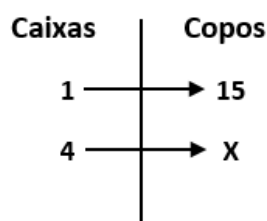
5.4.2 Situações-Problema de Estrutura Multiplicativa

Podemos distinguir duas grandes categorias de relações multiplicativas, assim designando-se as relações que comportam seja uma multiplicação seja uma divisão. A mais importante dentre elas, que é utilizada para introduzir a multiplicação no ensino básico e que forma o tecido da grande maioria dos problemas multiplicativos, é uma relação quaternária e não uma relação ternária.

Para a classificação dos problemas do Caderno 4 do PNAIC/2014 e da coleção de livros didáticos optamos em utilizar os três tipos de problemas do Campo Multiplicativo de Vergnaud (1990): Isomorfismo de Medidas, Produtos de Medidas e Proporções Múltiplas. Com o intuito de classificarmos os problemas com mais precisão e suscitar análises mais profícuas, optamos em subdividir os problemas de Isomorfismo de Medidas entre Isomorfismo Partição e Isomorfismo Quotição. Vale destacar também, que os problemas do tipo Proporções Múltiplas, não foram identificados no material do PNAIC e nos livros didáticos e por essa razão não fazemos menção a eles nas tabelas de classificação. Da mesma forma como procedemos com os problemas de estrutura aditiva, utilizaremos os estudos de Vergnaud (1990), Magina *et al* (2001) e Pessoa e Borba (2009) para a classificação dos problemas de estrutura multiplicativa, são eles:

- Isomorfismo de Medidas: são problemas em que a relação multiplicativa é uma relação quaternária entre quatro quantidades: duas quantidades são medidas de certo tipo e as duas outras medidas, de outro tipo. Exemplo: Comprei 4 caixas de copos com 15 copos cada caixa. Quantos copos eu tenho? Com base no problema proposto, segue abaixo a Figura 9 com o esquema de um problema de Isomorfismo de Medidas.

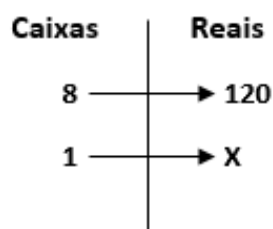
Figura 9 - Esquema de um Problema Isomorfismo de Medidas



Fonte: Adaptado de Vergnaud (2009)

- **Isomorfismo Partição:** nestes problemas temos a quantidade inicial e o número de vezes (número de partes) em que essa quantidade deve ser distribuída, para encontrar o tamanho de cada parte (número de elementos ou valor unitário). Para que a criança consiga resolver esses problemas ela precisa estabelecer a relação parte-todo, ou seja, é preciso saber que o quociente a ser obtido se refere ao número das partes, que o dividendo é representado pelo todo, e que o divisor se refere ao número de partes em que o todo vai ser dividido. Exemplo: Paguei R\$120,00 por 8 caixas de colheres descartáveis. Quanto custou cada caixa? Com referência a este problema apresentamos na Figura 10 abaixo o esquema de um problema de Isomorfismo Partição.

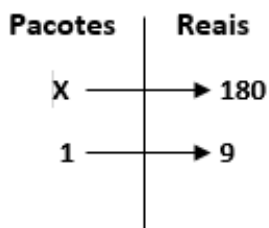
Figura 10 - Esquema de um Problema de Isomorfismo Partição



Fonte: Adaptado de Vergnaud (2009)

- **Isomorfismo Quotição:** são problemas de divisão por quota. Neste tipo de situação é dada uma quantidade inicial, que precisa ser dividida por quotas pré-estabelecidas (tamanho das partes). Nesse caso, para que a criança consiga resolver esses problemas ela precisa considerar que o quociente a ser obtido refere-se ao número de partes em que o todo foi dividido, que o dividendo é representado pelo todo e que o divisor se refere ao tamanho das partes “quotas”. Exemplo: Francisco possui R\$ 180,00 e quer comprar pacotes de balas a R\$ 9,00 o pacote. Quantos pacotes ele pode comprar? Considerando o problema de Francisco, abaixo apresentamos na Figura 11o esquema de um problema de Isomorfismo Quotição.

Figura 11 - Esquema de um Problema de Isomorfismo Quotição



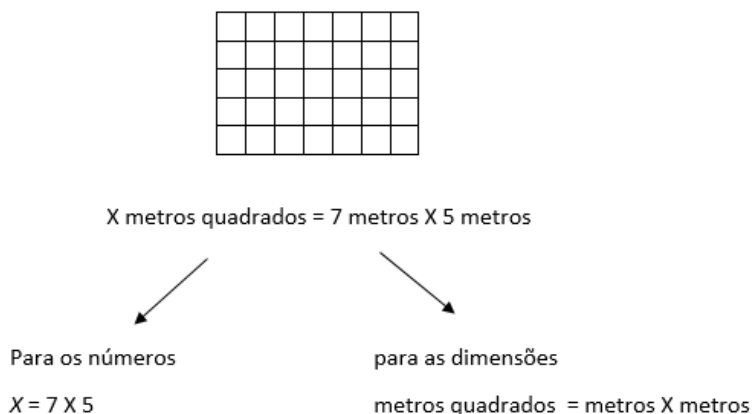
Fonte: Adaptado de Vergnaud (2009)

- Produto de Medidas: esse tipo de situação consiste em uma relação ternária entre três quantidades, das quais uma é o produto das duas outras ao mesmo tempo no plano numérico e no plano dimensional. Os problemas que envolvem volume, área e raciocínio combinatório são tipos de problemas de Produtos de medidas. Exemplo: Um salão retangular possui 7 metros de comprimento e 5 metros de largura. Qual é sua área? Para este tipo de problema Vergnaud estabelece que:

Se o retângulo for decomposto em quadrados (linhas e colunas de um metro de comprimento) como se costuma fazer, mostra-se que a medida da superfície é o produto da medida da grande dimensão (comprimento) pela medida da pequena dimensão (largura), tanto no plano das dimensões como no plano numérico. (VERGNAUD, 1990, p.255)

A partir da afirmação de Vergnaud apresentamos na Figura 12 a seguir um esquema com base no exemplo do problema anterior.

Figura 12 - Esquema de um Problema de Produtos de Medidas



Fonte: Adaptado de Vergnaud (2009)

Antes de apresentarmos o quadro com o resultado da classificação dos problemas identificados nas obras em análise, torna-se necessário alguns esclarecimentos quanto aos critérios adotados nesta etapa:

- a.** Ressaltamos que a classificação dos tipos de problemas nas obras analisadas nesta dissertação é coerente com a concepção de Problema definida na seção Nossas Concepções, na qual afirmamos que “Entendemos que Problema é tudo aquilo que não sabemos fazer, porém, temos interesse em fazê-lo”;
- b.** Consideramos em nossa classificação dos tipos de problemas de estrutura aditiva ou multiplicativa, todos os problemas e jogos que possuíam desafios, em que o caminho de resolução não era explícito, que possuíam contextos intra ou extra matemáticos, e que sobretudo, favorecessem situações de aprendizagem;
- c.** Excluimos da classificação os procedimentos puramente algorítmicos e sem contextos definidos;
- d.** Ao final do Caderno 4 do PNAIC/2014 constam dois problemas os quais não foram utilizados de forma articulada ao estudo das situações aditivas e multiplicativas, mas para tratar de algumas propriedades das operações. Assim optamos em considerá-los na classificação por também se enquadrarem nas categorias de problemas apresentados.

Após análise e classificação dos tipos de problemas de Estrutura Aditiva presentes no Caderno 4 do PNAIC/2014 e nos três volumes de livros didáticos, os dados foram organizados no Quadro 4 abaixo:

Quadro 4 – Estruturas Aditivas apresentadas no Caderno 4 do PNAIC/2014 e nos Livros Didáticos, respectivamente

	Tipos de Problemas	Nº de Exemplos do Cad. 4	Livro Didático		
			Vol. 1	Vol. 2	Vol. 3
Estrutura Aditiva	Composição de Medidas (todo desconhecido)	2	08	14	23
	Composição de Medidas (parte desconhecida)	2	0	5	13
	Transformação de Medidas (estado final desconhecido)	3	28	30	19
	Transformação de Medidas (com transformação desconhecida)	2	10	10	3
	Transformação de Medidas (com estado inicial desconhecido)	3	1	1	1
	Composição de Transformações	0	6	7	11
	Comparação de Medidas	3	30	8	20
	Transformação de uma relação ¹²				
	Composição de Relações ¹³				

Fonte: elaborado pelo autor

Numa primeira análise podemos verificar que com exceção dos Problemas de Composição (parte desconhecida) que não foram identificados no volume 1 do livro didático e dos Problemas de Composição de Transformações que não foram identificados no Caderno 4 do PNAIC/2014, todos os outros tipos de problemas do Campo Aditivo são contemplados nos materiais.

O Caderno 4 do PNAIC/2014 dirigido aos professores alfabetizadores, opta por uma apresentação dos tipos de problemas de maneira uniforme quanto ao número de exemplos. O Caderno 4 explora os exemplos de problemas, discute as ideias matemáticas, propriedades das operações e também apresenta alguns jogos que problematizam as ideias deste Campo.

¹² Os problemas de Transformação de uma relação não foram identificados nos materiais analisados.

¹³ Os problemas de Composição de Relações não foram identificados nos materiais analisados.

Em relação aos problemas identificados nos livros didáticos, constatamos uma outra lógica de organização, pois, apesar de oferecerem aos alunos uma quantidade significativa de problemas, muitos são do mesmo tipo.

Nos três volumes de livros didáticos percebemos uma grande ênfase nos problemas do tipo Transformação de Medidas (estado final desconhecido). Embora tenhamos como positivo a quantidade de problemas, podemos ver que o tipo de problema de Transformação de Medidas (com transformação desconhecida) não é cobrado com a mesma frequência e os problemas de Transformação de Medidas (com estado inicial desconhecido) são apresentados com pequeno destaque. Para Vergnaud (1983) essa situação exige atenção especial, pois, para que o aluno compreenda um Campo Conceitual deve dominar um conjunto de problemas e situações em que o tratamento requeira conceitos, procedimentos e representações de tipos diferentes, mas intimamente relacionados.

Ainda no que concerne ao Quadro 4, analisando a distribuição dos problemas no volume 1 dos livros didáticos, verificamos que este livro didático não prioriza os problemas de Composição de Medidas (parte desconhecida) e problemas de Transformação de Medidas (com estado inicial desconhecido), mas, prioriza o trabalho com os problemas do tipo Comparação de Medidas. Assim, podemos conjecturar que essa ênfase nos problemas de Comparação talvez se fundamente pelo fato de que os alunos, nesta faixa etária, estejam em fase de construção da ideia de número e para tal necessitem estabelecer relações de comparação, correspondência, classificação e seriação. Nesse sentido afirma Piaget (1978), ao tratar sobre os conhecimentos que a criança deve ter para construir o conceito de número, que o conhecimento lógico-matemático vai além da percepção dos objetos, pois permite que uma pessoa estabeleça relações mentais entre eles, tais como: a comparação, a correspondência, a conservação, a classificação, a inclusão hierárquica, a sequenciação e seriação.

