

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC/SP**

JOSÉ RONALDO ALVES ARAÚJO

**Atividades para o estudo das Medidas de Tendência
Central: uma proposta com o apoio do GeoGebra**

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

SÃO PAULO

2018

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC/SP

JOSÉ RONALDO ALVES ARAÚJO

**Atividades para o estudo das Medidas de Tendência
Central: uma proposta com o apoio do GeoGebra**

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

*Dissertação apresentada à Banca Examinadora do
Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação
Matemática da PUC-SP, como exigência parcial
para obtenção do título de **Mestre em Educação
Matemática**, sob a orientação da Prof^a. Dr^a. Celina
Aparecida Almeida Pereira Abar.*

SÃO PAULO
2018

Banca Examinadora

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta dissertação por processos de fotocopiadora ou eletrônicos.

Assinatura: _____ São Paulo, ___ / ___ / ___

*A meus pais **Luiz** e **Fátima**, e aos meus irmãos **Gilson**, **Uilton**, **Marcos**, **Fernanda** e **Elizangela**, pelo incentivo e apoio constante. Dedico, também, a todo povo do Estado do Ceará.*

*Agradeço à **Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior** (CAPES) pela Bolsa de Estudos concedida sob o processo nº 8887.148902/2017-00, o que permitiu o desenvolvimento desta pesquisa.*

Agradecimentos

A Deus por prover meios para a realização deste sonho e colocar em minha vida tantas pessoas especiais. A Ele, toda honra e toda glória.

À Prof^a. Dra. Celina Aparecida Almeida Pereira Abar, por sua orientação e profissionalismo, sempre estimulando e provocando reflexões que contribuíram para o desenvolvimento deste trabalho, por sua paciência, por acreditar em mim e em meu projeto.

Ao Prof. Dr. Ubirajara Carnevale de Moraes e à Prof.^a Dra. Ana Maria Di Grado Hessel, por seus valiosos apontamentos no exame de qualificação, que muito contribuíram para a conclusão deste trabalho.

À Escola Estadual Professora Eurydice Zerbini, em nome de sua diretora Prof.^a Ana Nogueira, por aceitar meu projeto e ceder o espaço para a pesquisa.

Aos alunos, por aceitarem participar da aplicação deste estudo.

Aos professores do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, que muito contribuíram em minha formação nesta fase de minha vida acadêmica.

Aos meus colegas de curso, em especial, Aline Tracanella, Fernanda Bayer, Monique Lopes, Susana Nobre e Rafael Dielle, por nossas discussões e apoio constante nesta caminhada.

Aos meus professores no período da graduação em Matemática, Prof. Dr. Waldemar de Maio, Prof. Dr. Emilio Celso de Oliveira e Prof. Esp. Paulo Noburu Nakasato, que tanto me incentivaram a seguir estudando.

À Pontifícia Universidade Católica de São Paulo por tornar acessíveis os meios para minha formação como pessoa, indo além da formação profissional.

ARAÚJO, José Ronaldo Alves. **Atividades para o estudo das Medidas de Tendência Central: uma proposta com o apoio do GeoGebra**. 2018. 145 f.: il. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudo Pós-Graduados em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2018.

RESUMO

Esta dissertação apresenta uma investigação de caráter qualitativo, realizada no âmbito do ensino da Estatística, e teve como objetivo identificar potencialidades do GeoGebra para a compreensão dos conceitos de Medidas de Tendência Central. Com base nas dialéticas de *ação*, *formulação*, *validação* e *institucionalização* da Teoria das Situações Didáticas, a pesquisa foi desenvolvida por meio de uma sequência de atividades. Os procedimentos metodológicos para elaboração, aplicação e análise das atividades utilizaram aspectos da Engenharia Didática com as análises preliminares, análises *a priori*, experimento e análises *a posteriori*. Participaram desta pesquisa alunos da 1ª série do ensino médio de uma escola da rede pública do estado de São Paulo. A aplicação da proposta ocorreu no laboratório de informática da mesma escola, em quatro sessões de cinquenta minutos e os participantes, por meio do GeoGebra, trataram os dados de cada atividade e responderam aos questionamentos do estudo. Diante dos questionamentos e das respostas apresentadas, foi possível identificar, a partir das dialéticas do aporte teórico, potencialidades do GeoGebra para a compreensão dos objetos matemáticos propostos, tais como, em uma dialética de *ação*, organizar os dados e encontrar respostas para alguns questionamentos. Essa organização dos dados em tabelas, listas, listas ordenadas, representação gráfica ou mesmo valores para as Medidas de Tendência Central permitiu aos alunos, em uma dialética de *formulação*, refletirem sobre a representação dos valores em relação ao conjunto de dados. As múltiplas representações dos dados nas janelas do GeoGebra, em uma dialética de *validação*, favoreceram para que os participantes conjecturassem sobre a relação dos valores encontrados com os dados de sua origem. Essas múltiplas representações de um mesmo conjunto de dados permitiram outros questionamentos, possibilitando discussões acerca de possíveis propriedades para as Medidas de Tendência Central, o que contribuiu para que o professor, em uma dialética de *institucionalização* junto aos alunos, promovesse a consolidação do saber.

Palavras-chave: GeoGebra. Medidas de Tendência Central. Teoria das Situações Didáticas. Engenharia Didática.

ARAÚJO, José Ronaldo Alves. **Activities for the study of Measures of Central Tendency: a proposal with the support of GeoGebra.** 2018. 145 f.: il. Thesis (Master's Degree in Mathematics Education) – Postgraduate Program in Mathematics Education. Pontifical Catholic University of São Paulo, São Paulo, 2018.

ABSTRACT

This dissertation presents a qualitative investigation which was carried out within the scope of Statistics teaching and lasted for the potentialities of GeoGebra for an understanding of the Mediation of Central Tendency concepts. Based on the didactic actions, the formulation, validation and institutionalization of the Theory of Didactic Situations, the search was developed through a sequence of activities. The methodological methods for the elaboration, application and analysis of the activities were realized by the Engineering dimensions as preliminary techniques such as a priori analysis, experiment and a posteriori analysis. The participants in the research program was a high school group of the 1st grade in a public school in the state of São Paulo. The application of the class was carried out in a computer lab of the same school and was divided by four sessions of five minutes. The participants, through GeoGebra, treated the data of each activity and were answering the questions of the present study. Ahead of questions and answers, it was possible to identify, from the dialectical practices of the theoretical, the potentialities of GeoGebra for an understanding of the proposed mathematical objectives, such as, in a dialectic of *action*, the organization of the data and the search for answers to some questions. This organization of the data in tables, lists, ordered lists, graphical representation or even values for the Central Administration classes allows the students, a *formulation* dialectic, to reflect on the representation of the values in relation to the data set. The various representations of the data in the GeoGebra windows, in a *validation* dialectic, favor the participation of the participants on the relation of the indicators with the data of their origin. These multiple representations of a set of data allow other questions, allowing the discussion on market conditions, such as the evaluation of trends, which contributed to the teacher, a dialectic of *institutionalization* with the students, would be able to promote of consolidation of knowledge.

Keywords: GeoGebra. Measures of Central Tendency. Theory of Didactic Situations. Didactic Engineering.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Triângulo Didático	42
Figura 2: Sala de informática.....	60
Figura 3: Aplicação da atividade 0, sessão 1 da pesquisa	61
Figura 4: Alunos desenvolvendo a atividade 0	74
Figura 5: Resposta do aluno d1, item a), atividade 0	75
Figura 6: Resposta do aluno d2, item a), atividade 0	75
Figura 7: Resposta do aluno d1, item b), atividade 0	76
Figura 8: Resposta do aluno d2, item b), atividade 0	76
Figura 9: Resposta do aluno d1, item c), atividade 0	76
Figura 10: Resposta do aluno d2, item c), atividade 0	76
Figura 11: Resposta do aluno d1, item d), atividade 0	77
Figura 12: Resposta do aluno d2, item d), atividade 0	77
Figura 13: Resposta do aluno d1, item e), atividade 0	78
Figura 14: Resposta do aluno d2, item e), atividade 0	78
Figura 15: Resposta do aluno d1, item f), atividade 0	79
Figura 16: Resposta do aluno d2, item f), atividade 0	79
Figura 17: Resposta do aluno d1, indagações do material de apoio, atividade 0	79
Figura 18: Observação do aluno d1, atividade 0	80
Figura 19: Representações dos dados no GeoGebra, atividade 0	80
Figura 20: Resposta do aluno d1, item a), atividade 1	87
Figura 21: Resposta do aluno d2, item a), atividade 1	87
Figura 22: Resposta do aluno d1, indagações do material de apoio, atividade 1	87
Figura 23: Resposta do aluno d2, indagações do material de apoio, atividade 1	87
Figura 24: Resposta do aluno d1, item b), atividade 1	88
Figura 25: Resposta do aluno d1, item b), atividade 1	88
Figura 26: Resposta do aluno d1, indagações do material de apoio, atividade 1	88
Figura 27: Resposta do aluno d2, indagações do material de apoio, atividade 1	89
Figura 28: Resposta do aluno d1, indagações do material de apoio, atividade 1	89
Figura 29: Resposta do aluno d2, indagações do material de apoio, atividade 1	89

Figura 30: Resposta do aluno d1, item c), atividade 1	90
Figura 31: Resposta do aluno d2, item c), atividade 1	90
Figura 32: Resposta do aluno d1, indagações do material de apoio, atividade 1	90
Figura 33: Resposta do aluno d2, indagações do material de apoio, atividade 1	91
Figura 34: Resposta do aluno d1, item d), atividade 1	91
Figura 35: Resposta do aluno d2, item d), atividade 1	91
Figura 36: Resposta do aluno d1, indagações do material de apoio, atividade 1	92
Figura 37: Resposta do aluno d2, indagações do material de apoio, atividade 1	92
Figura 38: Resposta do aluno d1, indagações do material de apoio, atividade 1	92
Figura 39: Resposta do aluno d2, indagações do material de apoio, atividade 1	92
Figura 40: Resposta do aluno d1, indagações do material de apoio, atividade 1	93
Figura 41: Resposta do aluno d2, indagações do material de apoio, atividade 1	93
Figura 42: Resposta do aluno d1, indagações do material de apoio, atividade 1	93
Figura 43: Resposta do aluno d2, indagações do material de apoio, atividade 1	94
Figura 44: Representações dos dados da Atividade 1 no GeoGebra	94
Figura 45: Resposta do aluno d1, item a), atividade 2	99
Figura 46: Resposta do aluno d2, item a), atividade 2	100
Figura 47: Resposta do aluno d1, indagações do material de apoio, atividade 2 ...	100
Figura 48: Resposta do aluno d2, indagações do material de apoio, atividade 2 ...	100
Figura 49: Resposta do aluno d1, item b), atividade 2	101
Figura 50: Resposta do aluno d2, item b), atividade 2	101
Figura 51: Resposta do aluno d1, indagações do material de apoio, atividade 2 ...	101
Figura 52: Resposta do aluno d2, indagações do material de apoio, atividade 2 ...	101
Figura 53: Resposta do aluno d1, item c), atividade 2	102
Figura 54: Resposta do aluno d2, item c), atividade 2	102
Figura 55: Resposta do aluno d1, indagações do material de apoio, atividade 2 ...	103
Figura 56: Resposta do aluno d2, indagações do material de apoio, atividade 2 ...	103
Figura 57: Resposta do aluno d1, indagações do material de apoio, atividade 2 ...	103
Figura 58: Resposta do aluno d2, indagações do material de apoio, atividade 2 ...	103
Figura 59: Observação registrada, aluno d1, atividade 2	104
Figura 60: Representações dos dados da Atividade 2 no GeoGebra	104
Figura 61: Resposta do aluno d1, item a), atividade 3.1	114
Figura 62: Resposta do aluno d2, item a), atividade 3.1	114
Figura 63: Resposta do aluno d1, item b), atividade 3.1	115

Figura 64: Resposta do aluno d2, item b), atividade 3.1	115
Figura 65: Resposta do aluno d1, item c), atividade 3.1	115
Figura 66: Resposta do aluno d2, item c), atividade 3.1	116
Figura 67: Resposta do aluno d1, item d), atividade 3.1	116
Figura 68: Resposta do aluno d2, item d), atividade 3.1	117
Figura 69: Resposta do aluno d1, indagações do material de apoio, atividade 3.1.	117
Figura 70: Resposta do aluno d2, indagações do material de apoio, atividade 3.1.	117
Figura 71: Resposta do aluno d1, indagações do material de apoio, atividade 3.1.	118
Figura 72: Resposta do aluno d2, indagações do material de apoio, atividade 3.1.	118
Figura 73: Representações dos dados da Atividade 3.1 no GeoGebra	118
Figura 74: Resposta do aluno d1, item a), atividade 3.2	120
Figura 75: Resposta do aluno d2, item a), atividade 3.2	120
Figura 76: Resposta do aluno d1, item b), atividade 3.2	121
Figura 77: Resposta do aluno d2, item b), atividade 3.2	121
Figura 78: Resposta do aluno d1, item c), atividade 3.2	121
Figura 79: Resposta do aluno d2, item c), atividade 3.2	121
Figura 80: Resposta do aluno d1, item d), atividade 3.2	122
Figura 81: Resposta do aluno d1, item d), atividade 3.2	122
Figura 82: Resposta do aluno d1, indagações do material de apoio, atividade 3.2.	123
Figura 83: Resposta do aluno d2, indagações do material de apoio, atividade 3.2.	123
Figura 84: Representações dos dados da atividade 3.2 no GeoGebra	123
Figura 85: Resposta do aluno d1, item a), atividade 3.3	125
Figura 86: Resposta do aluno d1, item a), atividade 3.3	125
Figura 87: Resposta do aluno d1, item b), atividade 3.3	126
Figura 88: Resposta do aluno d2, item b), atividade 3.3	126
Figura 89: Resposta do aluno d1, item c), atividade 3.3	126
Figura 90: Resposta do aluno d2, item c), atividade 3.3	126
Figura 91: Resposta do aluno d1 para o item d) da atividade 3.3	127
Figura 92: Resposta do aluno d2 para o item d) da atividade 3.3	127
Figura 93: Representações dos dados da Atividade 3.3 no GeoGebra	128
Figura 94: Resposta do aluno d1, indagações do material de apoio, atividade 3.3.	129
Figura 95: Resposta do aluno d2, indagações do material de apoio, atividade 3.3.	129
Figura 96: Resposta do aluno d1, indagações do material de apoio, atividade 3.3.	129
Figura 97: Resposta do aluno d2, indagações do material de apoio, atividade 3.3.	129

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	17
INTRODUÇÃO	27
CAPÍTULO 1 – REVISÃO DA LITERATURA	29
CAPÍTULO 2 – APORTE TEÓRICO	41
2.1 A Teoria das Situações Didáticas	41
2.1.1 Dialética de ação	45
2.1.2 Dialética de formulação	45
2.1.3 Dialética de validação	46
2.1.4 Dialética da Institucionalização	47
CAPÍTULO 3 – AS MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL	49
3.1 Média	50
3.2 Mediana	51
3.3 Moda	53
CAPÍTULO 4 – PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	55
4.1 As escolhas	55
4.1.1 Os recursos tecnológicos	56
4.1.2 O GeoGebra	57
4.1.3 O tipo de pesquisa	58
4.1.4 Local de realização da pesquisa	59
4.1.5 O espaço da escola para a realização da pesquisa	59
4.1.6 Os alunos participantes	60
4.1.7 Os encontros e horários	60
4.1.8 Coleta de dados	62

4.2 A metodologia de pesquisa Engenharia Didática.....	62
4.2.1 Análises preliminares	63
4.2.2 Análises <i>a priori</i>	65
4.2.3 Experimentação.....	67
4.2.4 Análise <i>a posteriori</i> e validação.....	68
CAPÍTULO 5 – PROPOSTA DAS ATIVIDADES.....	69
Atividade 0	70
Análise <i>a priori</i> da Atividade 0	72
Desenvolvimento e análise <i>a posteriori</i> da atividade 0	73
Atividade 1	82
Análise <i>a priori</i> da Atividade 1	85
Desenvolvimento e análise <i>a posteriori</i> da atividade 1	86
Atividade 2	95
Análise <i>a priori</i> da Atividade 2	97
Desenvolvimento e análise <i>a posteriori</i> da atividade 2	99
Atividade3	106
Análise <i>a priori</i> da Atividade 3	111
Desenvolvimento e análise <i>a posteriori</i> da Atividade 3.....	113
CONSIDERAÇÕES FINAIS	131
REFERÊNCIAS.....	137
ANEXO A – SOLICITAÇÃO DE AUTORIZAÇÃO PARA A PESQUISA.....	141
ANEXO B – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO	143
ANEXO C – CONHECIMENTO DO COMITÊ DE ÉTICA.....	145

INTRODUÇÃO

Esta investigação tem como objeto de estudo as Medidas de Tendência Central, que incluem a média, a mediana e a moda. Para Fiorentini e Lorenzato (2012), essas medidas são pontos em torno dos quais os valores de uma distribuição tendem a se agrupar.

As motivações para o estudo surgiram com a realização de um estágio supervisionado, realizado no período da graduação em Matemática, estendendo-se no curso de pós-graduação em Estatística Aplicada. Durante esse período, foi possível notar, tanto no profissional da educação como nos discentes e ainda nos profissionais que se especializam no tratamento de dados estatísticos, inconsistências no que se refere aos significados válidos, estatisticamente, para o objeto de estudo dessa pesquisa.

A razão para tal inquietação está ligada ao fato de que, embora este tema seja introduzido desde a educação básica, como sugere os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática – PCN (BRASIL, 1998), ainda encontramos, em diferentes níveis de escolaridade, incoerências à construção e/ou apresentação do significado para as Medidas de Tendência Central.

Nessa direção, o estudo de Gitirana *et al.* (2010) analisa concepções de estudantes e professores sobre o conceito de média e, de acordo com as autoras, o conceito de média se apresenta, em geral, como de difícil compreensão.

Elas observam uma maior apropriação desse conceito em função da escolaridade, mas encontram professores em pleno exercício que ainda apresentam concepções, sem validade Estatística. Ainda pontuam que essa incompreensão ocorre tanto entre as crianças quanto entre os alunos do curso de graduação (futuros professores).

Sob esta perspectiva, é importante refletir acerca do conteúdo estatístico, que permeia todo o currículo da educação básica. E é perceptível que este tópico seja base para a compreensão de uma gama de informações que são disponibilizadas de diversas formas cotidianamente.

A partir dessas reflexões, são muitos os questionamentos que emergem, por exemplo, por que a aquisição do conhecimento de Medidas de Tendência Central se estende como objeto de questionamento em níveis como a graduação? Por que professores em atividade apresentam incompreensões quando tratam desse tema? E como propiciar o desenvolvimento dos alunos, a fim de que eles se apropriem desse saber? Entre muitos outros questionamentos.

Assim, espera-se que a realização de uma investigação na introdução ao ensino de estatística, na educação básica, possa vir a encontrar elementos que auxiliem no ensino das Medidas de Tendência Central.

Deste modo, a pesquisa objetiva desenvolver uma proposta de atividades visando, a partir da mobilização de conhecimentos prévios dos participantes, identificar potencialidades do GeoGebra para a construção de significados sobre o tema Medidas de Tendência Central.

Neste estudo, com base na identificação dos fatores citados anteriormente, será introduzido como apoio o *software* GeoGebra, sob a perspectiva de que a utilização de uma interface dinâmica possa ser útil para a aquisição de conceitos relevantes ao significado das Medidas de Tendência Central.

Pretende-se responder a seguinte questão: *como a utilização do software GeoGebra em uma Proposta de Atividades pode potencializar o ensino de Medidas de Tendência Central?*

Deste modo, este trabalho foi estruturado, como segue: uma introdução que apresenta as inquietações para a realização da investigação, objetivo, justificativa e hipótese, apontados a partir do objeto de estudo e questionamento focal da pesquisa; no capítulo 1 é apresentada uma revisão da literatura, incluindo considerações do tema presente no currículo; no capítulo 2 está o aporte teórico deste estudo; no capítulo 3 é discorrido sobre o tema Medidas de Tendência Central, objeto de estudo da pesquisa; no capítulo 4 são apresentados os procedimentos metodológicos; o capítulo 5 segue com a proposta das atividades, as respectivas análises *a priori*, seu desenvolvimento pelos participantes da pesquisa e a análise *a posteriori*, em seguida, as considerações finais desta investigação.

Capítulo 1

REVISÃO DA LITERATURA

A presença da Estatística na educação básica vem se tornando, ao longo das últimas décadas, uma realidade, visto que a sociedade tem exigido das pessoas, cada dia mais, o domínio de habilidades baseadas no conhecimento estatístico.

Em razão desta crescente presença da Estatística, buscamos trazer em nossa revisão da literatura trabalhos que nos auxiliassem na compreensão de como saberes estatísticos se inserem no currículo. Apresentamos, também, trabalhos cujos elementos abordados possibilitassem entender como estes saberes são apresentados em livros didáticos, bem como nos debruçamos em estudos nos quais o objetivo estivesse voltado à relação do professor frente a estes saberes.

Posteriormente, buscamos trazer estudos cuja abordagem possibilitasse entender elementos acerca do nosso objeto de estudo, as Medidas de Tendência Central.

Também expomos trabalhos que nos auxiliaram na compreensão do uso de recursos tecnológicos na educação, bem como o uso do GeoGebra para o ensino da matemática.

De modo geral, buscamos em nossa revisão de literatura trazer elementos que permitissem compreender como se insere a Estatística na educação básica, com o intuito de enxergarmos as possibilidades para a utilização de recursos tecnológicos para o estudo de Estatística e, especificamente, para o estudo de Medidas de Tendência Central.

Aqui, trazemos considerações a partir de documentos oficiais: os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN), de 1998; Currículo de Matemática do Estado de São Paulo, de 2011; e o texto recentemente aprovado da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), de 2017. Consideramos relevante entender as circunstâncias nas quais é colocado o ensino de Estatística no currículo nacional, mais especificamente, o ensino de Medidas de Tendência Central.

De acordo com os Parâmetros Curriculares do Ensino Fundamental, a demanda social é que leva a destacar este tema como um bloco de conteúdo (BRASIL, 1998).

Batanero (2000, p. 1) destaca que

na atualidade, a Estatística tem se incorporado, de forma generalizada, nos currículos de Matemática no ensino básico, devido ao uso frequente de dados e conceitos estatísticos na vida cotidiana, assim como em outras disciplinas que o aluno deve cursar, sendo uma necessidade de um conhecimento básico de Estatística em muitas profissões e a um desenvolvimento de pensamento crítico.

Indo ao encontro às ideias de Batanero (2000), os PCN já indicavam que a finalidade do ensino de Estatística é fazer com que o aluno venha a construir procedimentos para coletar, organizar, comunicar dados, utilizando tabelas, gráficos e representações que aparecem no dia-a-dia (BRASIL, 1998).

Conforme expresso neste documento, é nesse nível (ensino fundamental), que são introduzidos procedimentos de calcular algumas medidas, como média, mediana e moda, com o objetivo de fornecer novos elementos para interpretar dados estatísticos.

O bloco de tratamento da informação destaca a Estatística e evidencia que

o Tratamento da Informação pode ser aprofundado neste ciclo, pois os alunos têm melhores condições de desenvolver pesquisas sobre sua própria realidade e interpretá-la, utilizando-se de gráficos e algumas medidas Estatísticas (BRASIL, 1998, p. 85).

Neste sentido, as propostas de atividades devem submeter o aluno em situações de reflexão acerca de temas, tais como, as pesquisas sobre Saúde, Meio Ambiente, Trabalho e Consumo etc., de modo que, em contextos assim, os conceitos e procedimentos estatísticos ganham significados (BRASIL, 1998).

Quanto ao uso de tecnologias para a resolução de situações-problema envolvendo Estatística, os PCN ressaltam que

os alunos podem dedicar mais tempo à construção de estratégias e se sentirem estimulados a testar suas hipóteses e interpretar resultados de resolução, se dispuserem de calculadoras para efetuar cálculos, geralmente muito trabalhosos. Para isso também há softwares interessantes, como os de planilhas eletrônicas, os que permitem construir diferentes tipos de gráfico (BRASIL, 1998, p. 85).