No volume 2, a ênfase recai sobre os problemas de Composição de Medidas (todo desconhecido) e nos problemas de Transformação de Medidas (estado final desconhecido). No volume 3, há um destaque em três tipos de problemas: Composição de Medidas (todo desconhecido), Transformação de Medidas (estado final desconhecido) e Comparação de Medidas.

Constatamos então, que nos três volumes (ciclo de alfabetização), alguns tipos de problemas são poucos trabalhados ou simplesmente não foram identificados, são

eles: problemas de Composição de Medidas (parte desconhecida), problemas de Transformação de Medidas (com estado inicial desconhecido) e problemas de Composição de Transformações. Este fato se configura como um fator complicador para a apreensão do Campo Aditivo por parte dos alunos. Complicador porque em primeiro lugar a Teoria dos Campos Conceituais se fundamenta no trabalho com as ideias e conceitos matemáticos contidos na variedade de problemas desenvolvidos, e em segundo, porque encontramos tanto o Caderno 4 do PNAIC quanto nos três volumes do livro didático, indicações dos autores em relação à importância do trabalho com a diversidade de problemas do Campo Aditivo.

No Quadro 5 estão descritas as Estruturas Multiplicativas na ordem em que foram apresentadas no material de formação.

Quadro 5 –Estruturas Multiplicativas apresentadas no Caderno 4 e nos Livros Didáticos respectivamente

Estrutura multiplicativa	Tipos de Problemas	Nº de Exemplos do Cad. 4	Livro Didático		
			Vol. 1	Vol. 2	Vol. 3
	Isomorfismo de Medidas	3	10	20	45
	Isomorfismo Partição	1	6	3	13
	Isomorfismo Quotição	1	0	3	9
	Produto de Medidas	2	0	3	26
	Proporções Múltiplas ¹⁴				

Fonte: elaborado pelo autor

Em relação aos problemas do Campo Multiplicativo, no que se refere ao Caderno 4 do PNAIC/2014, verificamos a mesma estrutura de apresentação dos problemas do Campo Aditivo. O Caderno 4 apresenta poucos exemplos de cada tipo de problema (7 exemplos), as possíveis variações de posição dos valores desconhecidos e também as ideias matemáticas envolvidas, contudo, o Caderno 4 indica aos professores alfabetizadores que o trabalho com a variedade de problemas

¹⁴ Os problemas de Proporções Múltiplas não foram identificados nos materiais analisados.

com Estrutura Multiplicativa deve ocorrer desde o primeiro ano do Ensino Fundamental.

No que se refere aos livros didáticos, especificamente o volume 1, foram identificados dois tipos de problemas: Isomorfismo de Medidas e Isomorfismo Partição, ou seja, os problemas que envolviam as ideias de divisão por formação de grupos (Isomorfismo Quotição), noção de área ou raciocínio combinatório (Produto de Medidas) não foram identificados.

Nos volumes 2 e 3 dos livros didáticos, constatamos uma maior quantidade de problemas de Isomorfismo de Medidas, de forma que, gradativamente, estes problemas são ampliados ao longo do ciclo de alfabetização. Os problemas de Produtos de Medidas que não foram identificados no volume 1, aparecem de forma significativa no livro do 3^a ano.

Entendemos com base nos pressupostos da teoria dos Campos Conceituais, que a aprendizagem do Campo Multiplicativo se apresenta como uma ampliação e consolidação do Campo Aditivo. Dessa forma, o trabalho com a variedade de problemas do Campo Multiplicativo assume um papel privilegiado.

Consideramos, que, da mesma forma como os problemas de Isomorfismo de Medidas foram priorizados nos livros didáticos os demais problemas também deveriam ser propostos na Coleção, sob a égide de que os conceitos de multiplicação e divisão estão sendo construídos neste ciclo de alfabetização.

Podemos então afirmar, em síntese, que existe uma consonância parcial entre os Caderno 4 do PNAIC/2014 e a Coleção de livros didáticos LIGADOS.COM ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA, em relação à contemplação dos tipos de problemas de Estrutura Aditiva, pois, o Caderno 4 não apresenta ao professor alfabetizador os problemas do tipo Composição de Transformações e o livro didático volume 1, por sua vez, não apresenta os problemas do tipo de Composição de Medidas (parte desconhecida). No que se refere aos problemas de estruturas multiplicativas, a consonância também é parcial, porque os problemas de Isomorfismo Quotição e Produto de Medidas, apesar de serem apresentados aos professores alfabetizadores no Caderno 4, não são contemplados no volume 1 do livro didático.

Considerando nossa concepção de alfabetização matemática na perspectiva do letramento, a qual enfatiza que os alunos devem ler e escrever matematicamente, devem desenvolver as noções e conceitos matemáticos para a resolução de problemas, e com referência à Teoria dos Campos Conceituais que defende que a

formação do campo conceitual é dada por um grupo de situações compostas por várias naturezas (conceitos, relações, estrutura) ligadas umas às outras adquiridas no tempo de aprendizagem, entendemos assim, que a não apresentação e consciência de alguns tipos de problemas, tanto no material que se destina ao professor como ao que se destina ao aluno, pode fragilizar o processo de Alfabetização Matemática.

Essa etapa metodológica de classificação dos problemas dos livros didáticos e do Caderno 4 do PNAIC/2014, será útil como um mapeamento para a identificação das tarefas que são demandadas nestes problemas, e que serão alvo de uma análise mais aprofundada, a análise praxeológica.

Nos quadros 6, 7 e 8, a seguir, serão apresentadas as tarefas identificadas nos problemas do Campo Aditivo e Multiplicativo nos volumes 1, 2 e 3 da coleção de livros didáticos com base na Teoria Antropológica do Didático.

Quadro 6 - Tipos de Tarefas identificadas no livro didático volume 1

Tipos de Tarefas	Descrição dos Tipos de Tarefas	Quantidade identificada
V1T1 ¹⁵	Determinar a diferença entre dois números naturais	26
V1T2	Calcular a soma de n parcelas expressa no conjunto dos números naturais.	18
V1T3	Determinar o valor de uma das parcelas de uma adição	9
V1T4	Medir diferentes tipos de grandezas	7
V1T5	Completar tabela com os dados solicitados	7
V1T6	Calcular o produto de dois números naturais	4
V1T7	Identificar cédulas e moedas	2
V1T8	Calcular o resultado de uma divisão entre dois números naturais	2
V1T9	Calcular o dobro de uma quantidade	1
V1T10	Calcular a metade de uma quantidade	1

Fonte: elaborado pelo autor

¹⁵ Legenda: V1T1 (V1 –Volume 1 do Livro Didático) e (T1- Tarefa 1).

Os tipos de tarefas identificadas nos problemas do Campo Aditivo e Multiplicativo, no livro didático volume 2, estão registradas no Quadro 7.

Quadro 7 - Tipos de Tarefas identificadas no livro didático volume 2

Tipos de Tarefas	Descrição dos Tipos de Tarefas	Quantidade identificada
V2T1	Calcular a soma de n parcelas expressa no conjunto dos números naturais.	22
V2T2	Calcular a diferença entre dois números naturais	15
V2T3	Completar tabela com os dados solicitados	12
V2T4	Calcular o produto de dois números naturais	7
V2T5	Determinar o valor de uma das parcelas da adição	5
V2T6	Calcular o resultado de uma divisão entre dois números naturais	3
V2T7	Determinar o valor final de uma composição de transformações	2

Fonte: elaborado pelo autor

O livro didático volume 3 também foi alvo de nossas análises. Foram identificados e inseridos no Quadro 8 os seguintes tipos de tarefas:

Quadro 8 -Tipos de Tarefas identificadas no livro didático volume 3

Tipos de Tarefas	Descrição dos Tipos de Tarefas	Quantidade identificada
V3T1	Calcular a diferença entre dois números naturais	28
V3T2	Determinar o resultado de uma divisão entre dois números naturais	16
V3T3	Calcular o dobro de uma quantidade	16
V3T4	Calcular o produto de dois números naturais	15
V3T5	Completar tabela com os dados solicitados	10
V3T6	Determinar o valor final de uma composição de transformações	8
V3T7	Calcular a soma de n parcelas expressa no conjunto dos números naturais.	6
V3T8	Calcular a metade de uma quantidade	4
V3T9	Medir diferentes tipos de grandezas	2

Fonte: elaborado pelo autor

Uma vez identificados os tipos de tarefas nas situações-problema da Coleção LIGADOS.COM ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA, utilizaremos como critério para análise praxeológica as tarefas comuns aos três volumes de livros didáticos, conforme Quadro 9.

**Quadro 9 - Tipos de Tarefas Comuns aos três volumes da Coleção
LIGADOS.COM ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA**

Ordem	Tipos de Tarefas Comuns	Nome atribuído	Descrição dos tipos de Tarefas	Quantidade identificada na Coleção
01	V1T2, V2T1 e V3T7	TC1	Calcular a soma de n parcelas expressa no conjunto dos números naturais.	46
02	V1T5, V2T3 e V3T5	TC2	Completar tabela com os dados solicitados	29
03	V1T1, V2T2 e V3T1	TC3	Determinar a diferença entre dois números naturais	69
04	V1T6, V2T4 e V3T4	TC4	Calcular o produto de dois números naturais	26
05	V1T8, V2T6 e V3T2	TC5	Calcular o resultado de uma divisão entre dois números naturais	21
06	V2T7 e V3T6	TC6	Determinar o valor final de uma composição de transformações	10
07	V1T3 e V2T5	TC7	Determinar o valor de uma das parcelas da adição	14
08	V1T9 e V3T3	TC8	Calcular o dobro de uma quantidade	17
09	V1T10 e V3T8	TC9	Calcular a metade de uma quantidade	5
10	V1T4 e V3T9	TC10	Medir diferentes tipos de grandezas	9
			Total	246

Fonte: Elaborado pelo autor

No campo “Nome atribuído” do Quadro 9, estabelecemos uma nomenclatura para cada tarefa comum aos livros didáticos. Por exemplo: TC1 (o T significa “Tipo de Tarefa”, o C quer dizer “Comum” e o 1 significa que foi a “1º tarefa abordada”). Reforçamos que a ordem em que apresentamos os tipos de tarefas não constitui nenhum tipo de hierarquia, peso ou valor de importância em relação aos conteúdos matemáticos necessários para o ciclo de alfabetização.

5.4.3 Análise Praxeológica

1. Tipo de Tarefa: TC1

Figura 13 - Tipo de Tarefa: Calcular a soma de n parcelas expressa no conjunto dos números naturais.

1. Assinale os cálculos que servem para resolver cada problema.

a) Laura tem 3 primos e 5 primas. Quantos primos e primas Laura tem ao todo?

$5 + 3 = 8$ $5 - 3 = 2$ $3 + 5 = 8$

Fonte: LIGADOS.COM ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA, 2014, 2º ano, p.162.