Os conceitos e procedimentos no Tratamento da Informação no ensino fundamental visam à obtenção das medidas de tendência central de uma pesquisa (média, moda e mediana), compreendendo seus significados para fazer inferências. (BRASIL, 1998).

Conforme é pontuado por Lopes (2010), o objetivo principal a ser alcançado nas séries finais do ensino fundamental centra-se na capacidade de os alunos coletarem, organizarem e interpretarem a informação.

A autora ressalta ainda que, baseados na análise da informação, os alunos devem formular conjecturas, tirar conclusões e conseguir fundamentá-las (LOPES, 2010, p. 56).

Aqui, destacamos alguns pontos que refletem nas atitudes dos alunos, de acordo com os PCN:

Compreensão da importância da Estatística na atividade humana e de que ela pode induzir a erros de julgamento, pela manipulação de dados e pela apresentação incorreta das informações (ausência da frequência relativa, gráficos com escalas inadequadas).

Valorização do trabalho coletivo, colaborando na interpretação de situações-problema, na elaboração de estratégias de resolução e na sua validação.

Predisposição para analisar criticamente informações e opiniões veiculadas pela mídia, suscetíveis de ser analisadas à luz dos conhecimentos matemáticos.

Valorização do uso dos recursos tecnológicos, como instrumentos que podem auxiliar na realização de alguns trabalhos, sem anular o esforço da atividade compreensiva (BRASIL, 1998, p. 91).

Um critério estabelecido sugere que o aluno neste nível de ensino seja capaz de ler e interpretar tabelas e gráficos, coletar informações e representá-las em gráficos, fazendo algumas previsões a partir do cálculo das medidas de tendência central da pesquisa. (BRASIL, 1998).

Cabe ao professor, por meio deste critério

verificar se o aluno é capaz de ler e interpretar dados estatísticos registrados em tabelas e gráficos, como também elaborar instrumentos de pesquisa e organizar os dados em diferentes tipos de gráficos, determinando algumas medidas de tendência central da pesquisa, indicando qual delas é a mais adequada para fazer inferências (BRASIL, 1998, p. 93).

As orientações pedagógicas no bloco de Tratamentos da Informação expõem que tais conteúdos podem ser explorados em projetos mais amplos, de natureza interdisciplinar, que integrem conteúdos de outras áreas do currículo, como a História e a Geografia, além da Matemática e os temas como Saúde e Meio Ambiente (BRASIL, 1998). Os PCN indicam que

o objetivo do projeto pode ser o de fazer um levantamento estatístico sobre a oferta de empregos, os salários de algumas profissões e discussões sobre alguns aspectos relacionados ao Trabalho. Para estimular o debate pode-se propor aos alunos que reflitam e pesquisem sobre questões como: a relação entre trabalho e conhecimento; a necessidade de especialização no mundo moderno; a influência da informática no aumento da taxa de desemprego e as contribuições que a Matemática pode oferecer para a formação de um cidadão para o mundo do trabalho (BRASIL, 1998, p. 138).

Ainda é destacado um aspecto que o documento considera relevante discutir, que trata da escolha dos recursos visuais mais adequados, que permitem a apresentação global da informação, a leitura rápida e o destaque dos aspectos relevantes para comunicar os resultados da pesquisa. (BRASIL, 1998).

Neste nível de ensino, os alunos devem ser levados a situações, de modo a ampliar a análise e a fazer resumos estatísticos e interpretar resultados. São fundamentais para que compreendam o significado e a importância das Medidas de Tendência Central de uma pesquisa, ou seja, a média, a moda e a mediana. (BRASIL, 1998).

No texto da BNCC, encontramos, com relação à Estatística:

(...) os primeiros passos envolvem o trabalho com a coleta e a organização de dados de uma pesquisa de interesse dos alunos. O planejamento de como fazer a pesquisa ajuda a compreender o papel da Estatística no cotidiano dos alunos. Assim, a leitura, a interpretação e a construção de tabelas e gráficos têm papel fundamental, bem como a forma de produção de texto escrito para a comunicação de dados, pois é preciso compreender que o texto deve sintetizar ou justificar as conclusões (BRASIL, 2017, p. 230).

Mais adiante, entendemos quanto às expectativas acerca dos alunos egressos do Ensino Fundamental:

(...) que os alunos saibam planejar e construir relatórios de pesquisas Estatísticas descritivas, incluindo medidas de tendência central e construção de tabelas e diversos tipos de gráfico. Esse planejamento inclui a definição de questões relevantes e da população a ser pesquisada, a decisão sobre a necessidade ou não de usar amostra e, quando for o caso, a seleção de seus elementos por meio de uma adequada técnica de amostragem (BRASIL, 2017, p. 230).

Destacamos o Currículo de Matemática do Estado de São Paulo, que apresenta em suas orientações para o ensino de Estatística no ensino médio os seguintes conteúdos:

- Gráficos estatísticos: cálculo e interpretação de índices estatísticos.
- Medidas de tendência central: média, mediana e moda.
- Medidas de dispersão: desvio médio e desvio padrão.
- Elementos de amostragem (SÃO PAULO, 2011, p. 70).

Neste sentido, a partir do contato com estes conteúdos, o que se espera, conforme apresentado, é que o aluno saiba:

- Construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências a partir de dados obtidos em pesquisas por amostras Estatísticas.
- Calcular e interpretar medidas de tendência central de uma distribuição de dados: média, mediana e moda.
- Calcular e interpretar medidas de dispersão de uma distribuição de dados: desvio padrão.
- Analisar e interpretar índices estatísticos de diferentes tipos.
- Reconhecer as características de conjuntos de dados distribuídos normalmente; utilizar a curva normal em estimativas pontuais e intervalares (SÃO PAULO, 2011, p. 70).

A preocupação dos documentos oficiais justifica-se quando notamos em nossa sociedade uma diversidade de informações, que são apresentadas a partir de modelos estatísticos, a fim de que possamos descrever e interpretar dados específicos de inúmeras áreas de conhecimento. Deste modo, torna-se perceptível como é valiosa a Estatística, essa ferramenta para a solução de problemas e fundamentação para decisões ao sujeito que deseja compreender essas informações.

É interessante evidenciar que ambos os documentos oficiais trazem o currículo como um conjunto de elementos, justificando a importância de se dominar técnicas estatísticas, tais como as Medidas de Tendência Central. Logo, é importante observar a aplicação dessas técnicas, por exemplo, para entender informações de jornais, televisão, sites etc., em que a compreensão das informações exige o domínio dessas técnicas.

Apresentamos a seguir dissertações de mestrado e teses de doutorado que contribuem para a realização do nosso trabalho, e que, de algum modo, auxiliaram em nosso estudo. Destacamos algumas pesquisas que nos ajudaram na

compreensão de aspectos relevantes para nossa pesquisa, tais como: considerações acerca de currículo de Matemática, fundamentação acerca de situações didáticas, método de desenvolvimento de sequências didáticas, a utilização de tecnologias digitais, ensino e a aprendizagem de Estatística na educação básica.

Temos como contribuição uma dissertação de mestrado em educação da UNICAMP (LOPES, 1998), que apresenta um embasamento curricular acerca dos conteúdos de Estatística propostos para o ensino fundamental.

A dissertação de Celi Aparecida Espasandin Lopes tem como tema: A Probabilidade e a Estatística no Ensino Fundamental: uma análise curricular. A questão orientadora apresentada na investigação foi a seguinte: como são tratados e quais os objetivos do ensino da Probabilidade e da Estatística nas propostas curriculares de Matemática dos estados de Minas Gerais, São Paulo, Santa Catarina e nos Parâmetros Curriculares Nacionais, tendo como referencial alguns currículos internacionais?

A investigação apresentada teve como objetivo central investigar e analisar como são tratados, e com quais objetivos os currículos de Matemática propõem a inserção da Estatística e da Probabilidade.

Para tal investigação, a pesquisadora fez um estudo bibliográfico e uma análise documental baseada nas propostas curriculares. Assim, ela estabelece critérios para nortear a análise desses documentos.

Exponho, aqui, os respectivos critérios adotados pela pesquisadora:

- a) A concepção de Estatística e Probabilidade subjacentes a essas propostas;
- b) A seleção de noções estatísticas e probabilísticas feita por essas propostas para serem “transpostas” para o plano escolar;
- c) O modo como as propostas sugerem o tratamento dessas noções junto aos estudantes;
- d) As finalidades da abordagem de tais noções, junto aos estudantes, explicitadas ou não pelas propostas (LOPES, 1998, p. 8).

A partir desses critérios, o estudo se desenvolveu analisando cada proposta curricular. Destacamos considerações e conclusões feitas pela pesquisadora em suas análises:

Pensamos que os Parâmetros deveriam ter posto em maior evidência as questões relativas ao ensino da Probabilidade e da Estatística, considerando que tais temas nunca foram antes abordados em propostas curriculares brasileiras, além de não terem feito parte da formação inicial do professor (LOPES, 1998, p. 112).

A autora salienta que,

O processo deste estudo levou-nos a construir uma concepção de ensino de Estatística associada ao ensino da Probabilidade. Buscávamos uma concepção de ensino que contribuísse de fato para a formação crítica de nossos estudantes. Percebemos, e a literatura confirmou que apenas o trabalho com tabelas, gráficos, medidas de posição, medidas de dispersão não seriam suficientes. Atender a uma necessidade básica da formação do aluno, neste final de século, considerando uma sociedade informatizada, requer levá-lo ao desenvolvimento do pensamento estatístico e probabilístico. A Estatística e a Probabilidade têm um papel essencial na formação do cidadão, uma vez que possibilitam lidar com a aleatoriedade e o acaso, permitindo uma análise de fatos complexos que, sob uma visão determinista, tornam-se impossíveis de serem tratados (LOPES, 1998, p. 113-114).

E pontua que,

Os currículos brasileiros, provavelmente, deverão considerar essas observações com mais cuidado, considerando as necessidades sócio econômico-culturais, ao construírem uma proposta curricular de Matemática que aborde o ensino de Probabilidade e Estatística. Faz-se necessário pensar quais conceitos devam ser abordados a fim de garantir a possibilidade de desenvolvimento de uma visão Estatística e probabilística significativa (LOPES, 1998, p. 114-115).

Para nosso estudo, as considerações e conclusões da pesquisa de Lopes (1998) vão além de informações sobre a análise das propostas curriculares, uma vez que, passado todo esse tempo desde a publicação de seu trabalho, podemos agora tomar como linha de pensamento qual formação Estatística os estudantes têm acesso hoje, em função da proposta curricular vigente.

Conforme apresentado anteriormente, considerações acerca de como se insere os conteúdos de Estatística nas propostas curriculares, apresentamos uma dissertação de mestrado profissional da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), (FRIOLANI, 2007), a qual se desenvolveu a partir de uma análise de livros didáticos, tendo como foco a organização destes livros em relação ao bloco de conteúdos de Tratamento da Informação.

Luis Cesar Friolani, em sua pesquisa, aborda o tema: O pensamento estocástico nos livros didáticos do ensino fundamental, trazendo duas questões a serem tratadas, são elas:

- Qual a organização matemática que os livros didáticos de 5^a a 8^a série selecionados apresentam em relação aos conceitos estocásticos elementares?
- Tal organização favorece o desenvolvimento do pensamento estocástico?

Partindo destes questionamentos, o autor tem como objetivo da pesquisa verificar qual a organização que os livros didáticos do ensino fundamental (5^a a 8^a séries) fazem referente ao tema Tratamento da Informação, e se essa organização favorece a construção do pensamento estocástico e também se atendem às orientações propostas pelos PCN (FRIOLANI, 2007).

A investigação teve como aporte teórico a Organização Praxeológica de Chevallard (1995), orientado pelo nível de letramento estatístico de Shamos (1995).

A investigação teve como algumas de suas conclusões, que as coleções analisadas, de modo geral, não favorecem a construção do pensamento estocástico. O autor ressalta a necessidade de mais pesquisas relacionadas a este assunto e de aperfeiçoamento dos professores, para que possam desenvolver esses conceitos a partir da resolução de problemas (FRIOLANI, 2007).

Nesse sentido, o autor indica que uma aprendizagem mais sólida dos conceitos estocásticos poderá ser propiciada pelos professores, pois poderão complementar as atividades propostas pelos livros didáticos.

Para nosso estudo, as análises e considerações feitas por Friolani (2007) tornam-se relevantes uma vez que possibilita perceber como as organizações didáticas propostas nos livros refletem na formação do aluno.

Conforme destaca Friolani (2007) em suas considerações acerca da relação dos professores com o conhecimento estocástico e frente à organização Matemática destes conteúdos nos livros didáticos, aqui apresentamos uma pesquisa feita em uma dissertação de mestrado da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), defendida em 2006, que trata deste assunto.

A pesquisa de Tula Maria Rocha Morais (MORAIS, 2006) teve como tema: um estudo sobre o pensamento estatístico: “componentes e habilidades”. Tendo como

questão central de pesquisa: que relações podem ser estabelecidas entre as concepções docentes sobre sua prática no ensino da Estatística e as formas de apresentação desses conteúdos nos livros didáticos?

Com o objetivo de investigar as concepções de professores do ensino fundamental sobre o pensamento estatístico, a pesquisadora utilizou o referencial Componente de Pensamento de Gal (2002), dos níveis de letramento estatístico de Shamos (1995) e das dimensões do modelo PPDAC (Problema, Plano, Dados, Análises e Conclusões) de Wild e Pffannkuch (1999). Ainda fazendo uma análise de duas coleções de livros didáticos, embasada na Organização Praxeológica de Chevallard (1996).

As conclusões que a pesquisadora traz, dentre outras, são que os livros analisados exploram atividades tecnicistas, uma vez que não propõem situações que permitam o desenvolvimento do pensamento estatístico, conforme sugere os PCN, fator que reflete diretamente no ensino.

Acerca das concepções dos professores, o estudo mostrou que, de modo geral, eles apresentam habilidades Estatísticas abaixo do nível adequado para este segmento escolar. A pesquisadora ressalta que, possivelmente, o livro didático contribui para esta dialética.

A investigação realizada por Morais (2006) adentra o espaço escolar, de modo que, a partir das análises das concepções de professores acerca do pensamento estatístico, destacados pela pesquisadora, podemos identificar como esse professor em questão atua como mediador na construção do pensamento estatístico de seus alunos. Indo além, Morais (2006) traz contribuições relevantes quanto ao modelo de formação do pensamento estatístico: Problema, Planejamento, Dados, Análise e Conclusão – PPDAC, de Wild e Pffannkuch (1999), uma vez que este modelo é entendido como referência quanto ao processo para resolver um determinado problema por um viés da Estatística.

No sentido de entender a atuação do professor como mediador na construção do conhecimento estatístico, em nossa revisão de literatura apresentamos uma tese (LEMOS, 2011) da PUC/SP, que teve como objetivo investigar que compreensão e desenvolvimento pedagógico e didático do conteúdo podem ser identificados em

professores que atuam no Ensino Fundamental, de 1º ao 5º ano, sobre as Medidas de Tendência Central.

A autora Maria Patrícia Freitas de Lemos estrutura o trabalho em dois momentos: uma revisão sobre Medidas de Tendência Central para identificar as dificuldades dos alunos e professores acerca do tema e, no segundo momento, uma discussão sobre o desenvolvimento profissional do professor.

Para nosso estudo, a pesquisa de Lemos (2011) contribui partindo do ponto em que identifica as dificuldades de alunos e professores e traz detalhes de estudos em vários níveis de ensino.

Apresentamos uma tese de doutorado (COBO, 2003) da Universidade de Granada (Espanha), que realiza um estudo teórico-experimental, sobre o significado e a compreensão das *Medidas de Posição Central*¹ na Educação Secundária Obrigatória.

A autora analisa os tipos de problemas, representações, procedimentos de cálculo, definições, propriedades e argumentações destes objetos, tanto em sua face institucional, como pessoal (COBO, 2003, p. 3).

A investigação de Cobo (2003) faz uma análise epistemológica de livros universitários e analisa também livros didáticos da *Educação Secundária*², evidenciando um significado de referência e um significado local das *Medidas de Posição Central*. Tomaremos como referência para nosso estudo os significados apresentados no trabalho de Cobo (2003).

Cobo (2003) ainda faz considerações acerca de algumas diretrizes curriculares para a Educação Secundária Obrigatória da Espanha e de outros países. O estudo também contribui em nossa pesquisa ao nos apresentar informações acerca de erros e conflitos semióticos relacionados com os diferentes elementos do significado do objeto de estudo.

Quanto ao uso de recursos tecnológicos, o artigo de Abar (2011) busca fazer algumas reflexões com o objetivo de apontar caminhos para a superação de obstáculos ao uso das tecnologias que ainda persistem no dia a dia da rotina

¹ De acordo com a leitura realizada, a autora se refere à média, mediana e moda.

² Equivalente aos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio no Brasil.

educacional com vistas a contribuir com o processo de ensino e de aprendizagem da Matemática (ABAR, 2011).

A autora faz algumas reflexões acerca do cenário em que se insere a Educação e, de modo específico, da Educação Matemática, considerando a era digital, pontuando desafios a serem enfrentados no meio educacional para o uso destas tecnologias na prática docente, buscando evidenciar os avanços tecnológicos e o importante papel das tecnologias, tanto na vida dos indivíduos como na educação (ABAR, 2011).

Acerca da utilização do GeoGebra, o artigo publicado na Revista Vidya pelo pesquisador Humberto Bortolossi, no ano de 2016, tem como objetivo apresentar as potencialidades do GeoGebra para o ensino. Para isso, o autor focou na utilização do software para o estudo da Estatística e da Probabilidade, tornando-se relevante para nossa investigação, de modo que as potencialidades evidenciadas por Bortolossi (2016) deixam claro que a utilização do GeoGebra pode ser relevante nas atividades a serem desenvolvidas em nossa pesquisa.

Nesse capítulo, expomos uma revisão da literatura, de modo que os trabalhos aqui apresentados contribuíram para a compreensão do tema de nossa pesquisa. No próximo capítulo, serão evidenciados elementos do aporte teórico, que guiarão o desenvolvimento de nossa pesquisa.

Capítulo 2

APORTE TEÓRICO

A proposta desta investigação está voltada para a elaboração e aplicação de atividades cujo objeto de estudo são as Medidas de Tendência Central, elementos que fazem parte da Estatística Descritiva.

Como nossa investigação tem uma proposta para a elaboração de atividades, acreditamos que seja necessário embasamento teórico para a elaboração e aplicação destas atividades. Deste modo, a Teoria das Situações Didáticas (TSD) atende aos objetivos de nossa pesquisa.

Neste capítulo, discorreremos acerca do nosso aporte teórico e apresentaremos aspectos referentes à Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau (1986), evidenciando as dialéticas de modelagem das situações didáticas pelos comentários de Almouloud (2007), Pommer (2013) e Freitas (2015).

2.1 A Teoria das Situações Didáticas

Conforme destacado por Freitas (2015), esta teoria trata de formas de apresentação a alunos do conteúdo matemático, possibilitando compreender melhor o fenômeno da aprendizagem da Matemática.

“Esta teoria busca criar um modelo entre o aprendiz e saber e o *milieu* (meio), no qual a aprendizagem deve se desenrolar” (ALMOULOU, 2007, p. 31). Conforme tradução deste autor, Brousseau define:

Um processo de aprendizagem pode ser caracterizado (se não determinado) por um conjunto de situações identificáveis (naturais ou didáticas) reprodutíveis, conduzindo frequentemente à modificação de um conjunto de comportamentos de alunos, modificação característica da aquisição de um determinado conjunto de conhecimentos. (BROUSSEAU, 1975, p. 6, *apud* ALMOULOU, 2007, p. 31).

A partir desta definição, Almouloud (2007) enfatiza que o objetivo da Teoria das Situações Didáticas é caracterizar um processo de aprendizagem por uma série de situações reprodutíveis, conduzindo frequentemente à modificação de um conjunto de comportamentos dos alunos. Essa modificação é característica da aquisição de um determinado conjunto de conhecimentos, da ocorrência de uma aprendizagem significativa (ALMOULOUUD 2007).

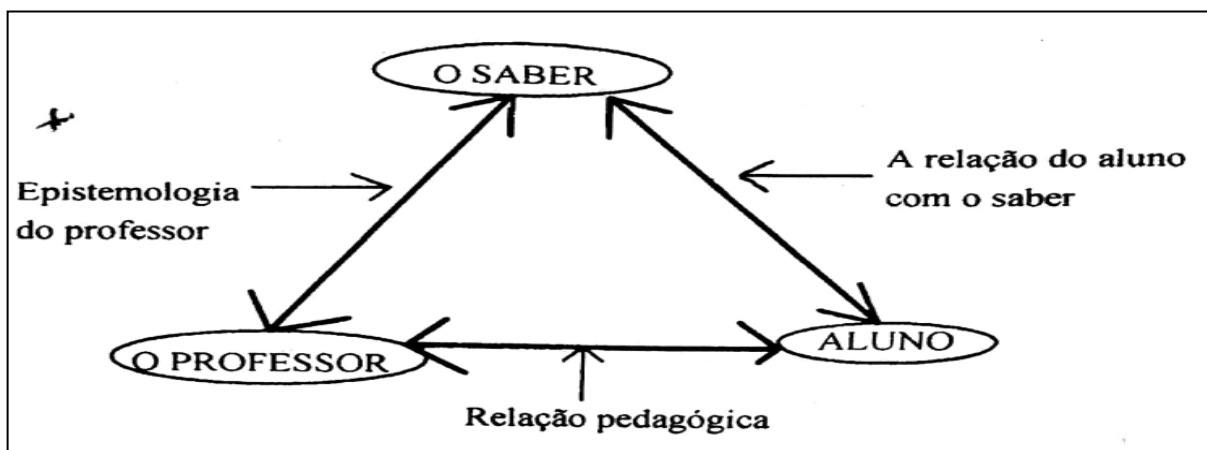
A origem do modelo criado e apresentado por esta teoria tem embasamento na análise crítica feita por Brousseau em trabalhos de Dienes, Pappy e de outros da década de 60 e 70, esses trabalhos visavam promover o ensino formalista conhecido como Matemática Moderna (FREITAS, 2015).

De acordo com este autor, o desenvolvimento desta teoria por Brousseau consistiu em um tratamento científico do trabalho didático, tendo como base a problematização matemática e a hipótese de que se aprende por adaptação a um meio que produz contradições e desequilíbrios, revelando a influência dos estudos feitos por Brousseau (1986) acerca da teoria da epistemologia genética de Piaget.

Conforme Almouloud (2007), o objetivo central de estudo nessa teoria não é o sujeito cognitivo, mas a dialética didática na qual são identificadas as interações entre professor, aluno e saber.

Neste sentido, destacamos na Figura 1 o que esse autor aponta como fundamental para Brousseau (1986), quando busca teorizar fenômenos ligados a essas interações.

Figura 1: Triângulo Didático



Fonte: Almouloud (2007, p. 32)

De acordo com a Figura 1, sob a perspectiva das interações que ocorrem no Triângulo Didático, os aspectos acerca da Teoria das Situações Didáticas evidenciam estas interações no processo de ensino e aprendizagem.

Trata-se de um referencial para a educação matemática que, por um lado, valoriza os conhecimentos mobilizados pelos alunos e seu envolvimento na construção do saber matemático e, por outro, valoriza o trabalho do professor, que consiste, fundamentalmente, em criar condições suficientes para que o aluno se aproprie de conteúdos matemáticos específicos. Dessa forma, ao organizar o *meio*, o professor tem expectativas em relação à participação dos alunos e estes também observam o trabalho do professor e buscam entender quais são as regras do jogo para direcionarem suas ações (FREITAS, 2015, p. 78-79).

Trazemos aqui a noção de *milieu*, concordando com Almouloud (2007), que considera um dos pontos fundamentais que dão suporte a essa teoria. O *milieu* é onde ocorrem as interações do sujeito, é o sistema antagonista no qual ele age (FREITAS, 2015).

A noção de *milieu* foi introduzida por Brousseau para analisar, de um lado, as relações entre os alunos, os conhecimentos ou saberes e as situações e, por um outro lado, as relações entre os próprios conhecimentos e as situações (ALMOULOU, 2007, p. 42)

Para Pommer (2013), o *milieu* representa os vários recursos que permitem ao aluno interagir com o objetivo de vencer o jogo ou resolver a situação-problema proposta, de modo a progredir em seus conhecimentos.

Quanto à noção de situação didática, ressaltamos que a forma de apresentação de um determinado conteúdo ao aluno é decisiva, de modo que esta forma pode influenciar no significado que é dado pelo aluno ao saber matemático.

Nesse sentido, Freitas (2015) ressalta que existirá uma situação didática sempre que ficar caracterizada a intenção do professor de possibilitar ao aluno a aprendizagem de um determinado conteúdo.

Uma situação didática é um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente, instrumentos e objetos, e um sistema educativo (o professor) com finalidade de possibilitar a estes alunos um saber constituído ou em vias de constituição (...) o trabalho do aluno deveria, pelo menos em partes, reproduzir características do trabalho científico propriamente dito, como garantia de uma construção efetiva de conhecimentos pertinentes. (BROUSSEAU, 1986 *apud* FREITAS, 2015, p. 80).

Aqui, definimos, como parte da situação didática, a situação adidática, que de acordo com Almouloud (2007) é caracterizada quando o professor imagina e planeja uma situação em que a intenção de ensinar não é revelada ao aprendiz, mas que busca propiciar condições favoráveis ao aluno para a apropriação do novo saber que deseja ensinar.

Pommer (2013) aponta as principais características das situações didáticas, segundo Brousseau (1986):

- (a) os alunos aceitam se responsabilizar pelo fazer e pela organização da dialética-problema, como um projeto pessoal;
- (b) ela é elaborada para se obter certo conhecimento que é parcial ou totalmente possível de ser alcançado pelo aluno;
- (c) espera-se que o aluno tome decisões, teste-as e modifique-as quando necessário para adequá-la à busca da resposta correta;
- (d) existe uma estratégia de base disponibilizada pelo repertório de conhecimento dos alunos que permita uma solução local ou uma solução parcial que inicie o desenvolvimento da atividade;
- (e) a eficácia e a viabilidade dependem das variáveis didáticas de comando que o professor convenientemente deve escolher e utilizar na concepção das atividades;
- (f) envolvem uma socialização que pode ocorrer de três modos; comunicação e negociação entre pares, com o jogo/problema e, eventualmente, em caso de extrema necessidade, com o professor;
- (g) é elaborada para que o aluno perceba que o novo conhecimento almejado é mais eficaz para encaminhar e resolver a dialética;
- (h) permite a construção do conhecimento, o que equivale a formação de sentido para o aluno (POMMER, 2013, p. 12).

A Teoria das Situações Didáticas evidencia estas características em um processo de quatro fases diferentes, nas quais o saber tem funções diferentes e o aprendiz não tem a mesma relação com o saber (ALMOULOU, 2007). De acordo com este autor, nessas fases interligadas podem-se observar tempos dominantes de *ação*, de *formulação*, de *validação* e de *institucionalização*.

A seguir, apresentamos considerações acerca dessas fases que constituem o processo de análise da aprendizagem, de acordo com a Teoria das Situações Didáticas, que, para Almouloud (2007), são chamadas de dialéticas e serão suporte de análise das atividades desenvolvidas pelos alunos nesta pesquisa.

2.1.1 Dialética de ação

Almouloud (2007, p. 37) indica que esta dialética consiste em colocar o aprendiz em uma dialética, chamada dialética de ação, tal que:

- Coloca um problema para o aluno cuja melhor solução, nas condições propostas, é o conhecimento a ensinar;
- O aluno possa agir sobre esta dialética e que ela lhe retorne informações sobre sua ação.

Nas situações de ação, ocorrem interações do aluno com o *milieu*. Nessas interações, o aluno reflete e simula tentativas para resolver o jogo ou problema, de modo a eleger um procedimento de resolução dentro de um esquema de adaptação (POMMER, 2013).

É uma dialética de ação, quando o aluno se encontra ativamente empenhado na busca de solução de um problema, realiza determinadas ações mais imediatas, que resulta na produção de um conhecimento de natureza mais operacional (FREITAS, 2015, p. 95).

No que se refere à estruturação de uma dessas situações, o professor escolhe alguns dados convenientes para que o aluno tenha condições de agir e, assim, buscar a solução de um determinado problema (FREITAS, 2015).

Almouloud (2007) ressalta que uma boa situação deve permitir ao aluno julgar o resultado de sua ação e ajustá-lo, se necessário, sem a intervenção do mestre, graças à retroação do *milieu*. O autor ainda assevera que a retroação do *milieu* faz o aluno aprimorar sua estratégia, ou abandoná-la para desenvolver outra, movimento característico de uma aprendizagem por adaptação.

2.1.2 Dialética de formulação

A dialética de formulação consiste no momento em que o aluno interage com uma ou várias pessoas, de modo que há troca de informações.

O aluno nesta interação pode ser emissor ou receptor de informações, passadas de forma escrita ou oral, podendo ser apresentadas em língua natural ou matemática, permitindo criar um modelo explícito que pode ser formulado com sinais

e regras comuns, já conhecidas ou novas (ALMOULOU, 2007). A dialética de formulação:

Trata-se do caso em que o aluno faz determinadas afirmações relativas à sua interação com o problema, mas sem a intenção de julgamento sobre validade, embora contenham implicitamente intenções de validação. Portanto, essas situações são caracterizadas pelo fato de não indicarem explicitamente os porquês da validade e de não está sendo cobrado a fazê-lo (FREITAS, 2015, p. 98).

Almouloud (2007) aponta a concepção de Brousseau, considerando que a dialética de formulação consiste em proporcionar ao aluno condições para que este construa, progressivamente, uma linguagem compreensível por todos, que considere os objetos e as relações matemáticas envolvidas na situação adidática.

Pommer (2013, p. 18) destaca que

nas situações de formulação, se instala intensa troca de informação entre o aluno e o 'milieu', ocorrendo tentativas de utilização de uma linguagem mais adequada para comunicação entre alunos, porém sem a obrigatoriedade do uso explícito de linguagem matemática formal.

Assim, a tentativa do aluno em elaborar uma resposta adequada, a partir da troca de informações, evidencia o objetivo desta fase na dialética didática.

2.1.3 Dialética de validação

Nesta fase, o aluno apresenta a sua estratégia utilizada para responder o problema proposto na dialética, de modo a deixar evidente a validade de sua estratégia. "Nas situações de validação há o contexto de trama de provas³ e de formalizações, objetivando a elaboração de uma linguagem mais rigorosa (prova) para convencimento dos interlocutores (pares)" (POMMER, 2013, p. 18).

De acordo com Freitas (2015, p. 18),

as situações de validação são aquelas que o aluno já utiliza mecanismos de prova e em que o saber é usado com essa finalidade. Essas situações estão relacionadas ao plano de racionalidade e diretamente voltadas para o

³ Provas, aqui entendida como apresentação de elementos que justifiquem o modelo ou raciocínio utilizado pelo aluno na situação didática.

problema da verdade. Elas podem ainda servir para contestar ou mesmo rejeitar proposições.

Quanto ao sujeito que age na dialética, para Almouloud (2007), o emissor deve justificar a exatidão e a pertinência de seu modelo e fornecer, se possível, uma validação semântica e sintática.

Com relação ao sujeito que recebe as justificativas da estratégia utilizada pelo emissor, o receptor, para Almouloud (2007), este, por sua vez, pode pedir mais explicações ou rejeitar as mensagens que não entende ou de que discorda, justificando sua rejeição.

Freitas (2015) aponta à análise de Balacheff (1988), em que um processo de validação se caracteriza, principalmente, como uma atividade que tem como finalidade assegurar a validade de uma dada proposição matemática, podendo ainda constituir em uma explicação teórica.

A atividade de validação é indissociável da atividade de formulação (FREITAS, 2015). O sujeito, tanto para formular quanto para validar matematicamente sua estratégia utilizada, recorre à linguagem natural e a simbólica. Para este autor, o mais comum é que o aluno faça o uso simultâneo das duas formas de linguagem.

Nesse sentido, para Almouloud (2007), o objetivo principal da dialética de formulação é a comunicação linguística, a dialética de validação busca o debate sobre a certeza das asserções, o que, para este autor, permite organizar as interações com o *milieu*.

Pommer (2013) ressalta que o professor nessas três fases procura não intervir, limitando-se a orientações quando julgar necessário, para evitar possíveis bloqueios.

2.1.4 Dialética da Institucionalização

As situações de institucionalização visam estabelecer o caráter de objetividade e de universalidade do conhecimento (FREITAS, 2015, p. 101).

Nas situações de institucionalização, o professor reassume um papel explícito, identificando, sistematizando e conferindo valor aos objetos debatidos nas situações de validação. Nessa etapa de institucionalização, o professor faz um fechamento das principais ideais ou conceitos mobilizados pela dialética didática, apontando quais conhecimentos dos alunos são relevantes e quais são descartáveis, podendo inclusive introduzir novos

conceitos, de modo a apresentar a teoria necessária para consolidar o objeto de estudo (POMMER, 2013, p. 19).

Para Almouloud (2007), uma vez constituído e validado, o novo conhecimento vai fazer parte do patrimônio matemático da classe, a institucionalização, embora não tenha o estatuto de saber social:

- Se feita muito cedo, a institucionalização interrompe a construção do significado, impedindo uma aprendizagem adequada e produzindo dificuldades para o professor e os alunos;
- Quando feita após o momento adequado, ela reforça interpretações inexatas, atrasa a aprendizagem, dificulta as aplicações;
- É negociada numa dialética. (ALMOULOU, 2007, p. 40).

Aqui, concordando com este autor e com Freitas (2015), que considera que o saber tem uma função de referência cultural que extrapola o contexto pessoal e localizado, entendemos que, após a institucionalização, feita pelo professor, o saber passa a ser domínio do aluno e podendo, em outros problemas matemáticos, ser usado por este aluno.

Neste capítulo, foram evidenciados elementos referentes à Teoria das Situações Didáticas, sendo este o aporte teórico adotado em nossa pesquisa para a elaboração, aplicação e análise da proposta de atividades. No capítulo a seguir, apresentaremos considerações acerca do objeto de estudo desta pesquisa, as Medidas de Tendência Central.

Capítulo 3

AS MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL

Neste capítulo, apresentamos considerações acerca de propriedades de dados numéricos, destacando o objeto de estudo desta investigação: as Medidas de Tendência Central. Conforme pontua Fiorentini e Lorenzato (2012), as Medidas são pontos em torno dos quais os valores de uma distribuição tendem a se agrupar. Incluem a média, a mediana e moda.

Acerca das propriedades de dados numéricos, Levine, Berenson e Stephan (2000) apresentam as três propriedades que descrevem um conjunto de dados: Tendência central, Variação e Formato. Com relação a estas propriedades, os autores pontuam que

em qualquer análise e/ou interpretação, várias medidas descritivas representando as propriedades de tendência central, variação e formato podem ser utilizadas para extrair e resumir as principais características do conjunto de dados. Se estas medidas descritivas resumidas forem calculadas através de uma amostra de dados, elas serão chamadas de *estatísticas*; caso sejam calculadas através de toda população de dados, elas serão chamadas de *parâmetros*. Como os estatísticos geralmente utilizam amostras em vez de utilizar populações inteiras, nossa principal ênfase neste texto estará na estatística, e não nos parâmetros. (LEVINE, BERENSON e STEPHAN, 2000, p. 119).

Com base nestas propriedades expostas, apresentamos os conceitos referentes às Medidas de Tendência Central, objeto de estudo na sequência de atividades propostas em nossa investigação.

As considerações de Levine, Berenson e Stephan (2000) indicam que a maioria dos dados apresenta uma diferente tendência de se agrupar ou se concentrar em torno de um ponto central.

Estes autores apresentam em sua obra cinco médias geralmente utilizadas como Medidas de Tendência Central: a média aritmética, a mediana, a moda, a média do intervalo e a média das juntas.

Atemo-nos a apresentar, aqui, as definições de média aritmética, mediana e moda, uma vez que, para as orientações curriculares vigentes, essas são as Medidas de Tendência Central a serem abordadas na educação básica, sendo o nível em que esta investigação se atenta.

3.1 Média

A média é a medida de tendência central que corresponde à soma de todos os valores de uma distribuição, dividida pela frequência total de casos (FIORENTINI e LORENZATO, 2012).

Para Cobo (2003), o problema que consiste em determinar a partir de um conjunto de medidas x_1, x_2, \dots, x_n a melhor estimativa possível do verdadeiro valor de X desconhecido, remete à ideia de média. Cobo (2003) traz os estudos de Plackett (1970) acerca da média, em que os astrônomos da Babilônia levantaram este problema, que foi resolvido na Idade Média por Tycho Brae, calculando a soma total das observações e dividindo pelo número de dados.

A média aritmética (também chamada de média), conforme apresentada por Bussab e Morettin (1987), vai ao encontro do que Levine, Berenson e Stephan (2010) indicam que é, em geral, o tipo de Medida de Tendência Central mais utilizada. É calculada somando-se todas as observações em um conjunto de dados e dividindo o total pelo número de itens envolvidos.

Novaes (2004) pontua que a média é a Medida de Tendência Central mais utilizada por ser robusta do ponto de vista matemático, pois considera em seu cálculo todos os valores da distribuição e para a interpretação entre as discrepâncias entre eles. Esta autora ressalta que, embora não seja adequada para os casos de grande variabilidade nos dados, ela é utilizada nos cálculos estatísticos avançados.

Apresentamos a notação algébrica da média para uma amostra:

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$$

Em que temos n observações X_1, X_2, \dots, X_n , a média aritmética que é representada pelo símbolo \bar{X} (lê-se “X barra”). Ou de forma simplificada:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

Onde:

\bar{X} = *média aritmética das amostras*

n = *tamanho da amostra*

X_i = *iésima observação da variável aleatória*

$\sum_{i=1}^n X_i$ = *somatória de todos os valores de X_i na amostra*

Concordamos com a definição de Novaes (2004), em que se pode interpretar a média como sendo um ponto de equilíbrio dos desvios da distribuição.

Quanto a uma situação de aprendizagem para o estudo da média, o que essa autora pontua entendemos como relevante na elaboração de uma sequência de atividades.

No nível de mobilização do conceito desejado em um processo de aprendizagem eficaz, pode-se esperar que o aluno faça mais do que a simples aplicação da fórmula para cálculo de média simples ou ponderada, identificando sua propriedade e sua aplicabilidade na dialética analisada (NOVAES, 2004, p. 38).

Entendemos, a partir do que Novaes (2004) destaca, que uma situação proposta para o estudo da média deve atentar para que esta possibilite ao aluno a mobilização de conhecimentos, no intuito de que ele consiga desenvolver em função da dialética proposta a sua capacidade de análise crítica dos dados, ao olhar para o valor da medida encontrada. Processo este característico do desenvolvimento do pensamento estatístico.

3.2 Mediana

Para Fiorentini e Lorenzato (2012) a mediana é a medida de tendência central que corresponde ao ponto de uma distribuição de valores que separa 50% de casos superiores dos 50% de casos inferiores.

No entendimento de Novaes (2004), a mediana corresponde a uma medida posicional. Supondo uma distribuição ordenada, é o valor que divide esta distribuição em duas partes iguais, indicando que a mediana é o termo central de uma distribuição (FRIOLANI, 2007). Isto ocorre caso não existam valores repetidos, em que metade das observações será menor e a outra metade será maior (LEVINE, BERENSON e STEPHAN, 2010).

Neste caso, utilizamos a fórmula do ponto de posicionamento:

$$\frac{n+1}{2}$$

Para determinar o valor da mediana, uma das seguintes regras deve ser seguida:

- Se o tamanho da amostra for um número ímpar, a mediana é representada pelo valor numérico que corresponde ao ponto de posicionamento $(n + 1)/2$ das observações após ordenação.
- Se o tamanho da amostra for número par, o ponto de posicionamento fica entre as duas observações do meio da disposição ordenada. A mediana é a média dos valores numéricos correspondentes àquelas duas observações centrais. (LEVINE, BERENSON e STEPHAN 2010, p. 122).

A definição apresentada por estes autores vai ao encontro do que Novaes (2004) pontua, que a mediana exige uma ordenação dos dados e que ela não é afetada por qualquer observação extrema de um conjunto de dados. No entanto, a autora ressalta que a mediana não é adequada para dados nominais, a não ser que seja atribuída uma escala de pontos (NOVAES, 2004).

Quanto à aplicação da mediana, será pertinente sempre que, em conjunto de dados, a média não seja representativa, ou seja, em um conjunto de dados que apresentam observações extremas e que distorcem o valor para a média (LEVINE, BERENSON e STEPHAN, 2010).

Friolani (2007) assevera, acerca da compreensão e ensino, que a mediana exige baixo custo cognitivo de significado e, mesmo para a sua determinação em um conjunto pequeno de dados, justifica seu trabalho a partir da 5ª série do Ensino Fundamental.

Concordando com Friolani (2007), entendemos que o aluno na educação básica pode ter acesso a este conhecimento, o que justifica a nossa sequência de atividades.

3.3 Moda

A moda é uma medida de tendência central que corresponde ao valor de maior frequência em uma distribuição (FIORENTINI e LORENZATO, 2012). De acordo com Friolani (2007, p. 30), a moda é o valor que se repete com maior frequência.

Para distribuições simples (sem agrupamento de classes), a moda é facilitada pela simples observação do elemento que se apresenta com maior frequência (MARTINS e DONAIRE, 1987).

Em alguns casos, pode haver mais de uma moda, ou seja, a distribuição dos valores pode ser bimodal, trimodal etc. (BUSSAB e MORETTIN, 1987). A moda só leva em conta a frequência dos dados (COBO, 2003).

Conforme Martins e Donaire (1987), em dados agrupados em classes há diversas fórmulas para o cálculo da moda.

Apresento um processo algébrico para o cálculo da moda, exposto na obra dos autores – a fórmula de Czuber:

1º passo: Identifica-se a classe modal (aquela com maior frequência).

2º passo: Aplica-se a fórmula:

$$Mo = l + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \cdot h$$

Onde:

l = limite inferior da classe modal

Δ_1 = diferença entre a frequência da classe modal e a imediatamente anterior

Δ_2 = diferença entre a frequência da classe modal e a imediatamente posterior

h = amplitude da classe

Friolani (2007) indica que se trata de uma medida que pode ser determinada para qualquer tipo de variável, seja qualitativa ou quantitativa e pode ser trabalhada mesmo com alunos das séries iniciais de escolaridade.

Concordando com este último autor, assim como as indicações das orientações curriculares, entendemos que propor situações que propiciem aos alunos, desde as séries iniciais, construir conjecturas acerca destes conteúdos, neste caso o conceito de moda, pode favorecer o desenvolvimento do aluno frente ao saber estatístico.

Neste capítulo, apresentamos elementos que favorecem a compreensão das Medidas de Tendência Central, objeto de estudo das atividades propostas em nossa investigação. No capítulo seguinte, apresentaremos os procedimentos metodológicos de nossa pesquisa, buscando evidenciar detalhes quanto às escolhas e metodologia adotadas para realizar esta pesquisa.

Capítulo 4

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Os procedimentos metodológicos surgem da necessidade de realizar um experimento de maneira sistematizada e de forma rigorosa. Neste sentido, Fiorentini e Lorenzato (2012) apontam elementos de uma pesquisa, que norteiam este processo.

De acordo com os autores, a natureza da questão de investigação e os objetivos da pesquisa são elementos que sugerem a definição de procedimentos para a coleta de dados, bem como conduzem às análises da pesquisa a ser realizada (FIORENTINI e LORENZATO, 2012).

Aqui, tomamos como referência os apontamentos de Fiorentini e Lorenzato (2012) ao delimitarmos o contexto da pesquisa. Buscamos sistematizar os passos a serem percorridos a fim de atingir os objetivos e chegar à resposta para o questionamento da investigação.

Assim, para sistematizar a elaboração e a aplicação da proposta de atividades, a partir de escolhas que detalharemos a seguir, adotamos pressupostos da metodologia de pesquisa Engenharia Didática, que também são apresentados neste capítulo, de modo a explicitar as fases que constitui essa metodologia que conduz às análises desta investigação, à luz do aporte teórico adotado.

4.1 As escolhas

A pesquisa tem como proposta uma sequência de atividades. Diante disso, sentimos a necessidade de fazermos escolhas, de modo a possibilitar a aplicação dos instrumentos da investigação.

Constituíram-se escolhas: a utilização de recursos da tecnologia digital, que implicou na escolha do *software* GeoGebra; o caráter da pesquisa, trata-se de uma pesquisa qualitativa; o local para a realização da pesquisa, uma escola da rede pública

de educação do estado de São Paulo; o ambiente para a aplicação da pesquisa, que foi o laboratório de informática; os participantes, que foram alunos da 1ª série do Ensino Médio; os encontros e horários para a aplicação da proposta de atividades, que constituíram-se em três encontros ocorridos no mês de junho de 2017, sendo os dois primeiros com início às 12 h 30 min e término às 13 h 20 min e o último encontro com início às 13 h e término às 14 h 45 min.

Constituem-se em escolhas os instrumentos para a coleta dos dados da pesquisa em que o pesquisador parte da observação das respostas, faladas e escritas, construções realizadas para a resolução das atividades no GeoGebra, bem como filmagens e fotos obtidas durante todas as seções da pesquisa.

4.1.1 Os recursos tecnológicos

Entendemos que a tecnologia digital possa auxiliar os nossos alunos, concordando com a concepção acerca da utilização de recursos tecnológicos na educação, trazida por Abar (2011, p. 19), quando destaca que

na era digital, os recursos tecnológicos que se apresentam para dar suporte à educação, e em especial, à Educação Matemática são inumeráveis. Softwares interativos, objetos de aprendizagem, applets, hipertextos, portais na internet, blogs, podcasts, vídeos, simulações, jogos, ambientes virtuais de aprendizagem, realidade virtual, realidade aumentada e outros recursos que privilegiam a ação, a reflexão e a interação estão disponíveis e ao alcance de professores, pais e alunos.

Neste sentido, Ribacionka (2010) aponta que os computadores estão presentes também na abordagem da filosofia da análise exploratória de dados, utilizada em Estatística, com a utilização dos mais diversos softwares.

(...) o uso destes aplicativos faz com que os alunos reflitam sobre os dados coletados e possam realizar conclusões de uma forma mais dinâmica e não se aterem aos cálculos, necessários para que cheguem a um resultado, também permite a um maior grau de correção dos resultados obtidos (RIBACIONKA, 2010, p. 51).

Respondendo à questões sobre a utilização dos recursos tecnológicos, Abar (2011) aponta que as tecnologias, além de permitirem situações que simulam o real e possibilitarem um aprendizado significativo e desafiador, ajudam as pessoas a entenderem a Matemática.

A partir desta concepção, consideramos pertinente se utilizar desta gama de elementos tecnológicos, de modo a propiciar para nossos alunos uma possibilidade de construir seu conhecimento.

Neste sentido, encontramos em documentos oficiais base para isso (BRASIL, 2016), em que se destaca o uso de tecnologias – como calculadoras, para avaliar e comparar resultados, e planilhas eletrônicas, que ajudam na construção de gráficos e nos cálculos das medidas de tendência central. Sob esta perspectiva entende-se que o estudo feito em nossa pesquisa possa ser potencializado, de modo que ela venha para contribuir com o desenvolvimento racional, refletindo na realidade do sujeito.

4.1.2 O GeoGebra

Dentre os muitos recursos tecnológicos disponíveis, e que poderiam ser usados nesta pesquisa, escolhemos o GeoGebra.

Nossa escolha vem concordando com a afirmação de que o GeoGebra já é bem conhecido nos cursos de formação de professores de Matemática como uma excelente opção de software educacional gratuito para o ensino e a aprendizagem de Geometria e Funções (BORTOLOSSI, 2016).