- Tipo de Tarefa (TC1): Calcular a soma de n parcelas expressa no conjunto dos números naturais.
- Tarefa: determinar a soma de duas parcelas identificadas no enunciado do problema.

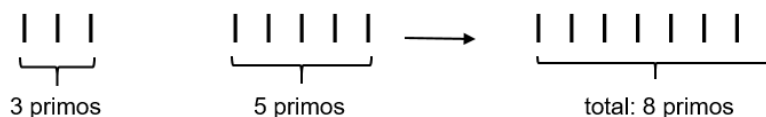
Essa tarefa é comum aos livros didáticos volume 1, 2 e 3 e foi identificada 46 vezes ao longo das obras.

O tipo de tarefa pode ser realizada a partir das seguintes técnicas:

(τ 1) Contagem:

Etapa 1: associar cada primo a um símbolo (traçado no papel, dedos das mãos, palitos ou outros objetos manipuláveis).

Etapa 2: realizar a contagem do total de símbolos.



(τ 2) Sobrecontagem:

Etapa 1: desenhar um dos dados (3 primos ou 5 primos) para ser considerado como valor de partida.

Etapa 2: Realizar a contagem a partir desse valor, ou seja, escolhido o valor 3, contar mais 5 unidades a partir dele: $3 \rightarrow 4, 5, 6, 7, 8$.

Escolhido o valor 5, contar mais 3 unidades a partir dele: $5 \rightarrow 6, 7, 8$.

(τ 3) Utilização do algoritmo convencional da adição:

Etapa 1: Identificar os valores do problema (3 primos e 5 primos);

Etapa 2: Escrever os números alinhados (conta armada);

$$\begin{array}{r} 5 \\ + 3 \\ \hline \end{array}$$

Etapa 3: adicionar os valores e identificar o resultado (em vermelho).

$$\begin{array}{r} 5 \\ + 3 \\ \hline 8 \end{array}$$





Após a contagem os alunos deverão comparar o total obtido com as outras opções no problema e decidir-se pela correta. Aqui identifica-se outra tarefa: reconhecer a operação realizada, identificando-a entre as opções apresentadas pelo problema (a técnica aqui é a associação entre o procedimento realizado e a representação algorítmica dada pelo enunciado).

- Discurso teórico-tecnológico $[\theta, \Theta]$: Correspondência biunívoca, Números Naturais e Operação de Adição no Conjunto dos Números Naturais.

2. Tipo de Tarefa: TC2

Figura 14 - Tipo de Tarefa: Completar tabela com os dados solicitados

8. COMPLETE A TABELA, QUE MOSTRA A EVOLUÇÃO DE ALGUMAS COLEÇÕES DE OBJETOS.

COLEÇÕES	QUANTIDADE INICIAL	NOVOS ELEMENTOS	QUANTIDADE FINAL NO MÊS
	40		55
	44	17	
		10	46
	29		48

Fonte: LIGADOS.COM ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA, 2014, 2º ano, p.12.

- Tipo de Tarefa (TC2): Completar tabela com os dados solicitados.
- Tarefa: Preencher a tabela a partir da utilização da operação da adição ou da subtração.

Este tipo de tarefa é comum aos três volumes de livros didáticos e foi identificada 29 vezes.

- Técnica (τ): Para resolver a tarefa acima os alunos devem preencher as quatro lacunas da tabela realizando a adição ou subtração, podendo utilizar três técnicas diferentes.

(τ_1) Na 1ª e 4ª lacunas da figura os alunos devem encontrar uma das parcelas da adição, para isso poderão realizar o algoritmo convencional da subtração.

1ª Lacuna:

Etapa 1: Identificar os dados do problema;

Etapa 2: Decidir-se pela operação da subtração;

Etapa 3: Escrever os números alinhando as unidades e dezenas;

$$\begin{array}{r} 55 \\ - 40 \\ \hline \end{array}$$

Etapa 4: Realizar o algoritmo e identificar o resultado (em vermelho).

$$\begin{array}{r} 55 \\ - 40 \\ \hline 15 \end{array}$$

4ª Lacuna: Em relação à 4ª lacuna, as técnicas utilizadas poderão ser as mesmas indicadas para o preenchimento da 1ª lacuna, só mudarão os valores da tabela.

(τ_2) Na 2ª lacuna da figura os alunos podem utilizar o algoritmo da adição para encontrar a soma. Da seguinte forma:

Etapa 1: Identificar os dados do problema;

Etapa 2: Decidir-se pela operação da adição;

Etapa 3: Escrever os números alinhando as unidades e dezenas.

$$\begin{array}{r} 44 \\ + 17 \\ \hline \end{array}$$

Etapa 4: Realizar o algoritmo e identificar o resultado (em vermelho).

$$\begin{array}{r} 44 \\ + 17 \\ \hline 61 \end{array}$$

(τ_3) Na 3ª lacuna da figura, como o valor desconhecido é o estado inicial da transformação, os alunos poderiam encontrá-lo por meio do algoritmo convencional da subtração:

Etapa 1: Identificar os dados do problema;

Etapa 2: Decidir-se pela operação da subtração;

Etapa 3: Escrever os números alinhando as unidades e dezenas;

$$\begin{array}{r} 46 \\ - 10 \\ \hline \end{array}$$

Etapa 4: Realizar o algoritmo e identificar o resultado (em vermelho).

$$\begin{array}{r} 46 \\ - 10 \\ \hline 36 \end{array}$$

- Discurso teórico-tecnológico [θ, Θ]: Números Naturais, Conceito de Operações inversas e Operações no Conjunto dos Números Naturais.

3. Tipo de Tarefa: TC3.

Figura 15 - Tipo de Tarefa: Determinar a diferença entre dois números naturais

d) Luís tem 94 figurinhas em seu álbum e Daniel tem 186. Quantas figurinhas Daniel tem a mais que Luís?

Fonte: LIGADOS.COM ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA, 2014, 3º ano, p.79.

- Tipo de Tarefa (TC3): Determinar a diferença entre dois números naturais.
- Tarefa: Comparar duas quantidades associadas a objetos de mesmo tipo (figurinhas).

O tipo de tarefa indicada é comum aos três volumes de livros didáticos e foi identificada 69 vezes.

- Técnica (τ):

(τ_1) Utilização do algoritmo convencional da subtração:

Etapa 1: Ler e identificar os dados do problema;

Etapa 2: Utilizar a “conta armada” (algoritmo) para encontrar a diferença entre os valores fornecidos no enunciado do problema. Da seguinte forma:

$$\begin{array}{r} 186 \\ - 94 \\ \hline \end{array}$$

Etapa 4: Realizar o algoritmo e identificar o resultado (em vermelho).

$$\begin{array}{r} 186 \\ - 94 \\ \hline 92 \end{array}$$

(τ2) Decomposição de um número em unidades, dezenas e comparação de quantidades.

Etapa 1: Decompor os dois valores do problema em grupos de 10:

$$10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 6 = 186$$

$$10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 4 = 94$$

Observação: Outras decomposições com valores maiores podem ser formadas para tornar o procedimento de comparação mais sintético.

Etapa 2: Comparar os agrupamentos através de uma correspondência termo a termo:

$$\begin{array}{r} 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 6 = 186 \\ | \quad | \quad | \quad | \quad | \quad | \quad | \quad | \quad | \\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 4 = 94 \end{array}$$

Etapa 4: Juntar os valores não correspondidos da decomposição do 186 e do 94.

$$\begin{array}{r} \text{Daniel} \quad 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 6 = 96 \\ \text{Luís} \quad 4 \end{array}$$

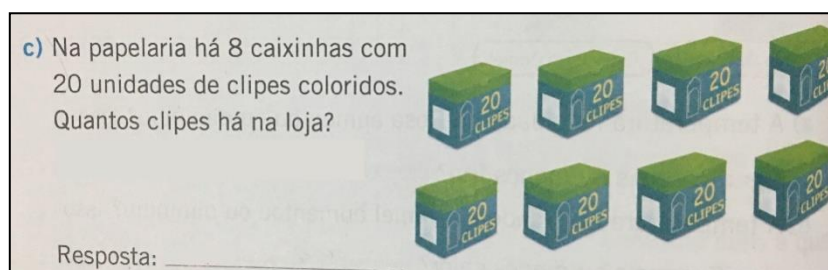
Etapa 5: Utilizar os valores não correspondidos. Subtrair do valor de Daniel o valor de Luís e identificar o resultado (em vermelho).

$$\begin{array}{r} 9\ 6 \quad \text{Daniel} \\ - 4 \quad \text{Luís} \\ \hline 9\ 2 \quad \text{Diferença} \end{array}$$

- Discurso teórico-tecnológico $[\theta, \Theta]$: Números Naturais, Decomposição de números (recurso indicado pelo Caderno 4 do PNAIC/2014), Conceito de Operações Inversas e Operação de Adição e Subtração no Conjunto dos Números Naturais.

4. Tipo de Tarefa: TC4.

Figura 16 - Tipo de Tarefa: Calcular o produto de dois números naturais



Fonte: LIGADOS.COM ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA, 2014, 3º ano, p.146.

- Tipo de Tarefa (TC4): Calcular o produto de dois números naturais.
Tarefa: Calcular o total de cliques nas 8 caixinhas.
Este tipo de tarefa é comum aos três volumes da Coleção de livros didáticos e foi identificada 26 vezes.
- Técnica (τ):
(τ_1) Adição de parcelas iguais:
Etapa 1: Representar as quantidades das oito caixinhas de cliques para realizar a adição:

$$20 + 20 + 20 + 20 + 20 + 20 + 20 + 20$$

Etapa 2: Identificar o resultado (em vermelho).

$$20 + 20 + 20 + 20 + 20 + 20 + 20 + 20 = 160$$

(τ_2) Uso do algoritmo convencional da multiplicação:

Etapa 1: Representar as quantidades para realizar a técnica operatória da multiplicação.

$$\begin{array}{r} 20 \\ \times 8 \\ \hline \end{array}$$

Etapa 2: Identificar o resultado do problema a partir da técnica operatória (em vermelho).

$$\begin{array}{r} 20 \text{ - quantidade de clips em cada caixa} \\ \times 8 \text{ - quantidade de caixas} \\ \hline 160 \text{ - total de clips} \end{array}$$

- Discurso teórico-tecnológico [θ, Θ]: Números Naturais, Soma reiterada e Operação de Adição e Multiplicação no Conjunto de Números Naturais.

5. Tipo de Tarefa: TC5.

Figura 17 - Tipo de Tarefa: Calcular o resultado de uma divisão entre dois números naturais

b) Luciano comprou uma caixa com 12 bombons e vai dividir igualmente com Estela. Com quantos bombons cada um ficará?

Fonte: LIGADOS.COM ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA, 2014, 3º ano, p.181.

- Tipo de Tarefa (TC5): Calcular o resultado de uma divisão.
- Tarefa: Dividir 12 bombons para duas pessoas.