Conforme este autor destaca, o GeoGebra foi criado pelo austríaco Markus Hohenwarter em sua dissertação de mestrado (HOHENWARTER, 2002), o GeoGebra⁴ é um software gratuito desenvolvido para o ensino e aprendizagem da Matemática nos vários níveis de ensino (do básico ao universitário) (BORTOLOSSI, 2016).

Algo relevante e decisivo para a utilização do GeoGebra em nossa investigação é que, de acordo com o que Bortolossi aponta

por meio de suas múltiplas janelas, o GeoGebra reúne, em um único ambiente, recursos gráficos, numéricos, simbólicos e de programação em Geometria, Aritmética, Álgebra, Funções, Estatística e Probabilidade. Assim, o GeoGebra tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si (BORTOLOSSI, 2016, p. 430).

⁴ Disponível em (<http://www.geogebra.org>), acesso em 19 de fevereiro de 2018.

Entendemos que esta vantagem didática apresentada pelo autor é relevante, frente ao que propomos em nossas atividades, que consistirá no auxílio para a organização, tratamento e, conseqüentemente, irá facilitar a interpretação de dados, considerando a vantagem didática colocada por Bortolossi (2016), o que justifica o auxílio do GeoGebra na construção significativa do conhecimento.

4.1.3 O tipo de pesquisa

Esta pesquisa tem um caráter qualitativo, surgindo inicialmente em estudos ligados à Antropologia e à Sociologia. Nos últimos 30 anos, esse tipo de pesquisa ganhou espaço em áreas como a Psicologia, a Educação e a Administração de Empresas (NEVES, 1996).

Neves (1996) aponta o trabalho de Godoy (1995a), que ressalta a diversidade existente entre os trabalhos qualitativos, os resultados de diferenças quanto ao método utilizado, à forma e aos objetivos das pesquisas.

Neste sentido, apresento um conjunto de características essenciais capazes de identificar uma pesquisa qualitativa:

- O ambiente natural como fonte direta de dados e o pesquisador como instrumento fundamental;
- O caráter descritivo;
- O significado que as pessoas dão às coisas e à sua vida como preocupação do investigador;
- Enfoque indutivo. (GODOY 1995a, p. 62, *apud* NEVES 1996, p. 1).

Partindo destas características, consideramos que nossa pesquisa tem um caráter qualitativo, uma vez que temos como fonte direta de nossos dados um ambiente natural, em que a presença do pesquisador se torna fundamental, visto que neste estudo é imprescindível descrever, com detalhes, eventos ocorridos no momento da pesquisa. Ainda ressaltamos a importância dada à realidade dos sujeitos participantes, na busca de auxiliá-los em uma mudança de comportamento, induzindo à aquisição de um novo conhecimento por meio da atividade realizada na pesquisa.

4.1.4 Local de realização da pesquisa

A pesquisa foi realizada na Escola Estadual Professora Eurydice Zerbini, da rede estadual de educação de São Paulo, localizada no Parque Fongaro, região sul da capital do estado.

Na região em que a escola está situada, a população é atendida por projetos sociais, culturais, desenvolvidos por ONGs. É possível identificar aos arredores da escola que a população conta com as assistências do Governo Federal, Estadual e Municipal, tendo disponível um Distrito Policial, um Ambulatório Médico Especializado (AME), uma Unidade Médica Avançada (AMA), além de um hospital (Hospital Heliópolis), ainda encontramos na região a forte presença de projetos de habitação popular, revelando uma comunidade populosa e carente, que necessitam, de fato, de apoio dos órgãos governamentais.

Por estar em uma região com grande número de escolas nas proximidades, a escola atende apenas ao Ensino Fundamental II e ao Ensino Médio. Cerca de 410 alunos cursam o Ensino Médio no período matutino e aproximadamente 280 alunos cursam o Ensino Fundamental II no período vespertino.

Quanto ao quadro de docentes da escola, encontramos, em sua maioria, titulares de cargo efetivo, e que são habituados à realidade da comunidade.

4.1.5 O espaço da escola para a realização da pesquisa

Quanto ao local de realização das sessões da pesquisa, todos os encontros foram realizados no laboratório de informática, que conta com 17 computadores em funcionamento, conforme mostra a Figura 2.

Quanto à utilização deste ambiente, identificamos que ele é frequentado pelos alunos no horário normal de aula, tanto na disciplina de Matemática, como em outras disciplinas, sendo possível a utilização deste ambiente por meio de agendamento, feito pelo docente junto à coordenação pedagógica.

Figura 2: Sala de Informática



Fonte: Dados da pesquisa

4.1.6 Os alunos participantes

Os participantes desta investigação são alunos egressos do Ensino Fundamental II, atualmente, cursando a primeira série do Ensino Médio. Nesta unidade escolar são destinadas quatro salas às primeiras séries (A, B, C e D), cada sala com aproximadamente 40 alunos.

Neste estudo os alunos foram selecionados de acordo com uma lista de interesse previamente enviada pelo pesquisador, de forma que era levada em conta a disponibilidade de horário por parte do aluno, pois as sessões para a aplicação da pesquisa seriam realizadas fora do horário de aula.

Foram sete alunos participantes deste estudo, dois da primeira série A, (os alunos **a1** e **a2**), dois da primeira série C (os alunos **c1** e **c2**) e três da primeira série D (os alunos **d1**, **d2** e **d3**).

Em relação à idade dos participantes, todos tinham entre 14 e 15 anos.

4.1.7 Os encontros e horários

Esta investigação se realizou em três encontros, todos no mês de junho de 2017, período correspondente ao segundo bimestre do ano letivo.

O primeiro encontro ocorreu em 7 de junho, com início às 12h30min e término às 13h20min, totalizando uma sessão de 50 minutos. Estiveram presentes os seguintes alunos: **a1, a2, c1, d1, d2 e d3**. Na Figura 3 pode ser observado os alunos em um dos encontros.

Figura 3: Aplicação da atividade 0, sessão 1 da pesquisa



Fonte: Dados da pesquisa

O segundo encontro ocorreu em 14 de junho, com início às 12 h 30 min e término às 13 h 20 min, totalizando uma sessão de 50 minutos. Estiveram presentes os seguintes alunos: **c2, d1, d2 e d3**.

O terceiro encontro ocorreu em 21 de junho, com início às 13 h e término às 14 h 45 min, havendo durante este período um intervalo de 5 minutos. Neste encontro, tivemos duas sessões de 50 minutos. Estiveram na primeira sessão os seguintes alunos **c2, d1 e d2**. Para a segunda sessão, o aluno **c2** não pôde participar por questões de indisponibilidade de horário, ficando para a segunda sessão os alunos **d1 e d2**.

Registramos certa dificuldade em nosso estudo no que se refere à frequência dos participantes nas sessões, no entanto, este fato se explica pela rotina da escola, em que é comum a falta dos alunos mesmo em horários normais de aula.

4.1.8 Coleta de dados

Com relação à coleta de dados a ser considerada nesta pesquisa, constitui-se nos dados provenientes das produções dos alunos, ou seja, as respostas, faladas e escritas, referente às questões apresentadas em cada sessão, telas de resolução das atividades no GeoGebra, filmagens e fotos obtidas durante todas as sessões da pesquisa.

Em função destes dados coletados, faremos a análise dos resultados desta investigação levando em consideração apenas dois participantes, os alunos **d2** e **d3**, pois foram os que compareceram em todos os encontros.

4.2 A metodologia de pesquisa Engenharia Didática

Artigue (1995) delimita a Engenharia Didática em quatro fases: as análises preliminares, concepção e análises *a priori*, experimentação e as análises *a posteriori* e validação.

Na elaboração, aplicação e análise do material que compõe a proposta de atividades sobre o estudo das Medidas de Tendência Central, objeto de estudo desta pesquisa, utilizou-se os pressupostos da Engenharia Didática de Michèle Artigue (1988).

Do mesmo modo, Almouloud (2007) considera que a Engenharia Didática envolve estudos preliminares, a construção, exploração e análise de situações de aprendizagem. Para este autor, o objetivo é relacionar o professor, os alunos e um elemento do saber matemático.

Artigue (1995) e Machado (2015) apontam que a noção de Engenharia Didática surge nas pesquisas da Didática da Matemática, que incluem a parte experimental, desde a década de 80.

Para Artigue, o termo Engenharia Didática é

(...) uma forma de trabalho didático equiparável com um trabalho de um engenheiro que, para realizar um determinado projeto, baseia-se em conhecimentos científicos de seu domínio e aceita submeter-se a um controle de tipo científico. No entanto, ao mesmo tempo, encontra-se obrigado a trabalhar com objetos muito mais complexos que os objetos depurados da ciência e, portanto, tem que abordar com praticamente todos meios

disponíveis problemas dos quais a ciência não quer ou não pode levar em conta (ARTIGUE, 1995, p. 33, tradução nossa)⁵.

Neste sentido, Machado (2015) entende a Engenharia Didática como uma metodologia de pesquisa específica. A autora apresenta a concepção de Douady (1993) que define esta metodologia como sendo:

(...) uma sequência de aula(s) concebida(s), organizada(s) e articulada(s) no tempo, de forma coerente, por um professor-engenheiro para realizar um projeto de aprendizagem para uma certa população de alunos. No decurso das trocas entre professor e alunos, o projeto evolui sob as reações dos alunos em função das escolhas do professor (DOUADY, 1993, p. 2, *apud* MACHADO, 2015, p. 234).

Partindo das considerações supracitadas, apresentaremos, a seguir, os pressupostos levados em conta para a elaboração, aplicação e análise da proposta de atividades: as análises preliminares, análises *a priori*, experimento, análises *a posteriori* e validação.

4.2.1 Análises preliminares

Conforme apontado por Artigue (1995), na elaboração de uma Engenharia Didática, inicialmente, além da pesquisa estar embasada em um quadro teórico e em conhecimentos específicos do campo de estudo, faz-se necessário um determinado número de análises preliminares.

Para a autora, as análises mais frequentes estão relacionadas com a epistemologia dos conteúdos que são abordados, os processos de ensino e seus efeitos, as concepções dos estudantes, das dificuldades e obstáculos que afetam a evolução da aprendizagem e as possíveis restrições que poderão surgir na realização da sequência de atividades, de modo que tais análises realizam-se tomando como referência os objetivos da pesquisa (ARTIGUE, 1995).

⁵ [...] una forma de trabajo didáctico equiparable con el trabajo del ingeniero quien, para realizar un proyecto determinado, se basa en los conocimientos científicos de su dominio y acepta someterse a un control de tipo científico. Sin embargo, al mismo tiempo, se encuentra obligado a trabajar con objetos mucho más complejos que los objetos depurados de la ciencia y, por lo tanto, tiene que abordar prácticamente, con todos los medios disponibles, problemas de los que la ciencia no quiere o no puede hacerse cargo (ARTIGUE, 1995, p. 33).

A seguir, apresentaremos elementos que constituíram as análises preliminares para esta investigação.

Entendemos que, a partir de nossa revisão da literatura, poderiam ser feitas análises preliminares para este estudo. Deste modo, as pesquisas contidas nessa revisão possibilitaram conjecturar elementos relacionados ao objeto de estudo.

A estrutura que está posta traz aspectos da estrutura curricular, destacados nos documentos oficiais PCN (1998), Currículo do Estado de São Paulo (2010) e BNCC (2017), que permitem identificar onde o nosso objeto de estudo se apresenta nestas propostas, inserido em blocos relacionados ao Tratamento da Informação.

Neste sentido, Lopes (1998) faz análises de propostas curriculares, as quais nos permitem entender como está sugerida a abordagem da estatística e, conseqüentemente, das Medidas de Tendência Central.

Diante das propostas curriculares, Friolani (2007) apresenta, por meio de uma análise de livros didáticos, elementos relacionados à organização didática dos livros, apontando fatores que, nessa organização, favorecem ou não a aprendizagem do aluno. Neste sentido, Morais (2006) nos apontava em sua pesquisa, com análise de livros didáticos, que estes não propunham situações com elementos suficientes para o desenvolvimento do pensamento estatístico, conforme as sugestões das propostas curriculares.

Morais (2006) ainda pontua que os professores não apresentam níveis adequados, em relação às suas concepções da estatística, conjecturando que o livro didático pode contribuir para isso.

Diante das constatações de Morais (2006), nos apoiamos na investigação de Lemos (2007), que assinala a existência de inconsistências sobre a compreensão das Medidas de Tendência Central, tomando como referência concepções de alunos e professores, em vários níveis.

Assim, debruçamo-nos na pesquisa de Cobo (2003) que, por meio de um estudo teórico-experimental, apresenta considerações acerca dos tipos de problema, representações, procedimentos de cálculo, entre outros aspectos que são apontados como relevantes no que se refere aos significados e compreensão das Medidas de Tendência Central.

Para elaborar a proposta de atividades deste estudo, consideramos que os aspectos colocados por Cobo (2003) poderiam ser abordados a partir da utilização das Tecnologias Digitais. Concordando com Abar (2011), que assevera acerca dos desafios na utilização das Tecnologias Digitais na prática docente, pontuando o importante papel dessas tecnologias na sociedade e apontando a utilização na educação.

A proposta de atividades sugere o GeoGebra como Tecnologia Digital a ser utilizada. A justificativa para a escolha do GeoGebra concorda com Bortolossi (2016), que aponta potencialidades para o ensino da Estatística e Probabilidade.

4.2.2 Análises *a priori*

De acordo com Almouloud (2007), essa fase tem como finalidade responder a questionamentos, bem como validar hipóteses que surgem a partir das análises preliminares, que leva o pesquisador à construção e análise de uma sequência de situações-problema.

Aqui, apresentamos características que este mesmo autor aponta e que devem ser levadas em consideração acerca da construção dessas situações-problema.

- Os alunos entendem facilmente os dados do problema e podem se engajar na resolução, usando seus conhecimentos disponíveis.
- Estas situações devem colocar em jogo um campo conceitual que se deseja efetivamente explorar e no qual o conhecimento está inserido.
- Os conhecimentos antigos dos alunos são insuficientes para a resolução completa do problema.
- Os conhecimentos, o objeto de aprendizagem, são as ferramentas que devem ser mobilizadas, em última instância, para obter a solução final.
- O problema pode envolver vários domínios de conhecimentos: álgebra, geometria, domínio numérico, entre outros. (ALMOULOU, 2007, p. 174).

Diante dessas características, o investigador deve tomar a decisão sobre um determinado número de variáveis presentes no sistema o qual a situação-problema se desenvolve (ARTIGUE, 1995). Esta autora aponta dois tipos de variáveis:

- As *variáveis macrodidáticas* ou *globais*, relativas à organização global da engenharia.

- As *variáveis microdidáticas* ou *locais*, relativas à organização local da engenharia, ou seja, a organização de uma sessão ou de uma fase (ARTIGUE, 1995, p. 42).

Conforme apontam Artigue (1995), Almouloud (2007) e Machado (2015), os dois tipos de variáveis podem ser de ordem geral, ou dependentes do conteúdo matemático estudado. No entanto, a primeira autora cita Brousseau (1986), evidenciando que no nível *microdidático* é clássica a distinção de dependência das variáveis, diferenciando-se as variáveis ligadas ao problema das variáveis associadas com a organização e a gestão do “meio”.

Nesta pesquisa, entendemos como variáveis as escolhas de ordem geral, global, quando nos referimos a uma escola pública, como local para a realização da pesquisa, ao laboratório de informática como ambiente para o experimento, à utilização de uma Tecnologia Digital, o GeoGebra, a quantidade de alunos participantes, a quantidade de sessões da pesquisa, a duração de cada sessão e a entrega da atividade impressa aos participantes.

Assim, as escolhas locais se apresentam na forma como se estrutura a proposta, de modo que cada atividade apresenta um contexto gerador dos dados a serem tratados, o material de apoio para a realização do tratamento dos dados oriundos de cada atividade no GeoGebra, os questionamentos e os passos a serem seguidos no material de apoio para apresentar uma resposta, as diferentes representações dos dados no GeoGebra, os questionamentos em função das representações dos dados e a exigência da descontextualização do saber matemático.

Machado (2015, p. 242) destaca que “as escolhas de ordem geral, globais, precedem a descrição de cada fase da engenharia quando influem nas escolhas locais”. Neste sentido, a autora ressalta que, embora as escolhas globais possam aparecer separadamente, há uma relação de interdependência com as escolhas locais.

Aqui, entendemos que as escolhas nos levam a conceber a proposta de atividades, conforme Almouloud (2007). Este autor assinala que as atividades devem ser concebidas de modo a permitir que os alunos desenvolvam certas habilidades e competências.

As situações-problema devem ser concebidas de modo a permitir ao aluno agir, se expressar, refletir e evoluir por iniciativa própria, assim adquirindo novos conhecimentos. O papel do professor é o de mediador e orientador; suas intervenções devem ser feitas de maneira a não prejudicar a participação do aluno no processo de aprendizagem (ALMOULOU, 2007, p. 174-175).

Pontuamos que, no capítulo a seguir, apresentaremos as respectivas atividades que compõem a proposta, ressaltamos que cada atividade é seguida de uma análise *a priori*, que acreditamos possibilitar uma melhor compreensão deste tópico na pesquisa ora apresentada.

4.2.3 Experimentação

De acordo com Artigue (1995), esta fase é bem conhecida, é clássica. Conforme Machado (2015, p. 244), esta fase se inicia no momento em que se dá o contato do pesquisador com os alunos participantes da investigação. Almouloud (2007) diz que este é o momento de colocar em funcionamento o dispositivo construído. Para Machado (2015), a experimentação supõe:

- A explicação dos objetivos e condições de realização da pesquisa à população dos alunos que participará da experimentação;
- O estabelecimento do contrato didático;
- Aplicação dos instrumentos da pesquisa;
- Registro das observações feitas durante a experimentação (observação cuidadosa descrita em relatório, transcrição dos registros audiovisuais etc. (MACHADO, 2015, p. 244-245).

Almouloud (2007) e Machado (2015) asseveram acerca da necessidade de uma análise *a posteriori* local durante o desenvolvimento experimental, de modo a identificar a necessidade de possíveis correções, sendo necessário um retorno à análise *a priori*, um processo de complementação.

No entanto, esta última autora ressalta que durante a experimentação deve-se respeitar, na medida do possível, as escolhas e deliberações feitas na análise *a priori*, a fim de evitar o malogro da engenharia.

Neste sentido, o experimento da pesquisa ora apresentada se utilizou das suposições apontadas por Machado (2015), bem como, durante as sessões da pesquisa, fez-se correções, na quarta sessão, no que diz respeito à apresentação do

conjunto de dados e a estruturação dos questionamentos, respeitando as escolhas oriundas da análise *a priori*, como será apresentado no capítulo a seguir.

4.2.4 Análise *a posteriori* e validação

Esta fase está baseada no conjunto de dados recolhidos ao longo da experimentação (ARTIGUE, 1995). Dá-se o tratamento dos dados que constam da seleção dos dados pertinentes da análise *a posteriori* (MACHADO, 2015).

Tomamos como referência Almouloud (2007), acerca da análise *a posteriori* de uma sessão, que a define como “um conjunto de resultados que se pode tirar da exploração dos dados recolhidos e que contribui para a melhoria dos conhecimentos didáticos que se tem sobre as condições da transmissão do saber em jogo”. O mesmo autor ainda assevera que esta fase é feita à luz da análise *a priori*, dos fundamentos teóricos, das hipóteses e da problemática da pesquisa.

Diante das considerações, nos apoiamos em Machado (2015), que aponta para a confrontação das análises *a priori* e *a posteriori* para validar ou refutar hipóteses levantadas no início da pesquisa.

Destacamos que é a partir dessa confrontação que buscamos encontrar respostas para a nossa questão de pesquisa.

Nosso interesse, neste capítulo, foi apontar detalhes que possibilitassem conhecer o contexto em que esta investigação se realiza, evidenciando as escolhas e procedimentos metodológicos que nortearam a estruturação da proposta de atividades. No capítulo a seguir, apresentaremos as atividades propostas e suas respectivas análises *a priori* e *a posteriori* que compõem a nossa pesquisa.

Capítulo 5

PROPOSTA DAS ATIVIDADES

Diante dos pressupostos da Engenharia Didática, ao elaborar as atividades, tomamos como referência as análises preliminares, de modo que os questionamentos apresentados aos participantes têm embasamentos nas propostas curriculares e investigações abordadas em nossa revisão da literatura. Do mesmo modo, é a partir desses estudos preliminares que se realiza uma análise *a priori* de cada atividade, pontuando expectativas e possíveis processos a serem realizados pelos alunos para solucionar os questionamentos.

No que se refere às temáticas que originam os dados a serem tratados em cada atividade e os respectivos questionamentos, acatamos como base prescrições das propostas curriculares.

Conforme o Currículo do Estado de São Paulo em suas orientações para o ensino da Matemática e suas Tecnologias:

Vivemos uma época em que as atividades interdisciplinares e as abordagens transdisciplinares constituem recursos fundamentais para a construção do significado dos temas estudados, contribuindo de modo decisivo para a criação de centros de interesse nos alunos (SÃO PAULO, 2012, p. 28).

Assim, as atividades envolveram problemáticas com temas de conhecimento geral: peso infantil, diferenças salariais e esperança de vida ao nascer. Esses temas foram geradores dos dados, que ao serem tratados, por meio dos questionamentos, revelaram aos participantes a necessidade de respostas envolvendo significados relacionados às Medidas de Tendência Central com o tema da atividade.

Acerca da utilização do GeoGebra, não houve a necessidade de uma sensibilização quanto ao seu acesso, pois os alunos o utilizavam nas aulas de matemática. No entanto, utilizar a planilha do GeoGebra era algo novo, o que evidenciou a necessidade de instrumentalizá-los para que o *software* pudesse ser útil, servindo de apoio para o processo de tratamento e interpretação dos dados.

Diante desta necessidade, optamos para que todas as atividades fossem apresentadas aos alunos, acompanhadas com um material de apoio, de modo a instrumentalizar os alunos com sugestões e procedimentos para o tratamento dos dados de cada atividade.

A seguir, apresentamos as atividades propostas neste estudo, seguidas de seus respectivos materiais de apoio, e as fases de análises *a priori*, desenvolvimento do experimento e análises *a posteriori*, características da Engenharia Didática, de modo que na sequência de atividades buscamos nas dialéticas de *ação, formulação, validação e institucionalização*, originárias de nosso aporte teórico, identificar possíveis potencialidades do GeoGebra para o estudo das Medidas de Tendência Central.

Atividade 0

Um estudo acerca do peso de crianças foi solicitado pela Secretaria da Saúde de uma cidade. A tabela a seguir mostra pesos em Kg de 13 crianças de 3 anos, coletados no primeiro dia de trabalho por um agente de saúde com a população de uma comunidade.

Tabela 1: Dados da atividade 0

16	13,8	12,9	14,5	14,3	13,4	14,5
14,3	16	14	13,6	14,5	13,9	


Fonte: Elaboração do Autor

De acordo com os dados coletados, determine:

- Qual o valor da média do peso das crianças?
- O que o número encontrado representa com relação aos dados?
- Qual o valor da mediana em relação ao peso das crianças?
- O valor encontrado evidencia alguma informação ao olhar para os dados apresentados?
- Existe o valor da moda quanto ao peso das crianças?
- Se existe, o que ele representa?

Resolução

Para resolver a atividade utilizando o GeoGebra, seguir os seguintes passos:

- Abrir o GeoGebra 
- Na parte superior da tela, clicar em **Exibir**, clicar com o botão esquerdo do mouse e selecionar planilha.
- Após abrir a planilha, com os dados do problema, colocar cada valor em uma célula da planilha, criando uma tabela vertical com os dados.
- Após ter colocado os dados na planilha, criar uma lista com os dados, selecionando-os da seguinte forma: clicando com o botão esquerdo do mouse sobre a primeira célula, segurar e arrastar o mouse até a última célula.

Para resolver o item (a), digite na Entrada **MEDIA[peso]** e tecele Enter. O número obtido está na janela de álgebra. Qual o valor desse número?

O que ele representa em relação ao peso das crianças?

Utilizando apenas os dados da planilha, podemos encontrar o valor da média?

Próximo Passo

Digite na Entrada **Ordenar[peso]**, esta ação cria uma nova lista, que será renomeada de **pesoOrdenado**.