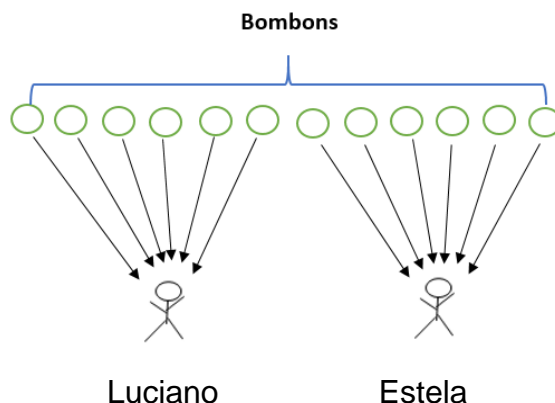
O tipo de tarefa indicada é comum aos volumes 1, 2 e 3 da Coleção analisada e foi identificada 21 vezes.

- Técnica (τ):

(τ_1) Distribuição por figuras ou símbolos:

Etapa 1: Registro do total de bombons por figuras ou símbolos.

Etapa 2: Distribuição dos bombons seguindo a ordem: um para Luciano e um para Estela, até o término dos bombons. Ao final da distribuição cada pessoa ficará com seis bombons ao todo, conforme o esboço abaixo.



Etapa 3: Identificação do resultado.

(τ_2) Uso do algoritmo convencional da divisão:

Etapa 1: Representar as quantidades para realizar a técnica operatória da divisão.

$$12 \overline{) 2 \quad \underline{\hspace{1cm}}}$$

Etapa 2: Identificar o resultado da divisão (em vermelho)

$$\begin{array}{r} 12 \overline{) 2 \quad \underline{\hspace{1cm}}} \\ \underline{-12} \quad \mathbf{6} \\ 0 \end{array}$$

- Discurso teórico-tecnológico [θ, Θ]: Números Naturais, Divisão por Partição e Operação de Divisão no Conjunto de Números Naturais.

6. Tipo de Tarefa: TC6.

Figura 18 - Tipo de Tarefa: Determinar o valor final de uma composição de transformações

d) O ônibus 386 viajava com 40 passageiros. Em uma parada, próxima a uma feira, desceram 17 pessoas e subiram 4. Com quantos passageiros o ônibus seguiu viagem?

- Tipo de Tarefa (TC6): Determinar o valor final de uma composição de transformações.
- Tarefa: Determinar o número de passageiros do ônibus a partir da sequência de informações.

O tipo de tarefa em questão é comum aos volumes 2 e 3 da Coleção analisada e foi identificada 10 vezes.

- Técnica (τ):

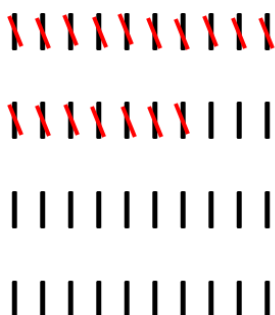
(τ 1) Operação de subtração e adição por figuras ou símbolos.

Etapa 1: Ler identificar os dados que serão utilizados na resolução do problema;

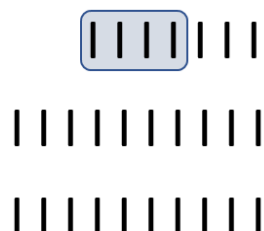
Etapa 2: Representação dos quarenta passageiros por figuras ou símbolos:



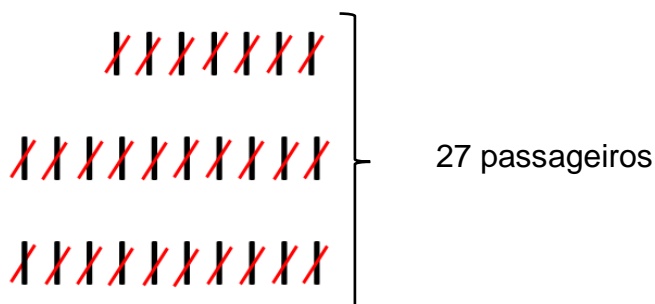
Etapa 2: retirada dos dezessete passageiros que desceram do ônibus a partir de marcações sobrepostas ou retirada de símbolos.



Etapa 3: Acréscimo de quatro passageiros que subiram no ônibus.



Etapa 4: Contagem do total de risquinhos (passageiros do ônibus) e identificar o resultado.



(τ2) Utilização do algoritmo convencional da subtração e da adição:

Etapa 1: Representar o total de passageiros que estavam no ônibus e subtrair a quantidade de passageiros que desceram na parada anunciada.

$$\begin{array}{r} 40 \\ - 17 \\ \hline 23 \end{array}$$

Etapa 2: Acrescentar quatro passageiros que subiram no ônibus.

$$\begin{array}{r} 23 \\ + 4 \\ \hline \end{array}$$

Etapa 3: identificar o resultado do problema (em vermelho).

$$\begin{array}{r} 23 \\ + 4 \\ \hline 27 \end{array}$$

- Discurso teórico-tecnológico $[\theta, \Theta]$: Números Naturais e Operação de Adição e Subtração no Conjunto de Números Naturais.

7. Tipo de Tarefa: TC7.

Figura 19 - Tipo de Tarefa: Determinar o valor de uma das parcelas da adição

c) Outro dia, havia alguns livros na estante. Ana Cláudia colocou 5 novos livros e ficaram 29 livros. Quantos livros já havia na estante?

Fonte: LIGADOS.COM ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA, 2014, 2º ano, p.192.

- Tipo de Tarefa (TC7): Determinar o valor de uma das parcelas da adição.

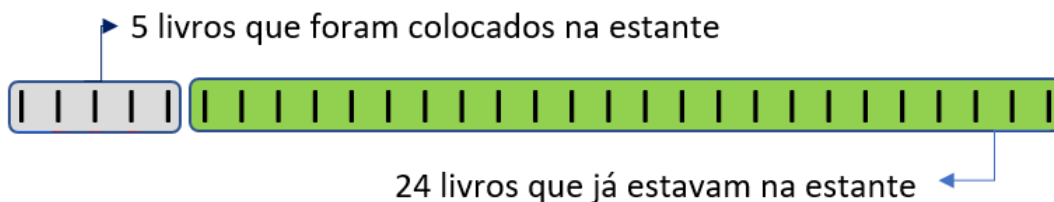
- Tarefa: Determinar a quantidade de livros que já havia na estante.
A tarefa indicada é comum aos volumes 1 e 2 da Coleção analisada e foi identificada 14 vezes.
- Técnica (τ):
(τ 1) Operação de subtração a partir de figuras ou símbolos:
Etapa 1: Representação da quantidade total de livros na estante por meio de símbolos.



29 livros

Etapa 2: Retirada da quantidade de livros que foram colocados na estante.

Etapa 3: Contagem dos livros que sobraram para o estabelecimento do resultado.



(τ 2) No problema de Composição de Medidas proposto, o valor desconhecido é uma das medidas, assim, os alunos poderiam encontrá-lo utilizando o algoritmo convencional da subtração:

Etapa 1: Representar a quantidade total de livros da estante e subtrair os livros que foram colocados por Ana Cláudia.

$$\begin{array}{r} 29 \\ - 5 \\ \hline \end{array}$$

Etapa 2: Identificar o resultado (em vermelho).

$$\begin{array}{r} 29 \\ - 5 \\ \hline 24 \end{array}$$

- Discurso teórico-tecnológico $[\theta, \Theta]$: Correspondência biunívoca, Números Naturais e Operação de Adição e Subtração no Conjunto dos Números Naturais.


8. Tipo de Tarefa: TC8.

Figura 20 - Tipo de Tarefa: Calcular o dobro de uma quantidade

5. Descubra a quantidade de figurinhas de cada garoto.

■ Téó tem 120 figurinhas.
Caio tem o dobro da quantidade de figurinhas de Téó, e Joaquim tem a metade da metade da quantidade de figurinhas de Téó. Já Victor tem o dobro da quantidade de figurinhas de Joaquim.

a) Caio tem _____ figurinhas.
b) Joaquim tem _____ figurinhas.
c) Victor tem _____ figurinhas.



Fonte: LIGADOS.COM ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA, 2014, 3º ano, p.153.

- Tipo de Tarefa (TC8): Calcular o dobro de uma quantidade.
- Tarefa: Calcular a quantidade de figurinhas de Caio em função da quantidade de Téó e a quantidade de figurinhas de Victor em função da quantidade de Joaquim.

O tipo de tarefa indicada é comum aos volumes 1 e 3 da Coleção analisada e foi identificada 17 vezes.

Faremos a análise da questão a do problema, pois queremos tratar do tipo de tarefa que se relaciona ao conceito “dobro”.

- Técnica (τ):

(τ 1) Adição de parcelas iguais:

Etapa 1: Identificação dos dados relevantes para a solução do problema.

Etapa 2: Reconhecimento do conceito de dobro (duas vezes o mesmo valor).

Etapa 3: Representação das parcelas da adição:

$$120 + 120$$

Etapa 4: realizar a adição das duas parcelas;

$$\begin{array}{r} 120 \\ + 120 \\ \hline \end{array}$$

Etapa 2: Identificar o resultado (em vermelho).

$$\begin{array}{r} 120 \\ + 120 \\ \hline 240 \end{array}$$

(τ2) Utilização do algoritmo convencional da multiplicação:

Etapa 1: Realizar a multiplicação do 120 por 2.

$$\begin{array}{r} 120 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

Etapa 2: Identificar o resultado (em vermelho).

$$\begin{array}{r} 120 \\ \times 2 \\ \hline 240 \end{array}$$

- Discurso teórico-tecnológico $[\theta, \Theta]$: Números Naturais, Decomposição de parcelas, Operação de Adição e Multiplicação no Conjunto dos Números Naturais.

9. Tipo de Tarefa: TC9.

Figura 21 - Tipo de Tarefa: Calcular a metade de uma quantidade


5. Descubra a quantidade de figurinhas de cada garoto.

■ Téó tem 120 figurinhas. Caio tem o dobro da quantidade de figurinhas de Téó, e Joaquim tem a metade da metade da quantidade de figurinhas de Téó. Já Victor tem o dobro da quantidade de figurinhas de Joaquim.

a) Caio tem _____ figurinhas.

b) Joaquim tem _____ figurinhas.

c) Victor tem _____ figurinhas.



- Tipo de Tarefa (TC9): Calcular a metade da metade de uma quantidade.
- Tarefa: Calcular a quantidade de figurinhas de Joaquim em função da quantidade de figurinhas de Téo.

A tarefa apresentada é comum aos volumes 1 e 3 da Coleção analisada e foi identificada 5 vezes.

Faremos a análise da questão *b* do problema, pois queremos tratar do tipo de tarefa que se relaciona ao conceito “metade”.

- Técnica (τ):

(τ 1) Utilização do algoritmo convencional da divisão.

Etapa 1: Identificação dos dados relevantes para a solução do problema.

Etapa 2: Reconhecimento do conceito de metade (divisão por 2).