Para o item b), digite na Entrada **MEDIANA[peso]** e tecele Enter. O número obtido está na janela de álgebra. Qual o valor desse número?

O que ele representa na lista **pesoOrdenado**. E com os dados da Atividade?



Para o item c), digite na Entrada **MODA[peso]** e tecele Enter. O número obtido está na janela de álgebra. Qual o valor desse número?

O que ele representa na lista **pesoOrdenado**? E com os dados da Atividade?

Para Auxiliar

Crie um gráfico com os dados da tabela, seguindo os passos:

- Selecione os dados na planilha.

- Clique diretamente no segundo ícone  e, ao abrir uma janela, clique em analisar.
- Na janela **Análise de Dados** ir à barra de rolagem, escolher e alterar a apresentação gráfica de Histograma por “Diagrama de Barras”.
- No gráfico obtido, o que significa a barra maior? Coincide com o valor da moda encontrado?
- Na janela análise de dados, clique no ícone . Na tabela que se abre, os valores da média e da mediana coincidem com os valores encontrados anteriormente?
- Tem alguma outra observação que queira registrar sobre a atividade?

Análise *a priori* da Atividade 0

A atividade pressupõe que o aluno mobilize uma série de mecanismos, espera-se que a utilização do GeoGebra, acompanhado do material de apoio da atividade, minimize as dificuldades que possam surgir. Neste sentido, esperamos que o GeoGebra, em uma dialética de *ação*, conforme a TSD, contribua positivamente aos participantes, de modo que o *software* possa potencializar o tratamento dos dados da atividade.

Embora as indagações feitas inicialmente pareçam simples, como por exemplo, identificar o valor da média e, em casos como esse, ao seguir o material de apoio da atividade, o GeoGebra já apresenta o valor numérico, o que se espera é que o aluno consiga, frente a este valor encontrado, responder a outras indagações, tais como: O que o valor da média representa em relação ao conjunto de dados? E é neste momento que esperamos presenciar a dialética de *formulação*, oriunda da TSD na atividade, em que o participante tem um valor encontrado a partir de um conjunto de dados, e busca formular, por meio de uma explicação, o significado para este valor, em relação aos dados.

Quanto às indagações, que atividade apresenta e que exigem do aluno expor o significado dos valores extraídos do conjunto de dados apresentado, esperamos

identificar a contribuição do GeoGebra, indo além do processo de cálculo do valor das Medidas de Tendência Central, objeto de estudo desta proposta, uma vez que, a partir da utilização da planilha para a construção de uma tabela com os dados do problema, ou criação de listas, ou a construção de uma representação gráfica, podemos esperar que o aluno tenha a percepção quanto ao comportamento dos dados.

Neste sentido, as representações que o GeoGebra pode, por exemplo, auxiliar o participante a indicar o significado do valor encontrado para a moda, através da representação gráfica, eventualmente conjecturar propriedades e significados de outras medidas, que podem ser mais facilmente percebidas a partir dos dados representados no gráfico, na tabela, ou nas listas criadas, podendo revelar a potencialidade do GeoGebra em uma dialética de *validação* da TSD, em que o participante busca validar, por meio de uma resposta, suas conjecturas.

Frente a esta atividade, as apresentações dos dados e resultados que o GeoGebra permite, o que se espera do aluno participante é que ele possa, efetivamente, não só encontrar valores para as Medidas de Tendência Central, mas que dê significados a esses valores, bem como identifique a relação destes valores com os dados apresentados no problema proposto.

Desenvolvimento e análise *a posteriori* da atividade 0

O procedimento para aplicar esta atividade ocorreu da seguinte forma: antes de entregar a atividade aos alunos, o professor pontua algumas regras para o desenvolvimento da sessão, pede que os alunos liguem os computadores e acessem o GeoGebra. Após esse momento, o professor entrega a atividade aos alunos, lê junto com eles e ressalta quanto à utilização do material de apoio. Nesse momento, os alunos ficam livres para desenvolverem a atividade, como pode ser observado na Figura 4.

Figura 4: Alunos desenvolvendo a atividade 0



Fonte: Dados da pesquisa

Os alunos, ao seguirem os passos descritos no material de apoio da atividade, agilizaram respostas para algumas indagações feitas, de modo que eram respondidas nesse próprio processo de seguir os passos do material de apoio. Ressaltamos que, antes de tratar os dados, os alunos registraram esses dados na planilha do GeoGebra e que todos os tratamentos aqui descritos se referem a tratamentos feitos a partir do GeoGebra.

A seguir, estão apresentados os itens e as respostas dos alunos nesta atividade, destacamos que, durante a sessão, foi permitida a interação entre os participantes.

a) Qual o valor da média do peso das crianças?

Neste caso, a partir dos dados colocados na planilha, os alunos criaram uma lista na janela de álgebra, que a nomearam **peso**, feito isso, os alunos calcularam o valor para a média, a partir do comando **MEDIA[**peso**]**, colocado na janela de entrada, os resultados se apresentaram na janela de álgebra e foram iguais. O valor encontrado para a média do peso das crianças foi 14.28.

Para este questionamento, o próprio GeoGebra apresenta o valor e, neste caso, os alunos, por terem seguido os passos do material de apoio, encontraram valores semelhantes.

Figura 5: Resposta do aluno d1, item a), atividade 0

a) Qual a valor da média do peso das crianças? 14.28

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 6: Resposta do aluno d2, item a), atividade 0

a) Qual a valor da média do peso das crianças? 14.28

Fonte: Dados da pesquisa

b) O que representa o número encontrado para a média em relação aos dados?

Para responder este item, os alunos ficaram por alguns minutos tentando fazer associações quanto ao número encontrado e os dados de onde esse número foi extraído, tentando formular uma explicação para descrever o que o número representa.

O aluno **d1** dirige-se ao professor: *a média pode ser um valor que representa o peso de todas as crianças.*

Nesta fala, percebemos que o aluno entende que aquele número encontrado está associado aos dados.

No entanto, ao ouvir esta fala, o professor questiona: *como este número se associa aos dados da atividade?*

O aluno **d1** justifica dizendo: *o número é um valor próximo aos da tabela.*

O aluno **d2** indicou em sua fala: *o número encontrado para a média é um valor que é o peso que cada criança tem mais ou menos.*

O professor então indagou: *o que este “mais ou menos” representa?*

O aluno **d2** respondeu: *é a média do peso das crianças.*

As respostas registradas nas atividades impressas, acerca do que representa o valor encontrado para a média, foram:

Figura 7: Resposta do aluno d1, item b), atividade 0

b) O que o número encontrado representa com relação aos dados?
 O número do peso das crianças, é um número próximo aos da tabela

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 8: Resposta do aluno d2, item b), atividade 0

b) O que o número encontrado representa com relação aos dados?
 A Média do peso das crianças

Fonte: Dados da pesquisa

c) Qual o valor encontrado para a mediana em relação ao peso das crianças?

Os alunos, a partir dos dados da lista **peso**, com o comando **Ordenar[peso]**, criaram outra lista, que a nomearam **pesoOrdenado**, colocando em ordem crescente os valores dos pesos das crianças, em seguida, com o comando **MEDIANA[peso]**, calcularam o valor para a mediana a partir da lista **peso**. O valor encontrado para a mediana apresentou-se na janela de álgebra, correspondendo a 14.3.

Neste item, os alunos apresentaram respostas semelhantes, isso ocorreu porque, ao seguir os passos do material de apoio, essa resposta, assim como as listas criadas, já aparecia na janela de álgebra.

Figura 9: Resposta do aluno d1, item c), atividade 0

Para o item b) digite na Entrada **MEDIANA[peso]** e tecla enter. O número obtido está na janela de álgebra. Qual o valor desse número? 14.3

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 10: Resposta do aluno d2, item c), atividade 0

c) Qual a valor da mediana em relação ao peso das crianças? 14.3

Fonte: Dados da pesquisa

- d) O valor encontrado evidencia alguma informação ao olhar para os dados apresentados?

Para responder a essa pergunta, os alunos ficaram por um tempo articulando ideias, neste momento, o aluno **d2** dirige-se ao professor:

Aluno **d2**: *O valor da mediana é um número que aparece na lista de peso?*

Professor: *Qual relação este número tem com a lista de peso?*

Professor: *E com a lista de pesos ordenados?*

Os alunos sabiam que tinha alguma relação, até porque o número aparecia nas listas. Mas foi possível notar que eles não tinham percebido a relação que o valor encontrado tinha com a lista dos dados em ordem crescente, feita no GeoGebra.

O aluno **d1** não conseguiu perceber esta relação e, mesmo quando o professor ao direcioná-lo a olhar para a lista de pesos ordenados, o aluno não teve resposta para descrever o que pensa acerca da relação do valor encontrado com os dados apresentados.

O aluno **d2**, após a intervenção do professor, junto ao aluno **d1**, teve uma percepção da relação, em que o valor encontrado é coincidente com o valor centralizado na lista de pesos ordenados.

Aluno **d2**: *o número do meio da lista é o mesmo da mediana.*

A seguir, as respostas apresentadas na atividade impressa:

Figura 11: Resposta do aluno d1, item d), atividade 0

O que ele representa na lista peso Ordenado. E com os dados da Atividade? *Sim, é peso das crianças*

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 12: Resposta do aluno d2, item d), atividade 0

d) O valor encontrado evidencia alguma informação ao olhar para os dados apresentados? *Qual a mediana é o meio da lista das crianças*

Fonte: dados da pesquisa

- e) Existe o valor da moda quanto ao peso das crianças?

Para responder esse item, seguindo os passos do material de apoio da atividade, se encontraria na janela de álgebra o valor para a moda, bastando digitar no campo de entrada o comando **MODA[peso]**, deste modo, os alunos acabaram chegando ao mesmo resultado, que se apresentou na janela de álgebra. O valor encontrado para a moda foi 14,5.

Figura 13: Resposta do aluno d1, item e), atividade 0

e) Existe o valor da moda quanto ao peso das crianças? Sim

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 14: Resposta do aluno d2, item e), atividade 0.

e) Existe o valor da moda quanto ao peso das crianças? ~~Sim~~ Sim

Fonte: Dados da pesquisa

f) Se existe, o que ele representa?

Para responder esse item, os alunos, ao seguirem o material de apoio da atividade, encontraram questionamentos, tais como: o que ele representa na lista **pesoOrdenado**? E com os dados da atividade?

O material de apoio sugeria ao aluno fazer uma análise univariada dos dados, de modo que ele construísse a representação gráfica dos dados em um diagrama de barras, em que era possível perceber a relação do peso com a frequência de crianças, possibilitando visualizar a frequência de crianças com o mesmo peso.

Após construírem o diagrama de barras, os alunos foram questionados sobre o que significava a barra maior, presente na representação gráfica e se ela tinha alguma relação com o valor encontrado para a moda.

Nesse item, os alunos perceberam que a barra maior estava relacionada com o peso e com a frequência dos pesos das crianças.

O aluno **d2** indica: *o gráfico se refere ao peso das crianças, a barra maior representa a moda do peso das crianças.*

O aluno **d1** em relação à barra maior do gráfico, em sua fala, indica: *este número que a barra representa é o número que mais se repete.*

A seguir, as respostas descritas pelos alunos em relação ao valor encontrado para a moda:

Figura 15: Resposta do aluno d1, item f), atividade 0

- No gráfico obtido, o que significa a barra maior? Coincide com o valor da moda encontrado?
*maior quantidade. Sim, porque os valores são próximos.
 é o número que mais se repete.*

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 16: Resposta do aluno d2, item f), atividade 0


- No gráfico obtido, o que significa a barra maior? Coincide com o valor da moda encontrado?
Essa parte é a moda dos crianças

Fonte: Dados da pesquisa

Foi solicitado aos alunos que acessassem a tabela que acompanha a representação gráfica dos dados, a fim de que eles confrontassem os valores contidos na tabela com os valores encontrados no processo de resolução da atividade, contidos na janela de álgebra. E, de acordo com as falas dos alunos, os valores coincidem.

A seguir, a resposta descrita na atividade impressa pelo aluno **d1**.

Figura 17: Resposta do aluno d1, indagações do material de apoio, atividade 0

- Na janela análise de dados, clique no ícone . Na tabela que se abre, os valores da média e da mediana coincidem com os valores encontrados anteriormente?
Sim, são iguais os valores.

Fonte: Dados da pesquisa

Em um último momento da atividade, os participantes puderam registrar alguma observação sobre a atividade realizada.

Figura 18: Observação do aluno d1, atividade 0

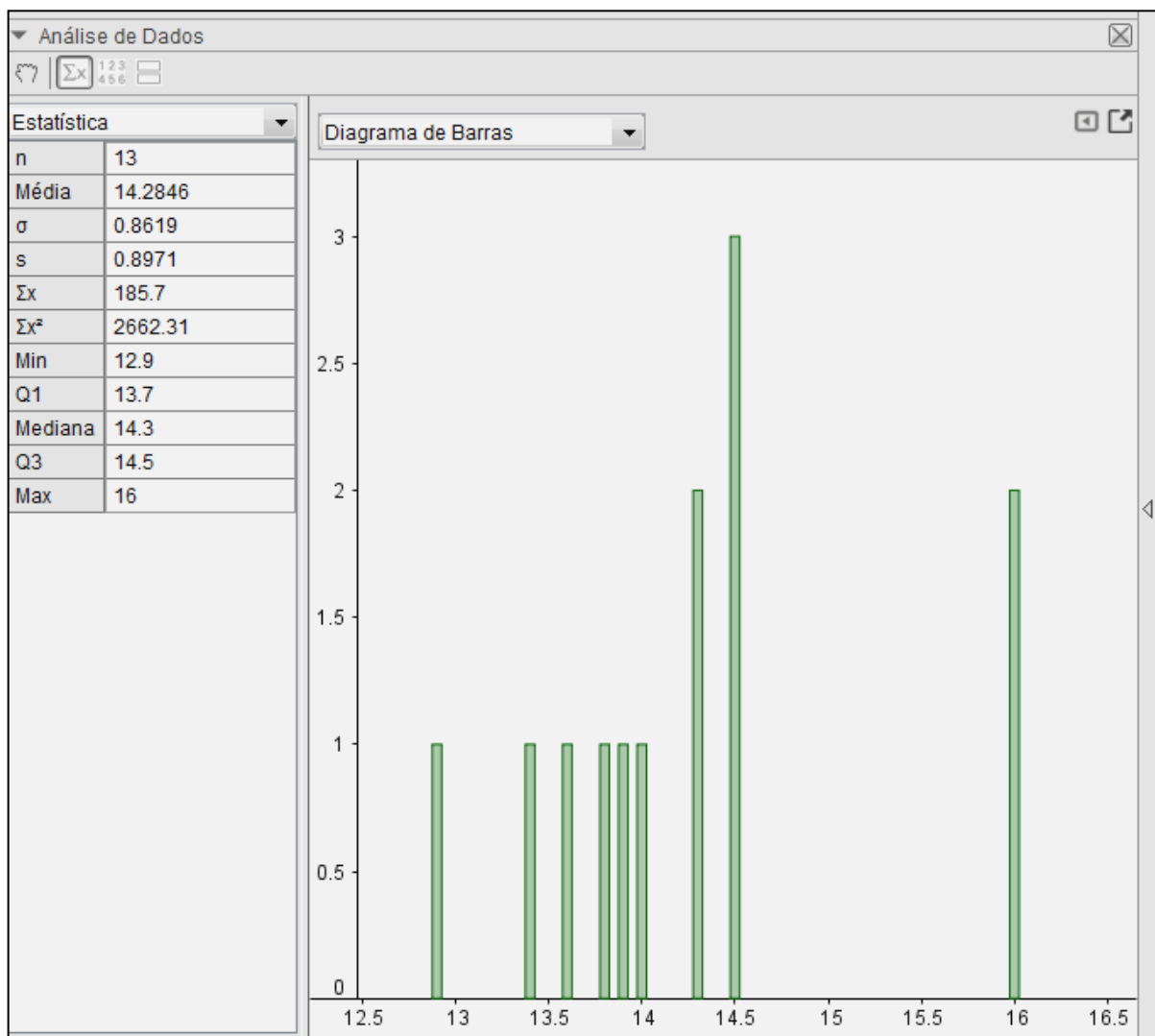
• Tem alguma outra observação que queira registrar sobre a atividade?

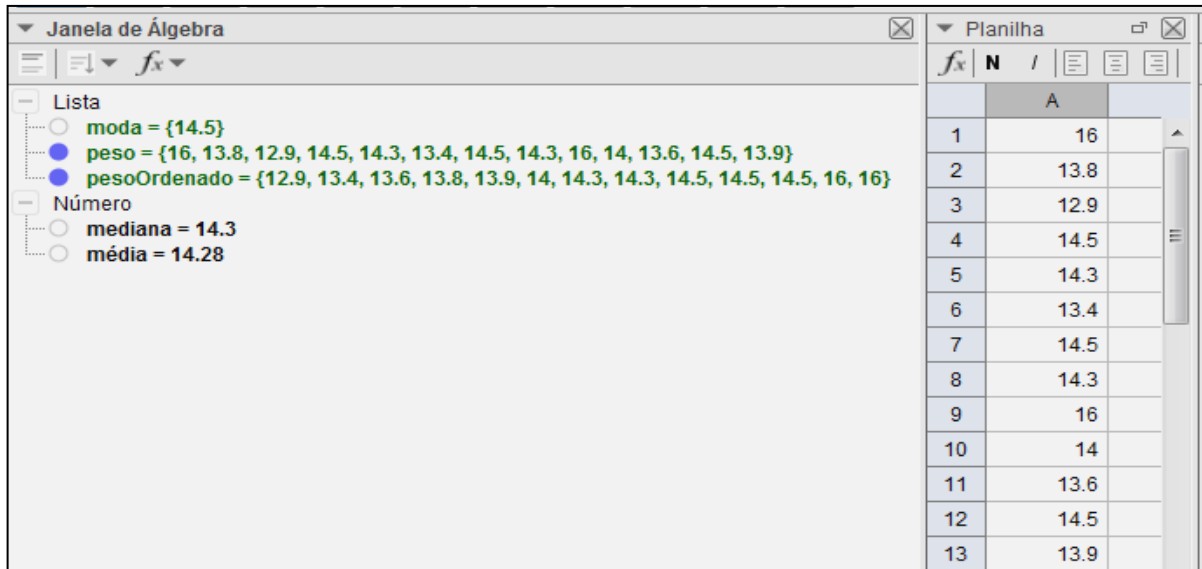
Percebi que tive um pouco de dificuldade em alguns passos, mas achei bastante interessante a forma como trabalhamos com o GeoGebra. Com as dificuldades fui percebendo como deveria fazer e enfim consegui entender. Com o gráfico tive muita facilidade com esse GeoGebra.

Fonte: Dados da pesquisa

A seguir, telas do GeoGebra com as representações dos dados da atividade 0.

Figura 19: Representações dos dados no GeoGebra, atividade 0





Fonte: Dados da pesquisa

Frente à atividade proposta e ao processo metodológico em que ela se realizou, foi possível identificar os componentes do referencial teórico adotado, as dialéticas de *ação*, *formulação* e *validação*, de modo que em todas essas dialéticas, na situação proposta, o GeoGebra esteve presente.

Apresentamos a seguir momentos da atividade proposta que identificamos com maior nitidez, as dialéticas do aporte teórico na situação, buscando apontar potencialidades ou não do GeoGebra para a construção de significados para as Medidas de Tendência Central.

Ressaltamos que, conforme o próprio referencial teórico destaca, essas dialéticas não ocorrem de forma isolada, mas que os sujeitos podem estar em vias de construção do conhecimento, indo e voltando, sempre que precisarem redefinir o caminho a seguir para solucionar um problema e assim absorver o saber matemático ali contido.

Dialética de *ação*: de acordo com Almouloud (2007, p. 37), é nessa fase que o aluno toma para si o problema e passa a agir sobre ele, a fim de dar uma solução. No momento em que os participantes tomaram posse da atividade a ser resolvida e começaram a agir sobre os questionamentos, identificamos essa dialética. Bem como quando os sujeitos, ao utilizarem o material de apoio da atividade e o GeoGebra, começaram a tratar os dados, a fim de dar aos questionamentos que tinham como respostas elementos das Medidas de Tendência Central.

Dialética de *formulação*: Almouloud (2007, p. 38) aponta que nessa fase da TSD, o aluno troca informações com uma ou várias pessoas [...] é o momento em que aluno ou grupo de alunos busca formular uma resposta para dar solução ao problema.

Na atividade proposta, os participantes, ao tratarem os dados e encontrarem os valores referentes às Medidas de Tendência Central, são indagados sobre o que cada valor encontrado representa. Neste momento da atividade, percebemos, com nitidez, os alunos discutindo e tentando fazer relações dos valores encontrados na tela do GeoGebra, com os dados de onde estes valores são oriundos. Esta tentativa de fazer relações, com intuito de expor o significado dos valores encontrados para as medidas, caracteriza o momento de formulação do significado do saber matemático.

Dialética de *validação*: após a busca para entender a relação dos valores encontrados no GeoGebra e os significados deles no conjunto de dados da atividade, identificamos um momento de validação. Conforme Almouloud (2007, p. 38), este momento é quando o aprendiz deve mostrar a validade de sua resposta para o problema, submetendo ao julgamento de um interlocutor. Aqui, nessa fase da atividade, os alunos apresentaram ao pesquisador uma definição para os objetos estudados, constituindo uma tentativa de validar uma definição do saber matemático em jogo.

Atividade 1

O proprietário de uma empresa solicitou um estudo acerca da folha de pagamento do seu setor administrativo e encontrou os seguintes salários:

Tabela 2: Dados da atividade 1

Funcionários	Salários R\$
Estagiário	940,00
Auxiliar C	1250,00
Auxiliar C	1250,00
Coordenador	2300,00
Auxiliar A	2100,00
Auxiliar B	1800,00

Auxiliar B	1800,00
Coordenador	2300,00
Auxiliar C	1250,00
Auxiliar B	1800,00
Diretor	15000,00
Estagiário	940,00
Estagiário	940,00
Auxiliar C	1250,00
Auxiliar C	1250,00

Fonte: Elaboração do Autor

Dados os valores apresentados no estudo, o proprietário deseja saber:


- Qual o valor total da folha de pagamento do setor administrativo?
- Qual a média salarial dos funcionários deste setor?
- Qual o salário mediano do setor administrativo?
- Existe um salário mais frequente neste grupo de funcionários?
- Dados os valores encontrados, o proprietário deseja saber qual deles melhor caracteriza a renda do setor administrativo. Indique qual salário e justifique.

Resolução

Para resolver a atividade, seguir os seguintes passos:

Abrir o GeoGebra 

- Na barra de ferramentas, clicar com o botão esquerdo do mouse sobre “exibir” e selecionar planilha.
- Após abrir a planilha com os dados do problema, colocar cada valor em uma célula da planilha, criando uma tabela vertical com os dados.
- Após ter colocado os dados na planilha, vamos criar uma lista com os dados, selecionando-os da seguinte forma: clicando com o botão esquerdo do mouse sobre a primeira célula, segurar e arrastar o mouse até a última célula.

- Criar uma lista, indo com o mouse no terceiro ícone que aparece na parte superior da tela em  e clicar com o botão esquerdo do mouse em lista. Renomear a lista como **salários**.

Para resolver o item a), na Entrada digite **SOMA[salarios]**. O número obtido está na janela de álgebra. O que ele representa em relação aos dados do problema?

Para resolver o item b), na Entrada digite **MEDIA[salários]** e tecele enter. O número obtido está na janela de álgebra. Qual valor desse número? O que ele representa em relação aos dados da atividade?

Utilizando apenas os dados da planilha podemos encontrar o valor da média?


Próximo Passo

Digite na Entrada **Ordenar[salarios]**.

Para o item c), digite na Entrada **MEDIANA[salarios]** e tecele enter. O número obtido está na janela de álgebra. Qual o valor desse número? O que ele representa?

Para o item d), digite na Entrada **MODA[salarios]** e tecele enter. O número obtido está na janela de álgebra. O que ele representa?