Etapa 3: Divisão convencional da quantidade de figurinhas de Téo por 2:

$$120 \overline{) 2}$$

Etapa 4: Identificação da quantidade de figurinhas de Joaquim a partir do resultado da operação de divisão (em vermelho).

$$\begin{array}{r} 120 \overline{) 2} \\ \underline{-12} \quad 60 \\ 00 \end{array}$$

Etapa 5: Dividir o valor obtido pela metade (divisão por 2) e identificar o resultado (em vermelho).

$$\begin{array}{r} 60 \overline{) 2} \\ \underline{-30} \quad 30 \\ 00 \end{array}$$

- Discurso teórico-tecnológico [θ, Θ]: Números Naturais, Operação de Divisão no Conjunto dos Números Naturais.

10. Tipo de Tarefa: TC10.

Figura 22 - Tipo de Tarefa: Medir diferentes tipos de grandezas

b) Martin mediu a altura de uma mesa e encontrou 4 palmos. Sabendo que o palmo de Martin tem cerca de 15 centímetros, qual é a altura aproximada da mesa?

Fonte: LIGADOS.COM ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA, 2014, 3º ano, p.76.

- Tipo de Tarefa (TC10): Medir diferentes tipos de grandezas.
- Tarefa: Medir a altura da mesa.

Este tipo de tarefa é comum aos volumes 1 e 3 da Coleção analisada e foi identificada 9 vezes.

- Técnica (τ):

(τ 1) Adição de parcelas iguais:

Etapa 1: Reconhecimento dos dados a serem utilizados no problema.

Etapa 2: Representação das quatro parcelas da adição.

$$15 + 15 + 15 + 15$$

Etapa 3: Adição das parcelas para e identificação do resultado (em vermelho).

$$15 + 15 + 15 + 15 = 60$$

(τ 2) Utilização do algoritmo convencional da multiplicação:

Etapa 1: representar os dois valores (quantidade de palmos e tamanho de cada palmo em centímetros) na técnica operatória da multiplicação.

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$$

Etapa 2: Realizar a técnica operatória da multiplicação e identificar o resultado do problema (em vermelho).

$$\begin{array}{r} 15 \text{ - tamanho do palmo (em centímetros)} \\ \times 4 \text{ - Quantidade de palmos} \\ \hline 60 \text{ - altura da mesa} \end{array}$$

- Discurso teórico-tecnológico [θ, Θ]: Números Naturais, Operação de Adição e Multiplicação no Conjunto dos Números Naturais.

Observação:

Vale ressaltar, que utilizamos como critério para a seleção dos problemas que seriam alvo de nossas análises, os problemas que pertenciam ao mesmo tipo de tarefa. Porém, podemos constatar um tipo de tarefa que aparece somente no livro didático do 1º ano (V1T7) e que não aparece nos demais, que é “identificar cédulas e moedas”. Este tipo de tarefa corresponde ao conteúdo Sistema Monetário, que por sua vez, integra a matriz curricular dos anos iniciais do Ensino Fundamental por seu importante papel para a formação do cidadão. Os problemas relacionados ao Sistema Monetário no livro do 2º e 3º ano partem do pressuposto que os alunos já são capazes de identificar cédulas e moedas, de forma que outras tarefas são demandadas dos alunos, como por exemplo o trabalho com as operações. Assim, entendemos, que este tipo de tarefa/problema uma vez aprendida pelos alunos, fará parte de seus conhecimentos prévios, fornecendo recursos para a resolução de uma nova tarefa.

O Quadro 10 apresenta o conjunto de técnicas que justificam as tarefas comuns aos livros didáticos da Coleção LIGADOS.COM ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA.

Quadro 10 - Conjunto de técnicas identificadas nos livros didáticos

[Tarefas, Técnicas]	Descrição da Técnica
[TC1,τ1]	Contagem
[TC1,τ2]	Sobrecontagem
[TC2,τ1]	Algoritmo convencional subtração
[TC2,τ2]	Algoritmo convencional da adição
[TC2,τ3]	Algoritmo convencional da subtração
[TC3,τ1]	Algoritmo convencional da subtração
[TC3,τ2]	Decomposição de um número em unidades, dezenas e comparação de quantidades.
[TC4,τ1]	Adição de parcelas iguais
[TC4,τ2]	Algoritmo convencional da multiplicação
[TC5,τ1]	Distribuição por figuras ou símbolos
[TC5,τ2]	Algoritmo convencional da divisão
[TC6,τ1]	Operação de subtração e adição por figuras ou símbolos
[TC6,τ2]	Algoritmo convencional da subtração e da adição
[TC7,τ1]	Operação de subtração a partir de figuras ou símbolos
[TC7,τ2]	Algoritmo convencional da subtração
[TC8,τ1]	Adição de parcelas iguais
[TC8,τ2]	Algoritmo convencional da multiplicação
[TC9,τ1]	Algoritmo convencional da divisão
[TC10,τ1]	Adição de parcelas iguais
[TC10,τ2]	Algoritmo convencional da multiplicação

Fonte: elaborado pelo autor.

Para que pudéssemos identificar a diversidade de técnicas possíveis para a resolução dos problemas que possuíam tipos de tarefas comuns aos três volumes de livros didáticos, agrupamos as técnicas comuns resultando no Quadro 11 abaixo.

Quadro 11 -Técnicas Comuns relacionadas à diferentes tipos de tarefas

Ordem	Tarefas e Técnicas Comuns	Descrição da Técnica
1	[TC1,τ1]	Contagem
2	[TC1,τ2]	Sobrecontagem
3	[TC2,τ1]e [TC2,τ3] [TC3,τ1] e [TC7,τ2]	Algoritmo convencional da subtração
4	[TC2,τ2]	Algoritmo convencional da adição
5	[TC3,τ2]	Decomposição de um número em unidades, dezenas e comparação de quantidades.
6	[TC4,τ1], [TC8,τ1] e [TC10,τ1]	Adição de parcelas iguais
7	[TC4,τ2], [TC8,τ2] e [TC10,τ2]	Algoritmo convencional da multiplicação
8	[TC5,τ1]	Distribuição por figuras ou símbolos
9	[TC5,τ2] e [TC9,τ1]	Algoritmo convencional da divisão
10	[TC6,τ1] e [TC7,τ1]	Operação de subtração e adição por figuras ou símbolos
11	[TC6,τ2]	Algoritmo convencional da subtração e da adição

Fonte: elaborado pelo autor.

No Quadro 11 podemos observar a expressiva presença das técnicas que representam os algoritmos convencionais. Constatamos que as técnicas de contagem, sobrecontagem, operações representadas por figuras ou símbolos, decomposições numéricas e adição de parcelas, também são valorizadas pela Coleção de livros didáticos, porém, verificamos uma prevalência das técnicas operatórias convencionais em relação às demais técnicas e estratégias de cálculo.

Apresentaremos a seguir uma síntese das relações identificadas entre o Caderno 4 do PNAIC/2014 e a coleção de livros didáticos, verificadas no capítulo 5.

5.4.4 Síntese das relações identificadas entre o Caderno 4 do PNAIC/2014 e a Coleção LIGADOS.COM ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA

O Caderno 4 do PNAIC/2014 apresenta como pressuposto em suas páginas iniciais, o modo como os cálculos numéricos e operações matemáticas deveriam ser desenvolvidos em sala de aula. Seguindo a orientação do Caderno, a adição, subtração, multiplicação e divisão deveriam ser trabalhadas de forma integrada aos processos de construção de conceitos que envolvem as quatro operações e suas formas de representação (BRASIL, 2014, p.7). Esse é o primeiro ponto a ser considerado, pois, podemos verificar nos Quadros 4 e 5 que a Coleção LIGADOS.COM ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA adere a proposta do PNAIC parcialmente, pois, embora esteja estruturada com base na Teoria dos Campos Conceituais e tenhamos verificado que os problemas de estrutura aditiva e multiplicativa são apresentados ao longo de toda a Coleção de livros didáticos, ou seja, no livro do 1º, 2º e 3º ano, constatamos que alguns tipos de problemas não foram inseridos no livro do 1º ano do Ensino Fundamental, são eles: Composição de Medidas (parte desconhecida), Isomorfismo Quotição e Produto de Medidas. Consideramos que os problemas do tipo Transformação de Medidas (com estado inicial desconhecido), aparecem timidamente nos três livros. Em nosso ponto de vista, conceitos importantes como, operações inversas (adição/subtração e multiplicação/divisão), raciocínio combinatório, noções de área e configuração retangular e divisão por grupos, podem não ser construídos como deveriam e/ou acarretarem um déficit de aprendizagem nos alunos nos anos subsequentes.

Consideramos relevante apresentar também que embora os problemas de Estrutura Aditiva do tipo Composição de Transformações, estejam presentes na Coleção de Livros didáticos, não identificamos nenhum problema deste tipo no material do PNAIC/2014. Entendemos que a ausência de orientações sobre os problemas de Composição de Transformações no Caderno 4 do PNAIC/2014 se configura como um ponto de fragilidade, pois, é desejável que os professores se apropriem dos problemas da Teoria dos Campos Conceituais antes de realizar um trabalho com resolução de problemas em sala de aula.

Inferimos que do ponto de vista do processo de alfabetização matemática na perspectiva do letramento, a defasagem de conceitos matemáticos pode comprometer a capacidade de resolver problemas. Defendemos nesta dissertação que é a

habilidade de resolver problemas a principal capacidade daquele que se diz letrado. Por consequência, asseveramos que a qualidade de letramento matemático está intimamente ligada à apreensão de conceitos matemáticos. Em nossa ótica, uma vez identificada a defasagem de conceitos matemáticos no livro didático, torna-se imprescindível que os professores que atuam no ciclo de alfabetização tenham conhecimento da variedade de problemas aditivos e multiplicativos, de forma que possam suplementar ou complementar aqueles problemas/conceitos que não são priorizados pelos autores das Coleções.

Após analisarmos os tipos de tarefas e técnicas comuns aos três volumes de livros didáticos da Coleção LIGADOS.COM ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA, verificamos com base no Quadro 9, que apesar dos livros didáticos apresentarem uma quantidade expressiva de problemas a serem trabalhados no ciclo de alfabetização, identificamos somente 10 tipos de tarefas comuns aos três volumes. São elas: calcular a soma de n parcelas expressa no conjunto dos números naturais, completar tabela com os dados solicitados, determinar a diferença entre dois números naturais, calcular o produto de dois números naturais, calcular o resultado de uma divisão entre dois números naturais, determinar o valor final de uma composição de transformações, determinar o valor de uma das parcelas da adição, calcular o dobro de uma quantidade, calcular a metade de uma quantidade e medir diferentes tipos de grandezas.

Também identificamos a existência de 11 técnicas diferentes que respondem as tarefas em questão. São elas: contagem, sobrecontagem, algoritmo convencional da subtração, algoritmo convencional da adição, decomposição de um número em unidades, dezenas e comparação de quantidades, adição de parcelas iguais, algoritmo convencional da multiplicação, distribuição por figuras ou símbolos, algoritmo convencional da divisão, operação de subtração e adição por figuras ou símbolos e o algoritmo convencional da subtração e da adição. Podemos constatar, que embora os problemas se apresentem com uma diversidade de contextos e formas, geralmente demandam a mesma ação do sujeito em relação ao conhecimento matemático, utilizando técnicas, que por vezes são algorítmicas. Das 11 técnicas mobilizadas para a resolução dos tipos de tarefas, as quatro mais recorrentes são: os algoritmos convencionais da adição, subtração, multiplicação e divisão.