Crie um gráfico com os dados da tabela, seguindo os passos:

- Selecione os dados na planilha.
- Clique no segundo ícone e, ao abrir uma janela, clique em analisar.
- Na janela **Análise de Dados** ir à barra de rolagem, escolher e alterar a apresentação gráfica de Histograma por “Diagrama de Barras”.
- No gráfico obtido, o que significa a barra maior?
- Coincide com o valor da moda encontrado?
- Clique no ícone , na tabela que se abre, os valores da média e da mediana coincidem com os valores encontrados anteriormente?

A partir dos elementos, responda o item e).

Análise *a priori* da Atividade 1

A elaboração desta atividade parte da apresentação de um conjunto de dados a serem tratados, este tratamento é sugerido com a utilização do GeoGebra, em que todos os passos para esta proposta se apresentam junto à atividade. Buscamos elaborar essa atividade levando em conta as dialéticas de *ação*, *formulação* e *validação*, características destacadas em nosso referencial teórico TSD. Ressaltamos que a dialética de *institucionalização* do saber em jogo está prevista em outro momento da proposta.

A expectativa ao elaborar essa atividade é que, a partir de uma dialética de *ação*, os alunos, com o apoio do GeoGebra, realizem o tratamento dos dados apresentados no problema.

Neste sentido, acreditamos que o GeoGebra possa potencializar esta ação, de modo que os alunos, ao tratarem os dados, apresentem, por meio dos valores encontrados, a resposta ao problema proposto na atividade. Este processo poderá passar por uma formulação de conjecturas, na busca de validar significados para os valores encontrados.

Deste modo, as indagações que a atividade apresenta levam o aluno a expor os valores encontrados durante o próprio tratamento dos dados, mas é partindo dos valores encontrados que uma dialética clara de *formulação* na atividade sugerida pode ser evidenciada, pois buscamos induzir os alunos a refletirem sobre a relação entre o conjunto de dados e os valores encontrados a partir dele, e assim estimular os participantes a formularem respostas para justificarem esta relação.

Ainda, esperamos que as diferentes representações dos dados que o GeoGebra permite possam auxiliar os alunos ao observarem as características que cada valor encontrado tem com relação ao conjunto de dados e, possivelmente, ao tentarem justificar suas respostas por meio de características dessas representações dos dados.

Esperamos que os alunos, a partir de reflexões, falas ou textos, apresentem os significados em relação a esses valores encontrados, e aqui acreditamos que o dinamismo da variedade de representações dos dados que o GeoGebra disponibiliza possa levá-los a propriedades fundamentais do saber em jogo.

A partir da reflexão feita nessa atividade, o aluno é submetido a uma tomada de decisão, em uma indagação que deve levar à escolha de um dos valores encontrados para representar o conjunto de dados. É nesse momento que as respostas dadas nortearão essa tomada de decisão.

Ao elaborar essa atividade, esperamos que a contribuição do GeoGebra possa ser percebida pelas várias formas de como os dados podem ser representados, por exemplo, a tabela, a lista, a lista ordenada, o diagrama de barras, que permitem ao aluno associar, com maior facilidade, propriedades dos valores encontrados nestas diferentes representações que o GeoGebra traz.

Desenvolvimento e análise *a posteriori* da atividade 1

Ao iniciar a sessão, o professor solicitou aos alunos que ligassem os computadores e, em seguida, acessassem o GeoGebra. Feito isso, o professor entregou a atividade e leu junto com eles, após a leitura, o professor ressaltou que começassem com o registro dos dados do problema na planilha e que utilizassem o material de apoio da atividade, para que fizessem o tratamento dos dados no GeoGebra. A partir deste momento, o professor deixa os alunos livres para desenvolverem a atividade.

Ressaltamos que, no material de apoio, estavam alguns questionamentos, visando a reflexão do aluno em relação aos dados tratados e aos valores encontrados, pontuamos que os alunos estavam livres para interagirem entre si durante a realização da atividade.

Seguem os itens e as respostas dos alunos nesta atividade:

a) Qual o valor total da folha de pagamento do setor administrativo?

Para responder este item, a partir dos dados registrados na planilha, os alunos, seguindo o material de apoio, criaram uma lista que a nomearam como **salarios** e com o comando **SOMA[salarios]**, no campo de entrada, o resultado encontrado foi semelhante: 36.170, apresentado na janela de álgebra.

Figura 20: Resposta do aluno d1, item a), atividade 1

a) Qual o valor total da folha de pagamento do setor administrativo?

36170,00

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 21: Resposta do aluno d2, item a), atividade 1

a) Qual o valor total da folha de pagamento do setor administrativo?

O valor é 36170

Fonte: Dados da pesquisa

Ao encontrar este valor, o material propõe uma indagação:

O que ele representa em relação aos dados do problema?

Os alunos não apresentaram dificuldades, como se percebe nas respostas descritas na atividade impressa.

Figura 22: Resposta do aluno d1, indagações do material de apoio, atividade 1

Para resolver o item a) na Entrada digite SOMA[salarios]. . O número obtido está na janela de álgebra. O que ele representa em relação aos dados do problema? o soma dos valores

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 23: Resposta do aluno d2, indagações do material de apoio, atividade 1

Para resolver o item a) na Entrada digite SOMA[salarios]. . O número obtido está na janela de álgebra. O que ele representa em relação aos dados do problema? É o soma de todos os salários

Fonte: Dados da pesquisa

b) Qual a média salarial dos funcionários deste setor?

A resposta para esse item foi encontrada rapidamente. Neste caso, os alunos, seguindo os passos do material de apoio, usaram o comando **MEDIA[salarios]** no campo de entrada e encontraram o valor de 2411,33 para a média, que se apresentou na janela de álgebra.

Figura 24: Resposta do aluno d1, item b), atividade 1

b) Qual a média salarial dos funcionários deste setor?

2.411.33

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 25: Resposta do aluno d1, item b), atividade 1

b) Qual a média salarial dos funcionários deste setor?

A media é ~~(1250)~~ 2411.33

Fonte: Dados da pesquisa

Encontrado esse valor, o material de apoio apresenta um questionamento:

O que ele representa em relação aos dados da atividade?

Os alunos, por alguns momentos, refletiram sobre o questionamento, no entanto, não houve manifestação oral para este questionamento. Apresentamos o que os alunos responderam na atividade impressa:

Figura 26: Resposta do aluno d1, indagações do material de apoio, atividade 1

Para resolver o item b) na Entrada digite, **MEDIA[salários]** e tecle enter. O número obtido está na janela de álgebra. Qual valor desse número? 2411.33 O que ele representa em relação aos dados da atividade? a ~~media~~ valor representa a média dos salários juntos.

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 27: Resposta do aluno d2, indagações do material de apoio, atividade 1

Para resolver o item b) na Entrada digite, **MEDIA[salários]** e tecla enter. O número obtido está na janela de álgebra. Qual valor desse número? 2411.33 O que ele representa em relação aos dados da atividade? Esse medio é a medio de todos os salários

Fonte: Dados da pesquisa

Ainda no material de apoio é questionado se, utilizando só os dados dos salários colocados na planilha, é possível encontrar o valor para a média. Para este questionamento, as respostas dos alunos foram:

Figura 28: Resposta do aluno d1, indagações do material de apoio, atividade 1

Utilizando apenas os dados da planilha podemos encontrar o valor da média? Precisa antes fazer a conta do valor total dos salários

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 29: Resposta do aluno d2, indagações do material de apoio, atividade 1

Utilizando apenas os dados da planilha podemos encontrar o valor da média? Não, pois a média é dividida
por 1000

Fonte: Dados da pesquisa

c) Qual o salário mediano do setor administrativo?

Ao seguir os passos do material de apoio, os alunos, com o comando **Ordenar[salarios]** no campo de entrada, criaram uma nova lista com os valores ordenados a partir da lista **salarios**. Em seguida, com o comando **MEDIANA[salarios]**, no campo de entrada, encontraram o valor para a mediana, que foi apresentado na janela de álgebra, os alunos apresentaram respostas semelhantes. O valor encontrado foi 1250.

Figura 30: Resposta do aluno d1, item c), atividade 1

c) Qual o salário mediano do setor administrativo?

3250,00

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 31: Resposta do aluno d2, item c), atividade 1

c) Qual o salário mediano do setor administrativo?

O mediano é 1250

Fonte: Dados da pesquisa

Quando questionados sobre o que esse valor representa, os alunos ficaram pensando um pouco. Nesse momento, o professor fez uma intervenção, orientando que olhassem para as listas de dados. Seguem as falas dos alunos ao olharem para as listas:

Aluno **d1**: *Este valor aparece muitas vezes.*

Aluno **d2**: *O número está mais ou menos na metade.*

Seguem as respostas registradas na atividade impressa:

Figura 32: Resposta do aluno d1, indagações do material de apoio, atividade 1

Para o item c) digite na Entrada **MEDIANA[salários]** e tecla enter. O número obtido está na janela de álgebra. Qual o valor desse número? O que ele representa?

3250 número que mais se repete.

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 33: Resposta do aluno d2, indagações do material de apoio, atividade 1

Para o item c) digite na Entrada **MEDIANA[salários]** e tecele enter. O número obtido está na janela de álgebra. Qual o valor desse número? O que ele representa?

O valor desse número é 1250 e ele representa mais ou menos a metade

Fonte: Dados da pesquisa

d) Existe um salário mais frequente neste grupo de funcionários?

Seguindo os passos do material de apoio da atividade, os alunos, com o comando **MODA[salários]** no campo de entrada, encontraram o valor para a moda, que é apresentado na janela de álgebra. Neste item, os alunos apresentaram a mesma resposta. A resposta foi 1250.

Figura 34: Resposta do aluno d1, item d), atividade 1

d) Existe um salário mais freqüente neste grupo de funcionários?

Sim, 1250,00 e ~~91000~~
ANULA

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 35: Resposta do aluno d2, item d), atividade 1

d) Existe um salário mais freqüente neste grupo de funcionários?

Sim é 1250

Fonte: Dados da pesquisa

Os alunos, como na atividade anterior, não tiveram dificuldades para expressar o que o valor encontrado para a moda representa. Seguem as respostas descritas na atividade impressa:

Figura 36: Resposta do aluno d1, indagações do material de apoio, atividade 1

Para o item d) digite na Entrada **MODA[salários]** e tecla enter. O número obtido está na janela de álgebra. O que ele representa?

O valor de salários que mais se repete

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 37: Resposta do aluno d2, indagações do material de apoio, atividade 1

Para o item d) digite na Entrada **MODA[salários]** e tecla enter. O número obtido está na janela de álgebra. O que ele representa?

Ele representa o valor que ^{esse} funcionário mais recebe

Fonte: Dados da pesquisa

Para auxiliar a análise dos dados, foi sugerido que os alunos, na janela de análise, fizessem uma análise univariada dos dados, de modo que eles fossem apresentados em um diagrama de barras.

Assim, a atividade 1 traz o questionamento sobre o que significa a barra maior, presente na representação gráfica. Seguem os registros dos alunos:

Figura 38: Resposta do aluno d1, indagações do material de apoio, atividade 1

No gráfico obtido, o que significa a barra maior?

A barra maior significa o salário mais comum e que se repete

Coincide com o valor da moda encontrada? Não

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 39: Resposta do aluno d2, indagações do material de apoio, atividade 1

No gráfico obtido, o que significa a barra maior?

A barra maior significa o salário mais recebido

Fonte: Dados da pesquisa

Ainda são questionados com relação à coincidência do valor encontrado para a moda e o valor que a barra maior do diagrama de barras representa. Ao serem indagados, os alunos responderam que sim, os valores são coincidentes.

Figura 40: Resposta do aluno d1, indagações do material de apoio, atividade 1

Coincide com o valor da moda encontrado? Sim, são o mesmo valor.

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 41: Resposta do aluno d2, indagações do material de apoio, atividade 1

Coincide com o valor da moda encontrado? Sim

Fonte: Dados da pesquisa

Quanto à tabela de valores que acompanha a representação gráfica dos dados, quando questionados, os alunos perceberam os valores encontrados na janela de álgebra e os presentes na tabela que acompanham a representação gráfica são coincidentes.

- e) Dados os valores encontrados, o proprietário deseja saber qual deles melhor caracteriza a renda do setor administrativo. Indique qual salário e justifique.

Os alunos ficaram com dúvidas de como escolher um valor que caracterizasse a renda deste grupo de funcionários.

Aluno **d1**: *Como assim professor, eu devo escolher um salário?*

Professor: *Sim, diante dos valores encontrados, você acha que algum dos valores encontrados pode representar melhor a renda do grupo de funcionários?*

A seguir, as respostas descritas na atividade impressa:

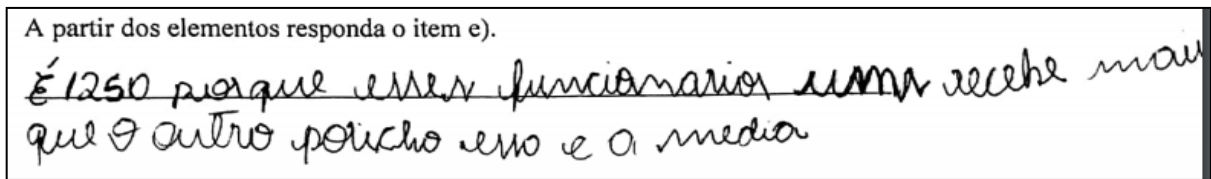
Figura 42: Resposta do aluno d1, indagações do material de apoio, atividade 1

A partir dos elementos responda o item e).

O valor da mediana que é 1250,00 é um valor que se supete e com ele pode ser a renda do setor administrativo.
 Porque é um valor razoável, e que coincide com a mediana e a moda.

Fonte: Dados da pesquisa

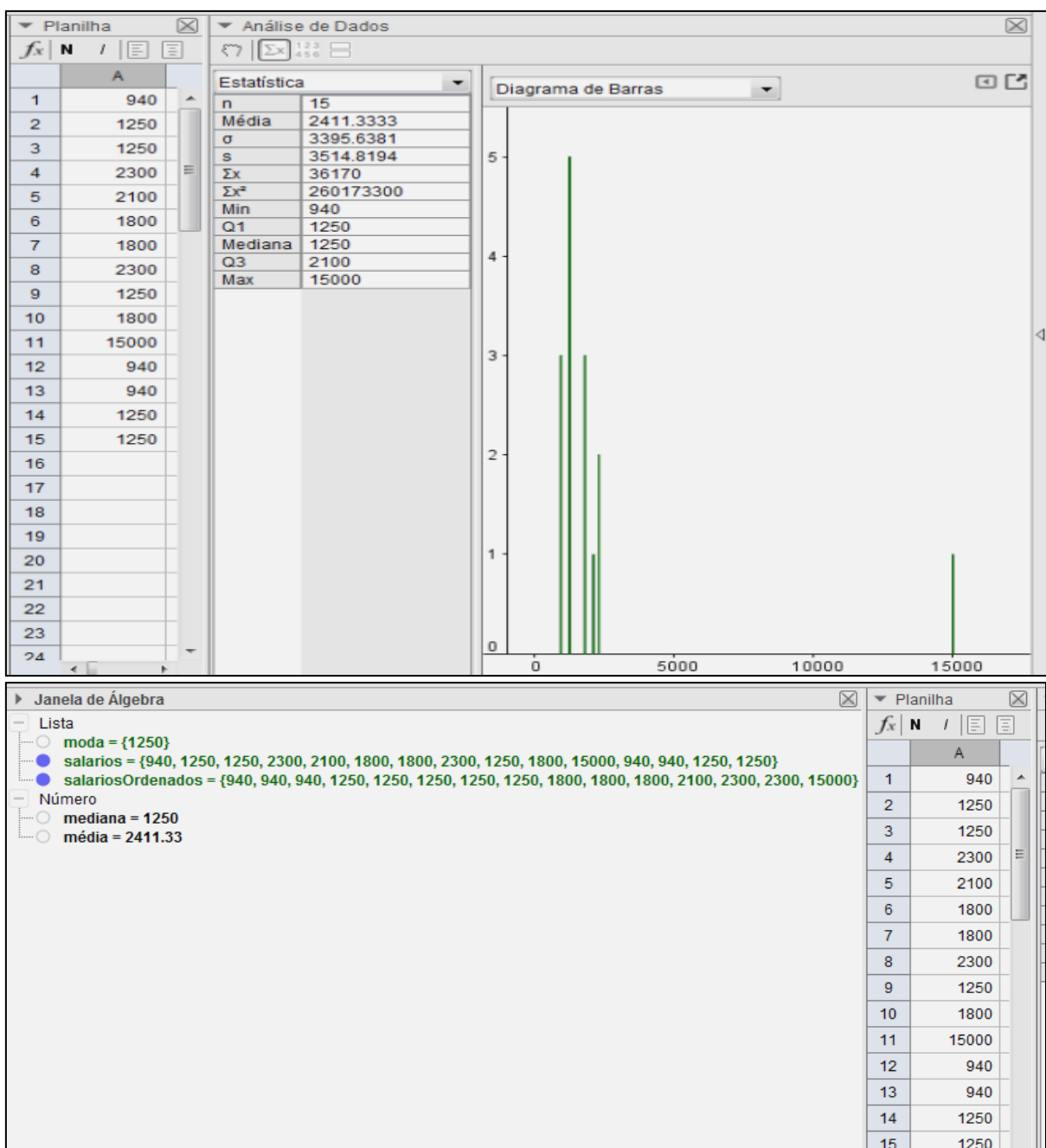
Figura 43: Resposta do aluno d2, indagações do material de apoio, atividade 1



Fonte: Dados da pesquisa

A seguir, telas com as representações dos dados no GeoGebra.

Figura 44: Representações dos dados da Atividade 1 no GeoGebra



Fonte: Dados da pesquisa

Nesta atividade, identificamos a presença do referencial teórico na dialética de ação, em que os alunos tomaram para si a problemática da atividade e buscaram tratar os dados a fim de encontrar valores para responder os questionamentos da atividade. Assim, como na atividade anterior, o GeoGebra possibilitou aos participantes certa agilidade ao realizar o processo de tratamento dos dados.

Percebemos que a apresentação de questionamentos dentro do material de apoio fez com que o aluno, no momento em que tratava os dados e encontrava um valor, começasse a refletir sobre o que aquele valor poderia significar dentro do conjunto de dados.

Estes questionamentos, a partir do material de apoio, permitiram que o aluno, em uma dialética de *formulação* característica da TSD, apresentasse certa criticidade quanto ao que poderia representar cada valor encontrado, visto que a atividade exigia uma tomada de decisão e o domínio do significado de cada valor, podendo refletir em uma escolha mais ou menos assertiva frente ao questionamento colocado.

A tentativa de evidenciar o domínio dos significados dos valores encontrados levou os alunos a buscarem, em movimento caracterizado na TSD como uma dialética de *validação*, ao apresentarem uma resposta para o questionamento final da atividade, com base nas conjecturas formuladas com auxílio das representações dos dados no GeoGebra e dos questionamentos apresentados anteriormente.

Atividade 2

O desenvolvimento tecnológico possibilitou amplo acesso às informações por meio da internet, modificando a rotina de grande parte da população. Um estudo feito com 4 pessoas, durante 10 dias, revelou os seguintes resultados em horas de acesso diário:

Tabela 3: Dados da atividade 2.



Pessoa A	4,3	3,1	5,0	4,2	4,8	6,0	2,4	3,6	5,9	5,3
Pessoa B	7,1	3,0	4,3	4,1	5,3	6,1	5,1	5,3	6,5	4,7
Pessoa C	2,3	4,3	4,0	3,5	5,3	3,9	5,0	5,3	3,5	5,5
Pessoa D	5,0	6,3	5,8	4,1	5,2	4,9	5,1	4,3	1,4	6,3

Fonte: Elaboração do Autor

De acordo com os dados do estudo na tabela acima, responda as questões:

- Quantas horas diárias, em média, as pessoas utilizaram a internet? O que esse valor representa em relação aos dados coletados?
- Quanto às horas de acesso à internet pelas pessoas, que quantidade de horas representa o valor encontrado para a mediana? Em relação às horas de acesso à internet, o que o valor da mediana representa?
- De acordo com os dados coletados, existe o valor da moda, em relação à quantidade de horas de acesso? Se sim, indique. O que representa o valor encontrado para a moda nos dados coletados?

Resolução

- Abrir o GeoGebra .
- Na parte superior da tela, clicar em **Exibir**, clicar com o botão esquerdo do mouse e selecionar planilha.
- Após abrir a planilha, com os dados do problema, colocar cada valor em uma célula da planilha, criando uma tabela vertical com os dados.
- Após ter colocado os dados na planilha, criar uma lista com os dados, selecionando-os da seguinte forma: clicando com o botão esquerdo do mouse sobre a primeira célula, segurar e arrastar o mouse até a última célula.
- Criar uma lista, indo com o mouse no terceiro ícone , que aparece na parte superior da tela e clicar com o botão esquerdo do mouse em lista. Renomear a lista como **horas**.

Para resolver o item a):

- Digite na Entrada **MEDIA[horas]** e tecele enter. O número obtido está na janela de álgebra.

Utilizando apenas os dados da planilha podemos encontrar o valor da média?

Passos para resolver o item b):

- Digite na Entrada **Ordenar[horas]**, esta ação cria uma nova lista, que será renomeada de **horasOrdenadas**.

- Digite na Entrada **MEDIANA[horas]** e tecele enter. O número obtido está na janela de álgebra.

O que ele representa na lista **horasOrdenadas**? E com os dados da Atividade?


Para o item c):

- Digite na Entrada **MODA[horas]** e tecele enter. O número obtido está na janela de álgebra.


O que ele representa na lista **horasOrdenadas**? E com os dados da Atividade?

Para Auxiliar

Crie um gráfico com os dados da tabela, seguindo os passos:

- Selecione os dados na planilha.
- Clique diretamente no segundo ícone  e, ao abrir uma janela, clique em analisar.
- Na janela **Análise de Dados** ir à barra de rolagem, escolher e alterar a apresentação gráfica de Histograma por “Diagrama de Barras”.
- No gráfico obtido, o que significa a barra maior? Coincide com o valor da moda encontrado?



Na janela análise de dados, clique no ícone . Na tabela que se abre, os valores da média e da mediana coincidem com os valores encontrados anteriormente?

- Tem alguma outra observação que queira registrar sobre a atividade?

Análise *a priori* da Atividade 2

Esperamos, nesta atividade, que o aluno evidencie os valores para cada Medida de Tendência Central. Nesse sentido, em um processo característico da TSD, em uma dialética de *ação*, acreditamos que o participante, ao utilizar o GeoGebra, possa encontrar os valores para essas medidas, de modo que ele possa agir sobre estes dados, tomando como referência os valores encontrados.

As indagações trazidas na atividade podem potencializar a construção de conjecturas, em relação ao significado dos valores encontrados para as Medidas de

Tendência Central. Deste modo, espera-se que o aluno tenha certa compreensão do que estes valores representam em um conjunto de dados.

Esperamos que a dialética de *formulação*, oriunda do nosso aporte teórico, caracterize-se quando o aluno, por meio do tratamento dos dados, bem como suas representações no GeoGebra, tenha assimilado elementos que possam levá-lo a propor, a partir de suas conjecturas, reflexões, falas ou textos que justifiquem uma afirmação acerca do significado para as Medidas de Tendência Central.

Quando colocado em questionamentos que exijam do aluno reflexões sobre o significado de cada valor encontrado, espera-se que o GeoGebra possa potencializar essas reflexões, possibilitando ao aluno perceber propriedades que cada Medida de Tendência Central tem, ou ainda formas de representação do conjunto de dados que potencializem a compreensão destes valores no conjunto de dados.

Esperamos, de acordo com a TSD, que a dialética de *validação*, nessa atividade, caracterize-se quando o aluno apresentar, de alguma forma, uma afirmativa acerca do significado do objeto de estudo da atividade. Neste sentido, a forma de apresentação do material de apoio na resolução da atividade pode contribuir para o aluno conjecturar estas propriedades, por exemplo, quando apresentamos no material de apoio o seguinte passo:

Passos para resolver o item b):

- Digite na Entrada **Ordenar[horas]**, esta ação cria uma nova lista, que será renomeada de **horasOrdenadas**.
- Digite na Entrada **MEDIANA[horas]** e tecle enter. O número obtido está na janela de álgebra.