Gostaríamos de enfatizar as técnicas: contagem, o uso de figuras ou símbolos (risquinhos, pauzinhos, bolinhas) para resolver as operações e a decomposição de

um número em unidades e dezenas. A técnica de contar e descobrir o valor da medida resultante da união de dois conjuntos foi recorrente nos problemas apresentados pelas autoras, principalmente nos dois primeiros volumes de livros didáticos. Nesse sentido, o ato de contar elementos de um conjunto necessita de esquemas complexos (VERGNAUD, 1985), precisamente quando a contagem é de elementos resultantes da união de dois ou mais conjuntos. A atividade de contagem permite que as crianças construam estratégias que lhes possibilitam resolver problemas de complexidade crescente.

A técnica de utilizar figuras ou símbolos para representar as quantidades envolvidas no problema e para realizar as operações, também apresentou um destaque em todas as coleções. Inferimos então, que os livros didáticos do ciclo de alfabetização estão alinhados à proposta do Caderno 4 do PNAIC/2014 quando estabelece que o trabalho com as quatro operações deve ser “integrado aos processos de construção de conceitos que envolvem as quatro operações **e seus modos de representação**” (BRASIL, 2014, p.7, grifo nosso). Entendemos como positiva a intenção das autoras dos livros didáticos, Padovan e Milan (2014), em estimular os alunos utilizarem seus registros figurais (desenhos) para representar a situação-problema proposta, principalmente nesta fase de alfabetização matemática. Acreditamos que os alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, gradativamente, vão construindo e consolidando a aprendizagem dos conceitos e da linguagem matemática. Os modos de representação desta linguagem específica, têm início a partir de um registro menos formal (risquinhos, bolinhas e outros) quase sempre apoiados na contagem e evoluem até as representações e algoritmos formais.

Outra técnica muito usual identificada nos problemas da Coleção de livros didáticos, é a decomposição numérica. Aqui constatamos um ponto de convergência em relação ao que estabelece as orientações do Caderno 4 “Operações na Resolução de Problemas” do PNAIC/2014,

Estratégias de cálculo diferentes das tradicionais são construídas a partir da compreensão das propriedades das operações e do Sistema de Numeração Decimal de quem as “inventa”. Por exemplo, **cálculos realizados por decomposição de números são utilizados com frequência por facilitar e tornar mais ágil o processo e estão apoiados na compreensão do princípio aditivo do sistema de numeração decimal.** (BRASIL, 2014, p. 45, grifo nosso)

Julgamos relevante a valorização da técnica da decomposição numérica, pois, além de favorecer a compreensão das regras do Sistema de Numeração Decimal e

as propriedades das operações, também estimula a criatividade, as estratégias pessoais de cálculo e o cálculo mental.

Podemos dizer então, que a forma de abordagem do ensino das operações é adotada pela Coleção de livros didáticos LIGADOS.COM ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA está em consonância com o material do PNAIC/2014, pois, ambos assumem o conceito de aprendizagem em espiral¹⁶. Temos como orientação no Caderno 4, que, “na perspectiva do letramento, o trabalho com as operações deve estar imerso desde o primeiro momento, em situações-problema” (BRASIL, 2014, p.5). Nessa direção, verificamos que na Coleção de livros analisada, o trabalho voltado às operações ocorre desde o 1º ano do Ensino Fundamental com significado e desafio. Não há isolamento de conteúdos e conceitos matemáticos, e não há lugar pré-estabelecido para que os alunos resolvam problemas, eles estão presentes no decorrer de todas as unidades temáticas e não somente ao final das mesmas.

Em resumo, concluímos que a relação de convergência ou divergência entre o Caderno 4 “Operações na Resolução de Problemas” e a Coleção de livros didático LIGADOS.COM ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA se dá da seguinte forma:

- **Convergências:**

- 1º Na concepção da Alfabetização Matemática na perspectiva do Letramento;
- 2º Na concepção de Resolução de Problemas como metodologia de ensino da matemática;
- 3º No trabalho com Problemas de Estrutura Aditiva e Multiplicativa da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1996);
- 4º Na concepção de que o trabalho com as operações matemáticas deve ser realizado ao longo de todo o ciclo de alfabetização, de forma que as operações não sejam hierarquizadas e nem sejam desenvolvidas de modo estanque;
- 5º No entendimento de que deve ser reservado um espaço privilegiado para as produções dos alunos, para suas estratégias pessoais e justificativas.

¹⁶Segundo Bruner (1971) a aprendizagem em espiral compreende a forma como o conteúdo é apresentado ao aprendiz. O conteúdo é apresentado mais de uma vez e em diferentes prismas e níveis de profundidade, segundo a etapa de desenvolvimento da criança.

- **Opções distintas**¹⁷:

1º Na apresentação dos problemas de Estrutura Aditiva do Caderno 4 do PNAIC/2014. Os problemas de Composição de Transformações não foram identificados;

2º Na apresentação dos problemas de Estrutura Aditiva do volume 1 da Coleção de livros didáticos LIGADOS.COM ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA. Os problemas de Composição de Medidas (parte desconhecida) não foram identificados;

3º Na apresentação dos problemas de Estrutura Multiplicativa do volume 1 da Coleção de livros didáticos LIGADOS.COM ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA. Os problemas de Isomorfismo Quotição não foram identificados.

Vale destacar que as Opções Distintas identificadas nesta pesquisa não têm a intenção de depreciar os materiais analisados. Pelo contrário, acreditamos que seja natural que tais relações existam pelo fato de serem materiais produzidos por autores diferentes e se aplicarem a finalidades e públicos também distintos.

¹⁷ Após realizarmos as análises do Caderno 4 do PNAIC e da Coleção de livros didáticos, chamamos de “Opções Distintas” as relações que não foram consideradas convergências ou divergências. As Opções Distintas não foram previstas no início da pesquisa.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nessa seção retomaremos a questão de pesquisa e objetivo, a metodologia empregada para o tratamento dos dados utilizados, faremos a articulação entre a questão de pesquisa e os resultados alcançados, e, por fim, apresentaremos algumas perspectivas de trabalhos futuros.

Na introdução desta pesquisa discorreremos sobre como os conceitos de Alfabetização e Letramento têm sido tratados com múltiplos significados na área de Educação Matemática. Como essa diversidade de significados são refletidos nos programas de formação continuada de professores oferecidos pelo MEC, nas orientações curriculares federais e no PNLN, nos pareceu interessante verificar em que medida tais significados, conceitos e concepções convergem ou divergem. Para a análise escolhemos dois materiais de uso dos professores alfabetizadores na rede pública municipal de Francisco Morato-SP, o Caderno 4 “Operações na Resolução de Problemas”, do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC/2014), e uma Coleção de livros didáticos adotada em 2016 no Programa Nacional de Livros Didáticos (PNLD), intitulada como “LIGADOS.COM ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA”.

Diante desse contexto, nosso objetivo de pesquisa foi analisar as convergências e divergências entre as orientações do Caderno 4 do PNAIC/2014 “Operações na Resolução de Problemas” e uma coleção de livros didáticos de matemática destinados ao ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos do Ensino Fundamental), com foco nos problemas de Estrutura Aditiva e Multiplicativa.

O capítulo de Revisão de Literatura, aliado ao capítulo de Estudo do Objeto, pôde fornecer o aprofundamento necessário à nossa pesquisa. Os principais resultados obtidos em teses, dissertações e artigos com temas correlatos, fundamentaram e contribuíram significativamente para o delineamento da metodologia e escolha da teoria.

Uma das contribuições relevantes identificada nos capítulos de Revisão de Literatura e Estudo do Objeto foi a relação que Danyluk (1993) e Machado (2001) estabeleceram entre o processo de alfabetização em língua materna e o processo de alfabetização matemática. Outra contribuição trazida por estes capítulos teóricos foi a inclusão do letramento matemático no conceito de Letramento, compreendendo que as práticas de letramento matemático contemplam as situações em que a leitura e a

escrita se fazem presentes, e que, portanto, não se configuram como ações divergentes, mas, complementares.

Com abordagem qualitativa e de caráter documental e bibliográfico, a presente pesquisa foi submetida aos procedimentos metodológicos:

- Análise das concepções sobre a Alfabetização Matemática, Letramento Matemático e Resolução de Problemas presentes no Caderno 4 do PNAIC/2014 e na Coleção de livros didáticos LIGADOS.COM ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA;
- Classificação dos problemas do Caderno 4 do PNAIC/2014 e da Coleção de livros didáticos LIGADOS.COM ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA, de acordo com a Teoria dos Campos Conceituais, de Gérard Vergnaud;
- Análise praxeológica dos três volumes da Coleção de livros didáticos para a identificação da Organização Matemática (OM), conforme a Teoria Antropológica do Didático de Yves Chevallard.

A seguir apresentaremos os resultados alcançados com o intuito de responder a seguinte questão de pesquisa: Que relações podem ser identificadas entre as orientações contidas no Caderno 4 do PNAIC/2014 e uma coleção de livros didáticos aprovada pelo PNLD/2016, no que se refere aos problemas de Estrutura Aditiva e Multiplicativa?

Antes de discutirmos sobre os resultados encontrados, destacamos que o material do PNAIC/2014 orienta aos professores alfabetizadores que todos os conceitos desenvolvidos sobre a resolução de problemas e operações podem ser encontrados nos livros do PNLD, conforme segue:

Neste caderno tratamos de vários conceitos referentes à Resolução de Problemas e às operações. Certamente, são muitas informações para dominarmos. No entanto, na rotina de sala de aula, ao abirmos um livro didático, atual e aprovado pelo PNLD, por exemplo, observaremos que todos estes conceitos estão ali presentes. Ter consciência deste fato é muito importante para alterar a prática tradicional, evitando a repetição de resoluções de um grande número de problemas sempre do mesmo tipo. (BRASIL, 2014, p.74)

Da mesma forma, as autoras da Coleção de livros didáticos LIGADOS.COM ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA, Padovan e Milan (2014), na seção final do volume 3 “orientações didáticas”, referenciam o documento que fundamenta o PNAIC “Elementos conceituais e metodológicos para a definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) no

Ensino Fundamental, afirmando que sua obra está em consonância com este documento.

Partindo do pressuposto que ambos os materiais analisados se reconhecem e se convalidam em sua estrutura conceitual e metodológica, nos pareceu profícuo desvelar essas relações, pois, possuem implicações no processo de alfabetização matemática.

A primeira relação verificada foi a convergência na concepção de alfabetização matemática em ambos os materiais analisados. Tanto o Caderno 4 do PNAIC/2014 “Operações na Resolução de Problemas” como a Coleção de livros didáticos LIGADOS.COM ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA, concebem a Alfabetização Matemática na perspectiva do letramento, de modo a contemplar primeiras noções e conceitos matemáticos no ciclo de alfabetização e favorecer as interações do sujeito com as práticas sociais da leitura e da escrita.

Outro aspecto de convergência identificado foi a abordagem adotada pelos materiais analisados para o trabalho com as operações fundamentais no ciclo de alfabetização. O Material do PNAIC/2014 declara aos professores alfabetizadores que o ensino das operações deve acontecer a partir de uma metodologia de resolução de problemas. A Coleção de livros didáticos, por sua vez, apresenta em todas as suas unidades temáticas uma proposta de trabalho que se inicia com algum tipo de problema ou desafio, desencadeando assim, a compreensão dos significados e usos das operações. Dessa forma, inferimos que os dois materiais analisados concordam com Brasil (1997) quando este estabelece que a resolução de problemas é o ponto de partida da atividade matemática e não a definição.

Constatamos também a existência de uma mesma base teórica para a abordagem dos tipos de problemas no Caderno 4 do PNAIC/2014 e na Coleção de livros didáticos. Embora tenhamos verificado que a nomenclatura utilizada por estes materiais seja a mesma estabelecida nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o Ensino Fundamental, com base em nosso estudo, podemos dizer que estes materiais têm em sua gênese a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1996). Por consequência, podemos afirmar que tanto o material de formação de professores do PNAIC/2014, quanto a Coleção de livros didáticos, optaram por focar o trabalho com as operações a partir das categorias de problemas de Estrutura Aditiva e Multiplicativa da teoria citada.

Ainda que tenhamos como positiva a coerência em relação a teoria adotada pelos materiais analisados, identificamos, todavia, uma “opção distinta” no que se refere à apresentação dos tipos de problemas de Estrutura Aditiva e Multiplicativa. Neste ponto estamos chamando de “opção distinta” e não de divergência a escolha não unificada de apresentação dos problemas da teoria dos Campos Conceituais. No início de nossa pesquisa tínhamos como objetivo analisar os pontos de convergência e divergência entre as orientações contidas no Caderno 4 do PNAIC/2014 e a Coleção de livros didáticos, porém, após o desenvolvimento das etapas da investigação, verificamos que alguns pontos de análise destes materiais não possuíam correspondência direta, o que não significava necessariamente uma divergência. Assim, chegamos à conclusão que estes eram pontos de “opções distintas” e dessa forma optamos em tratá-los. A opção distinta ocorre, por exemplo, quando o material do PNAIC/2014 apresenta aos professores os tipos de problemas de Estrutura Aditiva, e opta por não apresentar os problemas de Composição de Transformações.

Outra opção distinta ocorre por parte da Coleção de livros didáticos, ao não identificamos no volume 1 os problemas de Composição de Medidas (parte desconhecida) do Campo Aditivo e os problemas de Isomorfismo Quotização do Campo Multiplicativo. Ainda em relação aos livros didáticos, verificamos que os problemas de Transformação de Medidas (estado final desconhecido) são os mais trabalhados e que os problemas de Transformação de Medidas (com estado inicial desconhecido) são apresentados poucas vezes ao longo da Coleção.

Considerando que para Vergnaud (1996) um campo conceitual é um conjunto de situações, cujo domínio progressivo exige uma variedade de conceitos, de procedimentos e de representações simbólicas em estreita conexão, inferimos que é exatamente essa variedade de conceitos e situações que gradativamente fornecem as condições necessárias para a resolução de problemas variados. Mesmo ponderando que as opções distintas assumidas pelo Caderno 4 do PNAIC/2014 e pela Coleção escolhida, não sejam necessariamente divergências conceituais ou metodológicas, há que se avaliar que se os professores não tomarem ciência destas categorias de problemas em sua formação inicial ou continuada, e se os alunos não forem submetidos à resolução de todos os tipos de problemas apresentados na teoria, a capacidade de resolver problemas poderá ser diminuída e o processo de Alfabetização Matemática poderá ficar comprometido. Nesse contexto, concluímos que os tipos de problemas do Campo Aditivo e Multiplicativo que não foram

identificados nos materiais apresentados, poderão representar, caso não sejam desenvolvidos adequadamente, uma lacuna na aprendizagem de conceitos fundamentais, como: operações inversas (adição/subtração e multiplicação/divisão), raciocínio combinatório, noções de área e configuração retangular e divisão por grupos.

A partir da classificação dos problemas conforme a Teoria dos Campos Conceituais, identificamos 386 problemas de Estrutura Aditiva e Multiplicativa na Coleção de livros didáticos. Com base na Teoria Antropológica do Didático, analisamos o tipo de tarefa contemplada por cada um deles. Utilizamos como critério de seleção e análise as tarefas comuns aos três volumes de livros didáticos por acreditarmos que deveria existir uma continuidade no trabalho com os tipos de problemas no ciclo de alfabetização. Encontramos somente 10 tipos de tarefas comuns a toda Coleção. Vale destacar que encontramos raríssimas tarefas que estivessem em apenas um dos volumes, ou seja, o conjunto total de atividades propostas pode ser caracterizado quase que completamente por esses 10 tipos de tarefas. Observamos que as mais recorrentes são: calcular a soma de n parcelas expressa no conjunto dos números naturais, determinar a diferença entre dois números naturais, calcular o produto entre números naturais, calcular o resultado da divisão entre dois números naturais.

A partir das análises desses 10 tipos de tarefas, encontramos 11 técnicas relacionadas. As técnicas menos recorrentes foram: Contagem, sobrecontagem, decomposição numérica em unidade e dezenas, adição de parcelas iguais e operações a partir de figuras ou símbolos. Tais técnicas são valorizadas pelo Caderno 4 do PNAIC/2014, como abordamos ao final do capítulo 5. As técnicas mais presentes foram: o algoritmo convencional da adição, subtração, multiplicação e divisão. Nossas análises nos permitiram constatar que a Coleção de livros didáticos LIGADOS.COM ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA, não menospreza as estratégias pessoais dos alunos, mas, privilegia o ensino dos algoritmos formais. Privilegiar o ensino dos algoritmos formais não é necessariamente um problema a menos que isso ocorra em detrimento aos outros tipos de conhecimentos e raciocínios matemáticos.

Salientamos que embora tenhamos procurado apresentar um perfil do trabalho proposto no Caderno 4 do PNAC/2014 e na Coleção de livros didáticos LIGADOS.COM ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA, temos a convicção que este retrato não é um cenário exato do que são estes materiais são e representam em sua

totalidade. Podemos dizer que é uma silhueta feita por nós daquilo que estudamos e julgamos pertinente no momento de nossas análises.

Devemos considerar também a subjetividade das pesquisas de cunho qualitativo, que nos permite direcionar o olhar a tudo aquilo que nos atrai como pesquisadores.

Sabendo que o tema abordado nesta pesquisa é amplo e complexo, e considerando também, que existe uma riqueza a ser explorada nos Caderno de formação de professores do PNAIC, podemos indicar para pesquisas vindouras trabalhos com o mesmo tema “Alfabetização e Letramento Matemático”, porém, com foco nos outros blocos de conteúdos, por exemplo: Geometria, Grandezas e Medidas, Educação Estatística. Outra sugestão é a aplicação da mesma pesquisa aqui realizada com um grupo de professores, de modo a verificar *in loco* como ocorre na sala de aula essa articulação entre as orientações contidas em materiais de formação de professores e o conteúdo prescrito no livro didático.

REFERÊNCIAS

AÇÃO EDUCATIVA; INSTITUTO PAULO MONTENEGRO. O Alfabetismo juvenil: inserção educacional, cultural e profissional. INAF – Indicador de Alfabetismo Funcional. Edição Especial Jovens Metropolitanos. 2009.

AGUIAR, G. S.; ORTIGAO, M. I. R. Letramento em Matemática: um estudo a partir dos dados do PISA2003. *Bolema*, Rio Claro, v. 26, n. 42a, p. 1-22, abr. 2012. Disponível em <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-636X2012000100002&lng=pt&nrm=iso>. Acessos em 30 jan. 2017.

ALMOULOU, S. A. Fundamentos da didática da matemática. Curitiba: UFPR, 2007.

ARAUJO, A. J. O ensino da álgebra no Brasil e na França, estudo sobre o ensino de equações do 1º grau à luz da Teoria Antropológica do Didático. Tese de doutorado em educação, UFPE, Recife, 2009.

BALL, D.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content Knowledge for Teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, v. 59, n. 5, nov./ dez, p. 389-407, 2008.

BARBOSA, J.J. Alfabetização e Leitura. São Paulo: Cortez, 1992.

BRANCA, N. A. Resolução de Problemas como Meta, processo e habilidade básica. In: *A Resolução de problemas na matemática escolar*. São Paulo: Atual, 1997.

BRASIL. Ensino fundamental de nove anos: orientações para a inclusão da criança de seis anos de idade. 2ª ed. Brasília: FNDE, Estação Gráfica, 2007.

_____. Guia de Livros Didáticos: PNLD 2016: Alfabetização Matemática e Matemática: ensino fundamental anos iniciais. – Brasília: Ministério da Educação, Secretária de Educação Básica, 2015. 121-125 p.: il.

_____. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Nacionais Anísio Teixeira (Inep). Guia de elaboração de itens: provinha Brasil. 2012. Disponível em: http://download.inep.gov.br/educacao_basica/provinha_brasil/documentos/2012/guia_elaboracao_itens_provinha_brasil.pdf.

_____. Lei 10.172, de 9 de janeiro de 2001. Aprova o Plano Nacional de Educação e dá outras providências. *Diário Oficial da União*. Brasília, DF, 10 jan. 2001.

_____. Lei nº. 11.274, de 6 de fevereiro de 2006. Altera a redação dos arts. 29, 30, 32 e 87 da Lei nº. 9.394 de 20 de dezembro de 1996, dispondo sobre a duração de 9 (nove) anos para o ensino fundamental, com matrícula obrigatória a partir dos 6 (seis) anos de idade.

_____. Lei n. 12.801, de 24 de abril de 2013. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2011-2014/2013/Lei/L12801.htm. Acesso em: 01 mar. 2017.

_____. Lei nº 13.005, de 25 de junho de 2014. Aprova o Plano Nacional de Educação – PNE e dá outras providências. Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil, Brasília, 26 jun. 2014.

_____. Ministério de Educação e Cultura. LDB - Lei nº 9394/96, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da Educação Nacional. Brasília: MEC, 1996.

_____. Ministério da Educação e Cultura. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília. MEC/SEF, 2001.

_____. Ministério da Educação. Plano de Desenvolvimento da Educação – PDE. Prova Brasil. Brasília: MEC, 2011a.

_____. Ministério da Educação. Programa Nacional do Livro Didático – PNLD. Edital de Convocação para Inscrição no processo de avaliação e seleção de obras didáticas do programa nacional do livro didático. Brasília, 2010.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integral – DICEI. Coordenação Geral do Ensino Fundamental – COEF. Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo básico de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do ensino fundamental. Brasília, DF: MEC, 2012b.