O que ele representa na lista **horasOrdenadas**? E com os dados da Atividade?

Fica evidente que para encontrar o valor da mediana o aluno deverá ordenar o conjunto de dados em uma lista ordenada, de modo que o valor encontrado para a mediana corresponda ao dado central da lista.

Assim, espera-se que o aluno possa utilizar-se dessas informações contidas no material de apoio de cada atividade, bem como a representação dos dados no

GeoGebra para perceber as propriedades de cada Medida de Tendência Central, de modo que ele possa construir o significado para cada uma delas.

Desenvolvimento e análise *a posteriori* da atividade 2

Ao iniciar a sessão de aplicação desta atividade, o professor solicitou que os alunos ligassem os computadores e acessassem o GeoGebra, logo após, distribuiu a atividade e seu respectivo material de apoio. Antes que os alunos começassem a desenvolver a atividade, o professor leu junto com eles o problema a ser resolvido. Feito isso, os alunos começaram a desenvolver a atividade.

Os alunos, antes de responder qualquer questionamento, tinham que registrar na planilha do GeoGebra o conjunto de dados da atividade para, a partir daí, iniciarem o tratamento dos dados. Ressaltamos que, durante a sessão, os alunos eram livres para interagirem e compartilharem suas ideias acerca da atividade.

A seguir, informações de como ocorreu o desenvolvimento desta atividade, em que destacamos os itens correspondentes, as questões e as respectivas respostas dadas pelos alunos.

- a) Quantas horas diárias, em média, as pessoas utilizaram a internet? O que este valor representa em relação aos dados coletados?

Nesta atividade, ao seguirem os passos do material de apoio e construírem a partir dos dados da planilha uma lista nomeada **horas**, que os alunos utilizaram para calcular o valor para a média a partir do comando **MEDIA[horas]** no campo de entrada, os dois alunos analisados chegaram a resultados diferentes. O valor encontrado pelo aluno **d1** foi 4.72 e o aluno **d2** encontrou 4.68 como valor para a média.

Figura 45: Resposta do aluno d1, item a), atividade 2

a) Quantas horas diárias, em média as pessoas utilizaram a internet? 4.72.

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 46: Resposta do aluno d2, item a), atividade 2

a) Quantas horas diárias, em média as pessoas utilizaram a internet? 4.68.

Fonte: Dados da pesquisa

Quanto a essa diferença de valores encontrados, o professor verificou que isso ocorreu devido a um erro cometido pelo aluno **d1** ao preencher a planilha, sendo que o valor exato para a média do conjunto de dados do problema é 4.68, valor apresentado pelo aluno **d2**.

Acerca do que representa o valor encontrado para a média em relação aos dados, os alunos apresentaram as seguintes respostas:

Figura 47: Resposta do aluno d1, indagações do material de apoio, atividade 2

O que esse valor representa em relação aos dados coletados? horas diárias em média, (mais ou menos) e horário.

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 48: Resposta do aluno d2, indagações do material de apoio, atividade 2

O que esse valor representa em relação aos dados coletados? Esse valor representa a metade das HORAS que ele usa no internet

Fonte: Dados da pesquisa.

- b) Quanto às horas de acesso à internet, pelas pessoas, que quantidade de horas representa o valor encontrado para a mediana? Em relação às horas de acesso à internet, o que o valor encontrado para a mediana representa?

A seguir, os passos do material de apoio da atividade. Os alunos criaram, a partir da lista **horas**, outra lista em que se ordenou os dados de forma crescente. Esta lista foi nomeada **horasOrdenadas**, logo em seguida, os alunos calcularam, utilizando o comando **MEDIANA[horas]**, no campo de entrada o valor para a mediana a partir da lista **horas**. O valor foi apresentado na janela de álgebra. Para o aluno **d1** o valor encontrado foi 5 e para o aluno **d2** o valor encontrado foi 4.95.

Figura 49: Resposta do aluno d1, item b), atividade 2

b) Quanto às horas acesso à internet, pelas pessoas, que quantidade de horas representa o valor encontrado para a mediana? 5. Em relação às

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 50: Resposta do aluno d2, item b), atividade 2

b) Quanto às horas acesso à internet, pelas pessoas, que quantidade de horas representa o valor encontrado para a mediana? 4.95. Em relação às

Fonte: Dados da pesquisa

Esta diferença entre os valores ainda está associada ao erro de digitação do aluno **d1**, sendo que o valor correto para o conjunto de dados do problema é 4.95, valor apresentado pelo aluno **d2**.

Em relação ao que esse valor encontrado representa, as respostas apresentadas pelos alunos na atividade impressa foram:

Figura 51: Resposta do aluno d1, indagações do material de apoio, atividade 2

b) Quanto às horas acesso à internet, pelas pessoas, que quantidade de horas representa o valor encontrado para a mediana? 5. Em relação às horas de acesso à internet o que o valor da mediana representa? quantidade de horas para cada pessoa dividida o valor das horas diárias

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 52: Resposta do aluno d2, indagações do material de apoio, atividade 2

b) Quanto às horas acesso à internet, pelas pessoas, que quantidade de horas representa o valor encontrado para a mediana? 4.95. Em relação às horas de acesso à internet o que o valor da mediana representa? A mediana representa o valor centralizado no meio das horas Ordenadas

Fonte: Dados da pesquisa

- c) De acordo com os dados coletados, existe o valor da moda em relação à quantidade de horas de acesso? Se sim, indique. O que representa o valor encontrado para a moda?

Para verificar se havia valor para a moda, os alunos, seguindo os passos de apoio na atividade e utilizando no campo de entrada o comando **MODA[horas]**, encontrado em função da lista **horas**, chegaram ao valor para a moda. Verificou-se que o valor 5.3 encontrado em ambos os registros analisados e quanto ao que este valor encontrado para a moda representa, os alunos indicaram da seguinte maneira:

Figura 53: Resposta do aluno d1, item c), atividade 2

c) De acordo os dados coletados, existe o valor da moda, em relação à quantidade de horas de acesso? Se sim, indique. 5.3. Que representa o valor encontrado para a moda nos dados coletados?

horas para cada pessoa, a maioria, uma grande quantidade de pessoas.

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 54: Resposta do aluno d2, item c), atividade 2

c) De acordo os dados coletados, existe o valor da moda, em relação à quantidade de horas de acesso? Se sim, indique. 5.3. Que representa o valor encontrado para a moda nos dados coletados?

Elo representa muito a pessoa usando as horas no internete

Fonte: Dados da pesquisa

Para auxiliar, foi sugerido na atividade que os alunos, utilizando a janela de análise de dados, construíssem um diagrama de barras, partindo de uma análise univariada feita no GeoGebra a partir dos dados da planilha.

Os alunos fizeram a construção gráfica, em seguida, um questionamento foi posto na atividade:

No gráfico obtido, o que representa a barra maior? Coincide com o valor da moda encontrado?

Após analisarem a construção gráfica, os alunos responderam de forma escrita na atividade:

Figura 55: Resposta do aluno d1, indagações do material de apoio, atividade 2

- No gráfico obtido, o que significa a barra maior? Coincide com o valor da moda encontrado?
 Sim coincide. Horas que as ^{maiores} pessoas ficariam na internet. Um número maior quanto aos outros.

Fonte: Dados da pesquisa


Figura 56: Resposta do aluno d2, indagações do material de apoio, atividade 2

- No gráfico obtido, o que significa a barra maior? Coincide com o valor da moda encontrado?
 Significa que mais pessoas utilizo mais horas na internet

Fonte: Dados da pesquisa


Em uma última solicitação na atividade, o material de apoio pedia aos alunos que, ainda no GeoGebra, acessassem a janela de análise de dados para que verificassem se os valores para a média e para a mediana coincidiam com os valores da janela de álgebra. E, conforme os alunos expuseram em suas falas e em suas respostas na atividade impressa, ambos os valores coincidiam.

Figura 57: Resposta do aluno d1, indagações do material de apoio, atividade 2

- Na janela análise de dados, clique no ícone . Na tabela que se abre, os valores da média e da mediana coincidem com os valores encontrados anteriormente?
 Sim, são iguais

Fonte: Dados da pesquisa

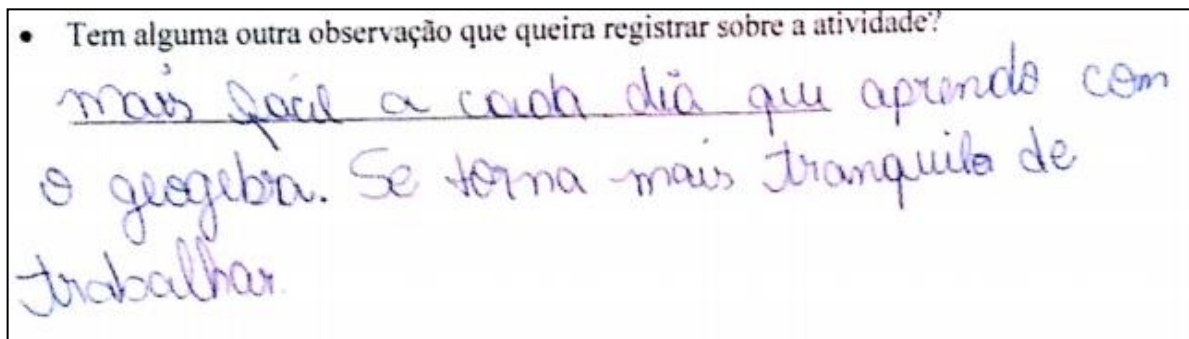
Figura 58: Resposta do aluno d2, indagações do material de apoio, atividade 2

- Na janela análise de dados, clique no ícone . Na tabela que se abre, os valores da média e da mediana coincidem com os valores encontrados anteriormente?
 Sim

Fonte: Dados da pesquisa

Ao perguntar se os alunos gostariam de registrar alguma observação sobre a atividade, o aluno **d1** destacou:

Figura 59: Observação registrada, aluno d1, atividade 2

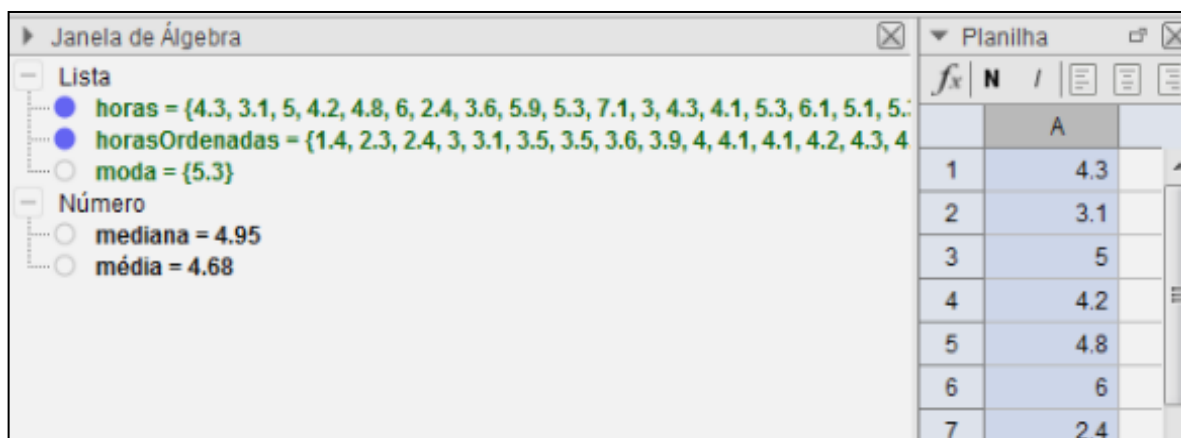


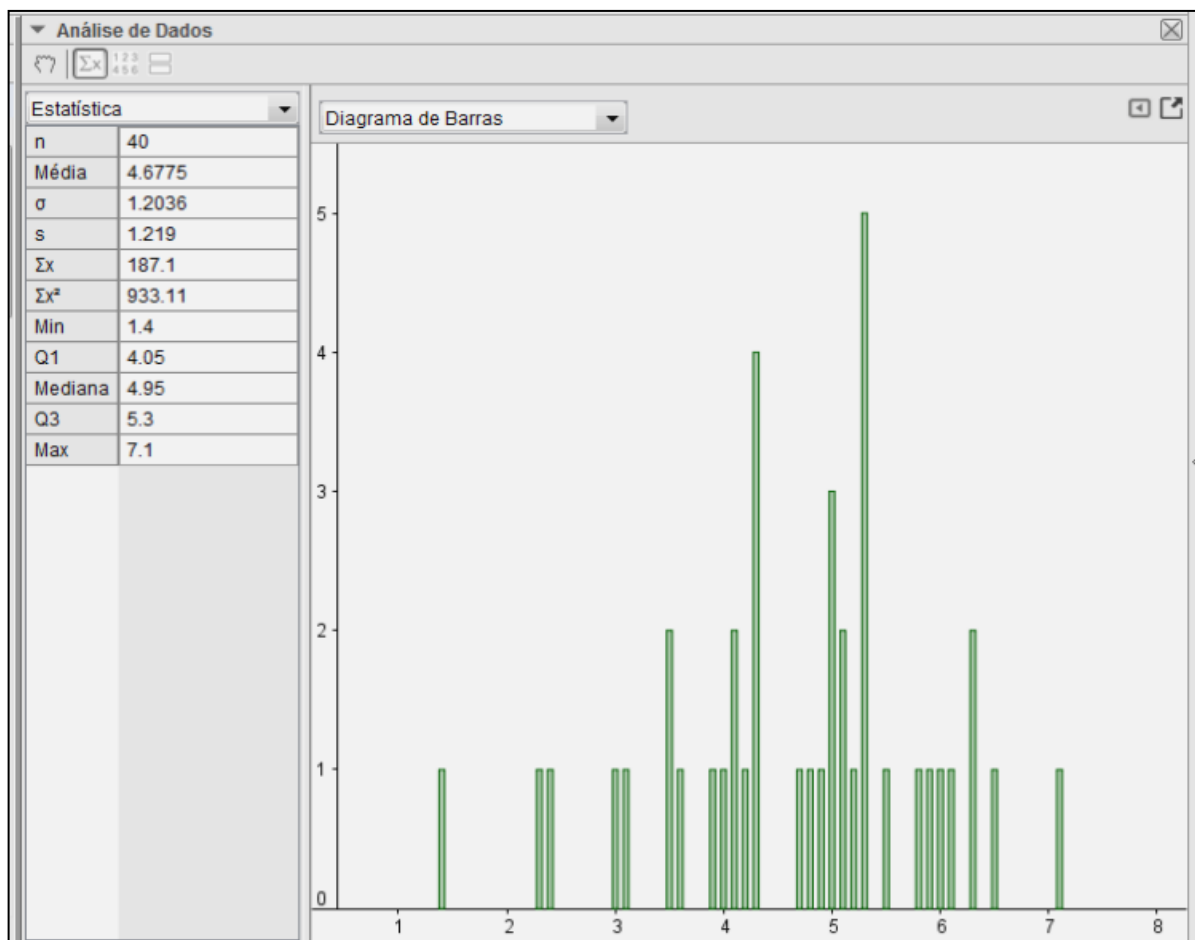
Fonte: Dados da pesquisa

O aluno **d2** não registrou nenhuma observação.

A seguir, telas do GeoGebra com as representações dos dados da atividade 2.

Figura 60: Representações dos dados da Atividade 2 no GeoGebra





Fonte: Dados da pesquisa

Em uma dialética de *ação*, conforme pressupõe a TSD, essa fase sugere ao aluno agir sobre os dados da atividade. Ao tratar esses dados, o participante pode, a partir dos questionamentos, fazer uma análise de sua ação e dos resultados obtidos a partir dela.

Quanto à análise que os alunos fazem a partir dos questionamentos que a atividade propõe acerca dos resultados oriundos de sua ação percebemos que esses questionamentos potencializados, com as representações dos dados pelo GeoGebra, levam os alunos ao movimento característico da dialética de *formulação*, oriunda da TSD, a buscarem em suas tentativas de respostas propriedades de como os dados lhes são apresentados. Mas identificamos nas respostas dadas que os alunos ainda têm inconsistências ao formularem uma fala adequada para o saber em jogo na proposta de atividades.

Reflexos dessa inconsistência em formular uma resposta para o saber em jogo na atividade, o que caracterizamos como dialética de *validação*, de acordo com a TSD, são as falas/textos que buscam justificar um caminho à solução de um problema, ao

que se entende acerca das Medidas de Tendência Central, em que identificamos que os alunos não assimilaram ainda elementos suficientes para definir esses objetos matemáticos.

Atividade3

As atividades a seguir apresentam dados, a partir da tabela Esperança de Vida ao Nascer - por gênero, segundo as Grandes Regiões - 1980/2005, e que foram adaptadas das informações oficiais que se encontram disponíveis no link:

<http://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv42597.pdf>.

Atividade 3.1

Ao acessar a tabela correspondente ao censo de 1980, considere os dados da coluna **TOTAL**.

Tabela 4: Dados da atividade 3.1


	A	B	C	D
1	CENSO	1980	1980	1980
2		HOMEM	MULHER	TOTAL
3	BRASIL	59.8	65.8	62.8
4	NORTE	58.1	63.7	60.9
5	NORDESTE	55.4	61.4	58.3
6	SUDESTE	61.7	68.5	65.1
7	SUL	63.3	69.7	66.5
8	CENTRO-OESTE	60.5	65.7	63.2

Fonte: Adaptado: <https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv42597.pdf>


- Qual o valor da esperança de vida ao nascer dos brasileiros, de acordo com o censo 1980?
- Considerando os valores das regiões na coluna **TOTAL**, calcule o valor para a média?
- Em relação aos valores da esperança de vida ao nascer das regiões do Brasil, o que o valor encontrado para a média representa?
- O que podemos concluir em relação ao valor da média em um conjunto de dados?

Resolução

Para resolver a atividades utilizando o GeoGebra, seguir os seguintes passos:


- Abrir o GeoGebra .
- Na parte superior da tela clicar em **Exibir**, clicar com o botão esquerdo do mouse e selecionar planilha.

Para a Atividade 3.1


- Após abrir a planilha, com os dados em questão, colocar cada valor em uma célula da planilha, criando uma tabela vertical com os dados.
- Após ter colocado os dados na planilha, criar uma lista com os dados, selecionando-os da seguinte forma: clicando com o botão esquerdo do mouse sobre a primeira célula, segurar e arrastar o mouse até a última célula.
- Criar uma lista, indo com o mouse no terceiro ícone  que aparece na parte superior da tela e clicar com o botão esquerdo do mouse em lista. Renomear a lista como **esperança1980**.
- Digite na Entrada **MEDIA[esperança1980]** e tecele enter. O número obtido está na janela de álgebra. Qual o valor desse número?

Para Auxiliar

Crie um gráfico com os dados da tabela seguindo os passos:

- Selecione os dados na planilha.
- Clique diretamente no segundo ícone  e, ao abrir uma janela, clique em analisar.
- Na janela **Análise de Dados** ir à barra de rolagem, escolher e alterar a apresentação gráfica de Histograma por “Diagrama de Barras”.
- Somente pela visualização do gráfico é possível determinar o valor da média?



- Na janela análise de dados, clique no ícone . Na tabela que se abre, o valor da média coincide com o valor encontrado anteriormente na janela de álgebra?

Atividade 3.2

A tabela a seguir apresenta a esperança de vida dos brasileiros ao nascer no Censo de 1991.

Tabela 5: Dados da atividade 3.2

10	CENSO	1991	1991	1991
11		HOMEM	MULHER	TOTAL
12	BRASIL	63.9	71.3	67.6
13	NORTE	63.6	70.2	66.9
14	NORDESTE	59.4	66.4	62.9
15	SUDESTE	64.4	73.4	68.9
16	SUL	66.8	74.4	70.6
17	CENTRO-OESTE	65.3	72.1	68.7

Fonte: Adaptado de <https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv42597.pdf>

- Qual valor da coluna **TOTAL** aparece centralizado, quando ordenamos os valores da esperança de vida ao nascer das regiões?
- Qual o valor da mediana para a esperança de vida ao nascer dos brasileiros, de acordo com os valores apresentados de cada região na coluna **TOTAL**, no censo de 1991?
- Em relação à esperança de vida ao nascer nas regiões do Brasil, o que indica o valor encontrado para a mediana?
- O que o valor da mediana representa em um conjunto de dados?

Para a Atividade 3.2

- Poderá utilizar uma nova planilha e, da mesma maneira que a Atividade 3.1, colocar cada valor dos dados em uma célula da planilha, criando outra tabela vertical com os dados.
- Após ter colocado os dados na planilha, criar uma lista com os dados, selecionando-os da mesma forma que na atividade anterior, bastando clicar com



o botão esquerdo do mouse sobre a primeira célula, segurar e arrastar o mouse até a última célula.

- Criar uma lista, indo com o mouse no terceiro ícone $\{1,2\}$ que aparece na parte superior da tela e clicar com o botão esquerdo do mouse em lista. Renomear a lista como **esperança1991**.
- Digite na Entrada **Ordenar[esperança1991]**, esta ação cria uma nova lista que será renomeada de **esperança1991Ordenado**.
- Digite na Entrada **MEDIANA[esperança1991]** e tecele enter. O número obtido está na janela de álgebra. Qual o valor desse número?

O que ele representa na lista **esperança1991**? E com os dados da Atividade 3.2?

Para Auxiliar

Crie um gráfico com os dados da tabela seguindo os passos:

- Selecione os dados na planilha.
- Clique diretamente no segundo ícone  e, ao abrir uma janela, clique em analisar.
- Na janela **Análise de Dados** ir à barra de rolagem, escolher e alterar a apresentação gráfica de Histograma por “Diagrama de Barras”.
- Somente pela visualização do gráfico é possível determinar o valor da mediana?
- Na janela análise de dados, clique no ícone . Na tabela que se abre, o valor da mediana coincide com o valor encontrado anteriormente?

Atividade 3.3

A tabela a seguir refere-se à esperança de vida dos brasileiros ao nascer no ano 2000.

Tabela 6: Dados da atividade 3.3

19	CENSO	2000	2000	2000
20		HOMEM	MULHER	TOTAL
21	BRASIL	66.6	74.2	70.4
22	NORTE	66.3	72.3	69.3
23	NORDESTE	63.4	70.8	67.1
24	SUDESTE	67.2	76.4	71.8
25	SUL	68.2	76.4	72.3
26	CENTRO-OESTE	67.9	75.1	71.5

Fonte: Adaptado de <https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv42597.pdf>

- Em relação à esperança de vida ao nascer para as mulheres nas respectivas regiões, existem valores que se repetem?
- Qual o valor da moda em relação à esperança de vida ao nascer das mulheres nas regiões do Brasil?
- Em relação à esperança de vida ao nascer para as mulheres nas regiões do Brasil, o que indica o valor da moda encontrada?
- O que podemos concluir em relação ao valor da moda em conjunto de dados?

Para a Atividade 3.3

Poderá utilizar uma nova planilha procedendo da mesma forma que nas atividades anteriores, bastando digitar cada valor dos dados em uma célula da planilha, criando outra tabela vertical com os dados.


- Após ter colocado os dados na planilha, criar uma lista com os dados, selecionando-os da mesma forma que nas atividades anteriores, bastando clicar com o botão esquerdo do mouse sobre a primeira célula, segurar e arrastar o mouse até a última célula.
- Criar uma lista, indo com o mouse no terceiro ícone $\{1,2\}$ que aparece na parte superior da tela e clicar com o botão esquerdo do mouse em lista. Renomear a lista como **esperança2000**.
- Digite na Entrada **Ordenar[esperança2000]**, esta ação cria uma nova lista, que será renomeada de **esperança2000Ordenada**.

- Digite na Entrada: **MODA[esperança2000]** e tecele enter. O número obtido está na janela de álgebra. Qual o valor desse número?

O que ele representa na lista **esperança2000Ordenada**? E com os dados da Atividade?