_____. PNAIC: Operações na Resolução de Problemas. Brasília: MEC/SEB, 2014.

_____. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Caderno de Apresentação. Brasília: MEC, SEB, 2014.

_____. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Operações na resolução de problemas. Brasília: MEC, SEB, 2014.

_____. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais. Brasília: MEC/SEF, 1997.

CARR, W.; KEMMIS, S. Teoría crítica de la enseñanza: la investigación acción en la formación del profesorado. Barcelona: Martinez Roca, 1988.

CARVALHO, L. N. Um estudo sobre alfabetização matemática. 2010. 31 f. Monografia (Graduação em Matemática) – Faculdade Alfredo Nasser, Aparecida de Goiânia.

CHARNAY, R. Aprendendo (com) a resolução de problemas. In: PARRA, C. Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas. Trad. Juan Acuña Liorens. Porto Alegre: Artes Médicas, 2001.

CHEVALLARD, Y. Conceitos Fundamentais da Didática: as perspectivas trazidas por uma abordagem antropológica. In: BRUM, Jean (Org.). Didática das matemáticas. Lisboa: Instituto Piaget, 1996.

_____. L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. Recherches en Didactique des Mathématiques. Grenoble: La Pensée Sauvage-Editions, v.19.n.2, p.221-265, 1999.

CYBIS, A. C. Resolução de Problemas Multiplicativos: análise de processos heurísticos de alunos de 5º ano do Ensino Fundamental. Dissertação de Mestrado. São Paulo: Universidade Anhanguera de São Paulo, 2014

DANTE, L. R. Criatividade e resolução de problemas na prática educativa matemática. Rio Claro: Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Tese de Livre Docência, 1988.

_____. Didática da Resolução de Problemas de Matemática. 2ªed. São Paulo: Ática, 1998.

DANYLUK, O. S. Alfabetização matemática: cotidiano da vida escolar, 3ª ed. São Paulo: EDCUS, 1993. p. 26-45.

_____. Um estudo sobre o significado da alfabetização matemática. Rio Claro (SP): IGCE-UNESP, 1988. Dissertação de Mestrado.

ECHEVERRIA, M. P. P.; POZO, J. I. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In: POZO, J. I. (Org.). A solução de problemas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

ETCHEVERRIA, T. C. O. Ensino das Estruturas Aditivas junto a Professoras dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. 2014. 252 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2014.

FONSECA, M. V. Concepções e práticas em relação à educação dos negros no processo de abolição do trabalho escravo no Brasil (1867-1889)' 24/03/2000 172 f. Mestrado em EDUCAÇÃO Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS, BELO HORIZONTE, 2000.

FONSECA, M. C. F. R. Sobre a adoção do conceito de numeramento no desenvolvimento de pesquisas e práticas pedagógicas na Educação Matemática de Jovens e Adultos. In: IX Encontro Nacional de Educação Matemática. Belo Horizonte, 2007.

_____. Matemática cultura escrita e numeramento. In: Marildes MARINHO. G. T. C. (Org.). Cultura escrita e letramento. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2010. p. 329.

FONTANIVE, N.; KLEIN, R.; BIER, S. E. A alfabetização de crianças com seis anos: uma contribuição para o debate sobre aquisição de habilidades de leitura escrita e matemática no primeiro ano do ensino fundamental. Ensaio: aval. pol. públ. Educ., Rio de Janeiro, v. 16, n. 61, p. 543-560, dez. 2008. Disponível em <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0104-40362008000400004&lng=pt&nrm=iso>. Acesso em 30 jan. 2017.

GALVÃO, E.; NACARATO, A. O letramento matemático e a resolução de problemas na Província Brasil, Revista Eletrônica de Educação, v. 7, n. 3, p. 81-96, 2013.

GOULART, C. Letramento e polifonia: um estudo de aspectos discursivos do processo de alfabetização. In: Revista Brasileira de Educação, Rio de Janeiro, n. 18, set-dez, 2001.

IPM – Instituto Paulo Montenegro & Ação Educativa. 4º Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional: avaliação habilidades matemáticas. São Paulo: IPM / Ação Educativa, 2004.

J. Bruner (1971) Toward a theory of instruction. Cambridge, Mass. Harvard University Press.

LAJOLO, M. Livro didático: um (quase) manual de usuário. Em Aberto, Brasília, n. 69, v. 16, jan./mar. 1996.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. Pesquisa em educação: abordagens qualitativas. Temas Básicos de Educação e Ensino. São Paulo: EPU, 1986.

MACHADO. A. P. Do significado da escrita da matemática na prática de ensinar e no processo de aprendizagem a partir do discurso de professores. Rio Claro, 2003. 291 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista.

MACHADO, N. J. Matemática e Língua Materna: análise de uma impregnação mútua. São Paulo: Cortez, 1990.

MACHADO, N. J. Matemática e Língua Materna: análise de uma impregnação mútua. 5 ed. São Paulo: Cortez, 2001.

MAGINA, S.; CAMPOS, T. M. M.; NUNES, T.; GITIRANA, V. Repensando adição e subtração: contribuições da teoria dos campos conceituais. São Paulo: PROEM, 2001.

MAIA, M. G. B.; MARANHÃO, M. C. S. A. Alfabetização e Letramento em Língua Materna e em Matemática. Ciência & Educação, v. 21, p. 931-943, 2015.

MANDARINO, M. C. F. Que conteúdos da Matemática escolar professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental Priorizam? Rio de Janeiro: UNIRIO, 2006 – Universidade Federal do Rio de Janeiro.

MARQUES, V. R. Alfabetização Matemática: uma concepção múltipla e plural. Pará: UFPA, 2016. 168 f. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciência e Matemática, Belém, 2016.

MINDIATE, M. J. Uma compreensão da Alfabetização Matemática como política pública no Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa. Universidade Federal do Paraná, 2015.

NCTM (1989). Curriculum and evaluation standards for school mathematics. NCTM: Reston, VA.

Observatório do PNE. Disponível em: <<http://www.observatoriodopne.org.br/metaspne/5-alfabetizacao#>>. Acesso em: 27 mar de 2016.

OCDE. Aprendendo para o mundo de amanhã. Primeiros resultados do PISA 2003, Brasil. São Paulo: Moderna, 2005a. Disponível em: <<http://browse.oecdbookshop.org/oecd/pdfs/free/960412ue.pdf>>. Acesso em: 05 fev 2017.

OCDE. PISA 2003. Technical Report. OCDE. Disponível em: <http://www.pisa.oecd.org/>. Acesso em: jul de 2016.

OLIVEIRA, E. M. Q. O uso do Livro Didático de Matemática por Professores do Ensino Fundamental. 2007. 152f. Dissertação de Mestrado. Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco. Pernambuco, 2007.

PADOVAN, D.; MILAN, I. Coleção Ligados.com Alfabetização Matemática. São Paulo: Editora Saraiva, 2014.

PARRA, C.; SAIZ, I. (Orgs.). Didática da matemática, reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artmed, 2001.

PELLATIERI, M. Letramentos matemáticos escolares nos anos iniciais do ensino fundamental. Dissertação (mestrado) – Universidade São Francisco, 126 f. Itatiba, 2013. Disponível em: [file:///C:/Users/usuario/Downloads/2781814046174901%20\(3\).pdf](file:///C:/Users/usuario/Downloads/2781814046174901%20(3).pdf). Acesso em: 10 mai. 2017.

PERRENOUD, P. Dez novas competências para ensinar. Porto Alegre: Artmed, 2000.

PESSOA, C. & BORBA, R. Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1ª a 4ª série. ZETETIKÉ – Cempem – FE – Unicamp, v. 17, jan-jun, 2009a.

- PIAGET, J. A formação do símbolo na criança. Rio de Janeiro, Zahar, 1978.
- POGORZELSKI, K. D; LIMA, M. F. (Unicentro). Alfabetização: conceito e uma breve reflexão sobre a história da escrita. 2º CIEPG Congresso Internacional de Educação Ponta Grossa- Paraná- Brasil, 2010.
- POLYA, G. A arte de resolver problemas. São Paulo: Interciência, 1977.
- SILVA, J. A.; CENCI, D.; BECK, V. C. Estratégias e procedimentos de crianças do ciclo de alfabetização diante de situações-problema que envolvem as ideias de número e sistema de numeração decimal. Rev. Bras. Estud. Pedagog., Brasília, v.96, n. 244, p. 541-560, dez. 2015. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2176-66812015000300541&lng=pt&nrm=iso>. Acesso em: 24 jan. 2017.
- SMOLE, K.C. S.; DINIZ, M. I. (Orgs.). Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.
- SMOLE, K. C.S. e CENTURIÓN, M. A matemática de jornais e revistas. RPM nº 20, 1.º quadrimestre de 1992.
- SOARES, M. Alfabetização e Letramento. 6. ed., 1ª reimpressão. -São Paulo: Contexto, 2011. p. 15-84.
- SOARES, M. Letramento e alfabetização: as muitas facetas. Rev. Bras. Educ., Rio de Janeiro, n. 25, p. 5-17, abr. 2004. Disponível em <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1413-24782004000100002&lng=pt&nrm=iso>. Acesso em: 30 jan. 2017.
- SOARES, M. Letramento e Escolarização, in Ribeiro, V. (org) Letramento no Brasil. São Paulo: Global, 2003b.
- SOARES, M. Letramento: um tema em três gêneros. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2000.
- SOARES, M. Novas práticas de leitura e escrita: letramento na cibercultura. In: Educação e Sociedade, Campinas, v. 23, n. 81, dez 2002.
- SOUZA, K. N. V. Alfabetização matemática: considerações sobre a teoria e a prática. [S.l.: s.n.], 2011. Disponível em: <<http://www2.marilia.unesp.br/revistas/index.php/ric/article/viewFile/273/259>> Acesso em: 30 jan. 2017.
- STREET, B. V. Social Literacies. Critical Approaches to Literacy in Development, Ethnography and Education. Harow: Pearson, 1995.
- TFOUNI, L.V. Letramento e Alfabetização. São Paulo: Cortez, 1995.
- VERGNAUD, G. A Criança, a matemática e a Realidade. Trad. De Maria Lucia Faria Moro. Curitiba: Editora UFPR. 322 p, 2009.

_____. A teoria dos campos conceituais. In: BRUN, Jean (dir.). Didáctica das matemáticas. Trad. Maria José Figueiredo. Lisboa: INSTITUTO PIAGET, 1996, p. 155–191.

_____. Conceitos e esquemas numa teoria operatória de representação. *Psychologie Française*. nº30 – 3/4: 245-252, p. 245-252, 1985. Traduzido por Anna Franchi e Dione Luchesi de Carvalho, com paginação de 1 a 18.

_____. La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, v. 10, n. 23, p. 133-170, 1990.

_____. Multiplicate structures. IN: RESH, R.; LANDAU, M. (Orgs.). *Acquisitions of mathematics concepts and processes*. New York. Academic Press, 1983.

VIANNA, C. R. & ROLKOUSKI, E. A criança e a Matemática escolar. In: BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Apresentação/Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Brasília: MEC, SEB, 2014. p. 19-26.

VIEIRA, S. Como elaborar questionários. Atlas: São Paulo, 2009.