Para Auxiliar

Crie um gráfico com os dados da tabela seguindo os passos:

- Selecione os dados na planilha.
- Clique diretamente no segundo ícone  e, ao abrir uma janela, clique em analisar.
- Na janela **Análise de Dados** ir à barra de rolagem, escolher e alterar a apresentação gráfica de Histograma por “Diagrama de Barras”.
- No gráfico obtido, o que significa a barra maior? Coincide com o valor da moda encontrado?
- Somente pela visualização do gráfico é possível determinar o valor da moda dos dados?
- Tem alguma outra observação que queira registrar sobre as atividades?

Análise *a priori* da Atividade 3

Ao elaborar essa atividade buscamos apresentar, a partir de pequenos conjuntos de dados, uma sessão de estudo para as Medidas de Tendência Central. Tomando como referência a TSD, esperamos que, em uma dialética de ação, os alunos já estejam habituados a fazer os procedimentos no GeoGebra para encontrar os valores referentes às Medidas de Tendência Central. Essa expectativa justifica-se pela utilização dos mesmos procedimentos terem sido utilizados nas atividades anteriores.

A atividade divide-se em três partes, em que damos enfoque na atividade 3.1 ao estudo da média, na atividade 3.2 ao estudo da mediana e na atividade 3.3 enfatizamos o estudo da moda.

É solicitado que o aluno observe os dados e os valores encontrados em cada momento da atividade.

Assim, na atividade 3.1, em um pequeno conjunto de dados, é solicitado que o aluno conjecture a partir da observação de um dos dados, das relações desse com o conjunto de origem. Em uma problemática posta, característica da TSD, em uma dialética de *ação*, leva o aluno a agir sobre os dados, sendo solicitado que, no GeoGebra, encontre o valor para a média daqueles dados. Nesse momento, a atividade apresenta indagações que visam estimular o aluno para o processo que tem elementos da dialética de *formulação*, presente no aporte teórico desta investigação, que sugere levar o participante à exposição da sua compreensão, em relação ao valor encontrado para a média e ao conjunto de dados de onde o valor foi extraído.

Espera-se que o aluno tenha subsídios suficientes para apresentar uma definição do que seria o valor encontrado para a média em um conjunto de dados qualquer. De acordo com a TSD, essa fase em que o aluno apresenta seu modelo e tenta justificá-lo é compreendida como uma dialética de *validação*.

Nesse momento, em que o aluno expõe sua compreensão sobre a média, o professor deve articular o raciocínio exposto pelo aluno, com propriedades do saber em jogo, de modo a fazer um processo característico da TSD, a dialética de *institucionalização* do que se define como média.

Na segunda parte, a atividade 3.2 apresenta outro pequeno conjunto de dados, solicitando que seja observado pelo aluno o dado que aparece centralizado, caracterizando, conforme o aporte teórico adotado, uma dialética de *ação*, de modo que, em seguida, é solicitado que o aluno encontre o valor para a mediana dos dados apresentados.

Ao encontrar o valor para a mediana, espera-se que o aluno perceba as coincidências dos valores, que serão comprovadas nas respostas às indagações que a atividade apresenta. É esperado que, nessa fase, aspectos do referencial teórico apareçam, quando ele terá que, em uma dialética de *formulação* de sua compreensão, articular conjecturas a partir do valor encontrado em relação aos dados.

Uma última indagação da atividade 3.2 solicita que o aluno defina o que o valor da mediana representa em um conjunto de dados qualquer. Conforme o referencial teórico que adotamos aqui, essa exigência vai levar a uma dialética de *validação* ao

apresentar argumentos para responder esse questionamento. Espera-se que os alunos sejam capazes defini-lo.

A partir dos argumentos e das concepções trazidas pelos alunos, conforme a TSD, o professor, em uma dialética de *institucionalização*, deve apresentar aos alunos o que se define como mediana em um conjunto qualquer de dados.

Na terceira e última parte, a atividade 3.3 solicita que o aluno observe valores que se repetem em um pequeno conjunto de dados, em seguida, solicita-se que ele encontre, a partir do tratamento desses dados no GeoGebra, o valor da moda no respectivo conjunto de dados, caracterizando, de acordo com o nosso aporte teórico, uma dialética de *ação* o fato do aluno tomar para si e agir sobre o problema. À luz da TSD, em uma dialética de *formulação*, o aluno discute e busca expor qual relação o valor encontrado para a moda tem com o conjunto de dados de onde ela foi extraída. Em seguida, uma última indagação: o aluno é levado a definir, o que aqui compreendemos, de acordo com a TSD, uma dialética de *validação*, o que ele compreende como valor da moda em um conjunto de dados qualquer.

Espera-se que o professor, a partir da exposição de ideias dos alunos, em um movimento característico do aporte teórico, a dialética de *institucionalização*, apresente o que se define como moda em um conjunto de dados.

Nesta proposta de atividades, consideramos que o GeoGebra contribui para a compreensão do aluno por apresentar de diferentes formas o conjunto de dados, bem como a agilidade que ele oferece para encontrar os valores solicitados.

Embora os alunos tivessem acesso ao GeoGebra durante as aulas de Matemática, as atividades propostas acompanharam um material de apoio para que o aluno possa construir possíveis formas de representação dos dados, bem como encontrar valores a partir desses dados.

Desenvolvimento e análise *a posteriori* da Atividade 3

Esta atividade foi aplicada no mesmo dia que a atividade anterior, quanto a isso, destacamos que os alunos, ao terminarem a atividade anterior, tiveram um pequeno intervalo de aproximadamente 10 minutos.

Ao retornarem, os alunos se acomodaram em seus lugares e iniciamos a sessão. Todos estavam com o computador ligado e acessando o GeoGebra, o professor entregou a atividade e fez uma leitura junto aos alunos.

Embora já estivessem habituados a desenvolver o processo de tratamento dos dados no GeoGebra, a atividade acompanhou o material de apoio e foi ressaltado também que eles poderiam interagir com o colega durante a realização da atividade, feito essas ressalvas, os alunos ficaram livres para desenvolver a atividade.

Destacamos que, ao final desta atividade, o professor institucionaliza o objeto de ensino desta proposta de atividades.

A atividade foi dividida em três atividades menores, faremos, a seguir, a descrição de cada uma delas.

Desenvolvimento da Atividade 3.1

A seguir, apresentamos os questionamentos e respostas obtidas na atividade 3.1.

- a) Qual o valor da esperança de vida ao nascer dos brasileiros, de acordo com o censo de 1980?

A resposta para este questionamento exigia que o aluno observasse a tabela na própria atividade impressa. E os alunos responderam, corretamente, indicando que 62.8 era a resposta.

Figura 61: Resposta do aluno d1, item a), atividade 3.1

a) Qual o valor da esperança de vida ao nascer dos brasileiros, de acordo com o censo 1980? 62.8

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 62: Resposta do aluno d2, item a), atividade 3.1

a) Qual o valor da esperança de vida ao nascer dos brasileiros, de acordo com o censo 1980? 62.8

Fonte: Dados da pesquisa

- b) Considerando os valores da coluna **TOTAL**, calcule o valor para a média.

Como o conjunto de dados era pequeno, os alunos rapidamente construíram a tabela na planilha do GeoGebra, em seguida, construíram uma lista dos dados, que nomearam de **esperança1980**, e calcularam a média a partir da lista criada. As respostas dos alunos foram semelhantes, sendo 62.8 o valor encontrado por eles.

Figura 63: Resposta do aluno d1, item b), atividade 3.1

b) Considerando os valores das regiões na coluna **TOTAL**, calcule o valor para a média? 62.8

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 64: Resposta do aluno d2, item b), atividade 3.1

b) Considerando os valores das regiões na coluna **TOTAL**, calcule o valor para a média? 62.8

Fonte: Dados da pesquisa

- c) Em relação aos valores da esperança de vida ao nascer das regiões do Brasil, o que o valor encontrado para a média representa?

Ao refletirem sobre este questionamento, os alunos apresentaram as seguintes respostas:

Figura 65: Resposta do aluno d1, item c), atividade 3.1

c) Em relação aos valores da esperança de vida ao nascer das regiões do Brasil, o que o valor encontrado para a média representa?
esperança de vida das brasileiras em 1980

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 66: Resposta do aluno d2, item c), atividade 3.1

c) Em relação aos valores da esperança de vida ao nascer das regiões do Brasil, o que o valor encontrado para a média representa?

A média representa a esperança de vida do Brasil

Fonte: Dados da pesquisa

- d) O que podemos concluir em relação ao valor da média em um conjunto de dados?

Neste momento da atividade os alunos ficaram por algum tempo pensando. O professor fez uma intervenção, solicitando que os alunos relesem os itens anteriores da mesma atividade e verificassem que relações a resposta de um item tinha com as dos outros itens.

Neste momento da atividade é apresentado o seguinte raciocínio pelo Aluno **d1**:

Aluno **d1**: *O valor da esperança de vida ao nascer no Brasil em 1980 é 62.8, que é o mesmo valor da média que achamos.*

O professor pergunta: *Então diga uma forma de como pode ser calculado o valor para média da esperança de vida dos brasileiros.*

Aluno **d1**: *Basta calcular como a gente fez.*

Professor: *Como?*

Aluno **d1**: *Dividindo os valores de todas as regiões por todas as regiões.*

O aluno **d2** não manifestou nenhuma resposta, mas estava atento à discussão.

Seguem as respostas descritas na atividade impressa:

Figura 67: Resposta do aluno d1, item d), atividade 3.1

d) O que podemos concluir em relação ao valor da média em um conjunto de dados? *divisão dos valores das regiões por todas as regiões*

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 68: Resposta do aluno d2, item d), atividade 3.1

d) O que podemos concluir em relação ao valor da média em um conjunto de dados? A média é a mesma para todos as regiões

Fonte: Dados da pesquisa

Seguindo os passos da atividade, o professor solicitou que os alunos continuassem.

O material de apoio sugeria ao aluno construir uma representação gráfica. Os alunos já estavam habituados a fazer esse procedimento e, rapidamente, no GeoGebra, acessaram a janela de análise de dados e fizeram uma análise univariada, seguindo os passos do material de apoio. Ao ser solicitado a apresentação dos dados no diagrama de barras, os alunos foram questionados se somente com a representação gráfica era possível determinar o valor da média. Quanto a este questionamento, os alunos responderam que não era possível determinar o valor da média.

Figura 69: Resposta do aluno d1, indagações do material de apoio, atividade 3.1

• Somente pela visualização do gráfico é possível determinar o valor da média? Não, porque no gráfico não mostra o valor da média

Fonte: Dados da pesquisa


Figura 70: Resposta do aluno d2, indagações do material de apoio, atividade 3.1

• Somente pela visualização do gráfico é possível determinar o valor da média? Não

Fonte: Dados da pesquisa

Em seguida, foi solicitado que os alunos visualizassem, na mesma janela de análise de dados do GeoGebra, se o valor ali presente coincidia com o valor encontrado por eles na janela de álgebra do GeoGebra.


Figura 71: Resposta do aluno d1, indagações do material de apoio, atividade 3.1

• Na janela análise de dados, clique no ícone . Na tabela que se abre o valor da média coincide com o valor encontrado anteriormente na janela de álgebra?

Sim, são o mesmo valor.

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 72: Resposta do aluno d2, indagações do material de apoio, atividade 3.1

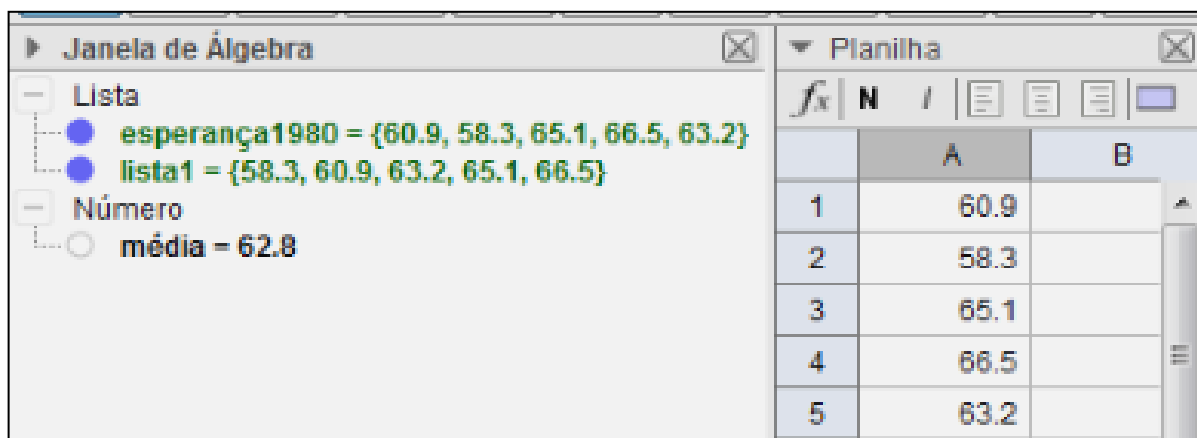
• Na janela análise de dados, clique no ícone . Na tabela que se abre o valor da média coincide com o valor encontrado anteriormente na janela de álgebra?

Sim

Fonte: Dados da pesquisa

A seguir, telas do GeoGebra com as representações dos dados da atividade 3.1.

Figura 73: Representações dos dados da Atividade 3.1 no GeoGebra

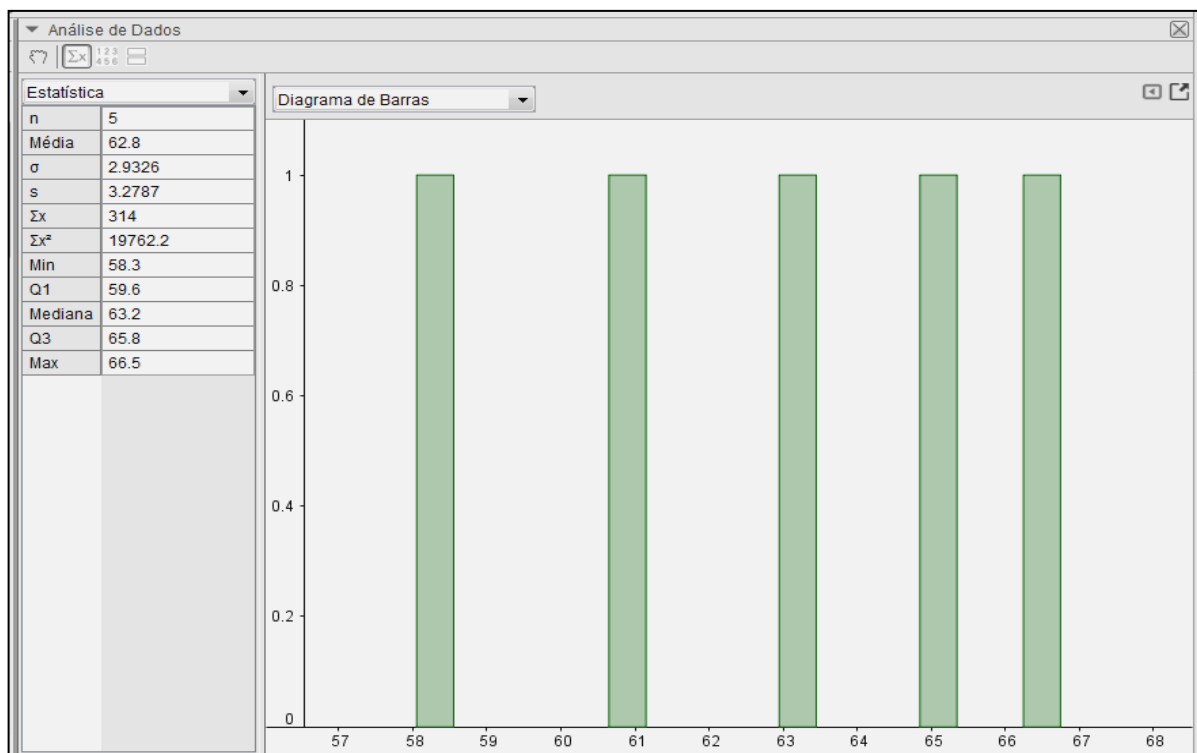


Janela de Álgebra

- Lista
 - esperança1980 = {60.9, 58.3, 65.1, 66.5, 63.2}
 - lista1 = {58.3, 60.9, 63.2, 65.1, 66.5}
- Número
 - média = 62.8

Planilha

	A	B
1	60.9	
2	58.3	
3	65.1	
4	66.5	
5	63.2	



Fonte: Dados da pesquisa

Após a realização de todos os passos, o professor solicitou aos alunos que apresentassem suas concepções acerca do que representava o valor da média em um conjunto de dados.

Os alunos fizeram a leitura da resposta descrita na atividade impressa:

Aluno **d1**: *Divisão dos valores de todas as regiões, por todas as regiões.*

Aluno **d2**: *A média é a divisão por todas as regiões.*

Feita a leitura:

O professor institucionaliza: *A média no conjunto de dados em que o problema foi proposto, de fato, corresponde ao valor encontrado a partir da soma dos valores apresentados de todas as regiões pela divisão do número de regiões.*

A média corresponde a uma medida de tendência central, que tem como função representar, de forma resumida, o conjunto de dados de onde ela foi extraída, e em um conjunto de dados qualquer, o processo para obtê-la se assemelha ao descrito na situação proposta, correspondendo à soma dos valores de todos os dados de um conjunto de dados e dividindo pela quantidade de dados que este conjunto apresenta.

Desenvolvimento da Atividade 3.2

A seguir, apresentamos os questionamentos e respostas descritas pelos alunos para a atividade 3.2.

- a) Qual o valor da coluna **TOTAL**, que aparece centralizado, quando ordenamos os valores da esperança de vida ao nascer das regiões?

Seguindo os passos do material de apoio, os alunos construíram no GeoGebra uma nova tabela e, em função desta tabela, criaram uma lista, que a nomearam **esperança1991**. A partir da lista criada, os alunos montaram uma nova lista ordenando os dados. Ao fazer este processo, os alunos podiam responder ao questionamento e foi isso que ocorreu após os alunos ordenarem os dados, o professor verificou que os alunos já haviam escrito na atividade impressa a resposta. A resposta apresentada por ambos foi 68.7.

Figura 74: Resposta do aluno d1, item a), atividade 3.2

a) Qual valor, da coluna **TOTAL**, aparece centralizado, quando ordenamos os valores da esperança de vida ao nascer das regiões? 68.7

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 75: Resposta do aluno d2, item a), atividade 3.2

a) Qual valor, da coluna **TOTAL**, aparece centralizado, quando ordenamos os valores da esperança de vida ao nascer das regiões? 68.7

Fonte: Dados da pesquisa

- b) Em relação à esperança de vida ao nascer, nas regiões do Brasil, o que indica o valor encontrado para a mediana?

Os alunos, por já estarem habituados com o processo, pouco usaram o material de apoio, mas seguiram os passos sugeridos e sempre consultavam para ver se estavam fazendo corretamente. Neste item, encontraram rapidamente o valor para a mediana em relação à esperança de vida ao nascer para o censo de 1991, tomando como base os dados das regiões, simplesmente calculando o valor em função da lista

esperança1991, conforme sugere o material de apoio da atividade. O valor encontrado foi 68.7, valor semelhante para ambos os alunos.

Figura 76: Resposta do aluno d1, item b), atividade 3.2

b) Qual o valor da mediana para a esperança de vida ao nascer dos brasileiros, de acordo com os valores apresentados de cada região na coluna **TOTAL**, no censo de 1991? 68.7

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 77: Resposta do aluno d2, item b), atividade 3.2

b) Qual o valor da mediana para a esperança de vida ao nascer dos brasileiros, de acordo com os valores apresentados de cada região na coluna **TOTAL**, no censo de 1991? 68.7

Fonte: Dados da pesquisa

c) Em relação aos valores da esperança de vida ao nascer das grandes regiões do Brasil, o que indica o valor encontrado para a mediana?

Os alunos não tiveram dificuldade em responder, rapidamente apresentaram suas respostas. Seguem as respostas descritas na atividade impressa:

Figura 78: Resposta do aluno d1, item c), atividade 3.2

c) Em relação à esperança de vida ao nascer nas regiões do Brasil, o que indica o valor encontrado para a mediana? o mesmo valor do total que aparece centralizado quando ordenamos.

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 79: Resposta do aluno d2, item c), atividade 3.2

c) Em relação à esperança de vida ao nascer nas regiões do Brasil, o que indica o valor encontrado para a mediana? a mediana representa a centralização

Fonte: Dados da pesquisa

d) O que o valor da mediana representa em um conjunto de dados?

As respostas dos alunos foram:

Figura 80: Resposta do aluno d1, item d), atividade 3.2

d) O que o valor da mediana representa em um conjunto de dados? centralização dos valores.

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 81: Resposta do aluno d1, item d), atividade 3.2

d) O que o valor da mediana representa em um conjunto de dados? É o represento a centralização


Fonte: Dados da pesquisa

Assim como na atividade anterior, foi solicitado aos alunos que construíssem uma representação gráfica dos dados por meio de uma análise univariada na janela de análise de dados do GeoGebra, a partir dos dados que estavam na planilha do *software*.

Construída a representação gráfica, em que é solicitada a representação em um diagrama de barras, os alunos são questionados se somente com a visualização do gráfico é possível determinar o valor da mediana. A resposta dos alunos é semelhante e indica que não é possível determinar o valor para a mediana a partir da representação gráfica.

Na mesma janela de análise de dados do GeoGebra, os alunos, ao acessarem a tabela que se refere aos valores que o gráfico representa, são interpelados com um último questionamento acerca dos valores apresentados para a mediana nesta tabela, e se ele coincide com o valor encontrado anteriormente na janela de álgebra do GeoGebra. Em relação a este valor, os alunos responderam que sim, os valores coincidem.


Figura 82: Resposta do aluno d1, indagações do material de apoio, atividade 3.2

- Somente pela visualização do gráfico é possível determinar o valor da mediana? Sim, mostra no gráfico uma barra um pouco depois da barra com um número 68, e um pouco antes
- Na janela análise de dados, clique no ícone . Na tabela que se abre o valor da mediana, coincide com o valor encontrado anteriormente? Sim.

do número 70.

Fonte: Dados da pesquisa

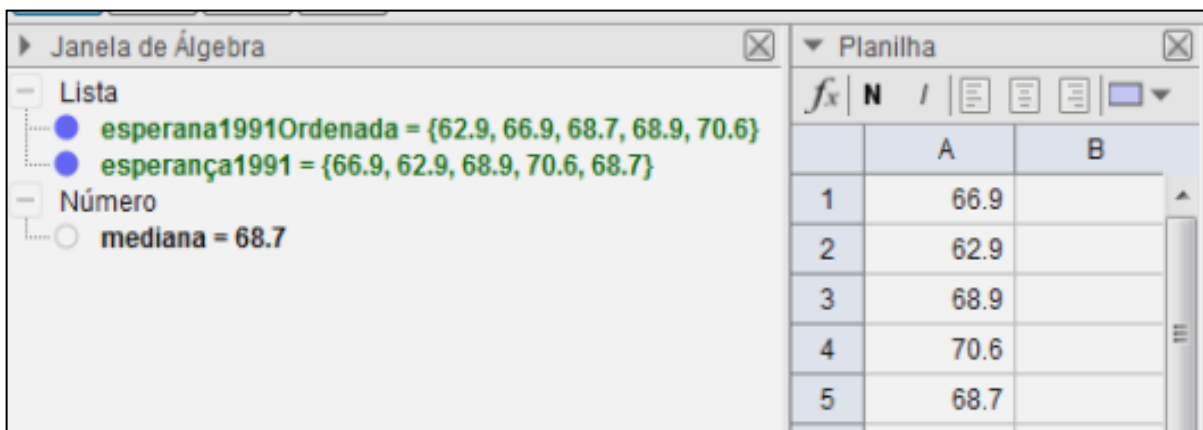
Figura 83: Resposta do aluno d2, indagações do material de apoio, atividade 3.2

- Somente pela visualização do gráfico é possível determinar o valor da mediana? sim
- Na janela análise de dados, clique no ícone . Na tabela que se abre o valor da mediana, coincide com o valor encontrado anteriormente? Sim

Fonte: Dados da pesquisa

A seguir, telas com as representações dos dados da atividade 3.2.

Figura 84: Representações dos dados da atividade 3.2 no GeoGebra



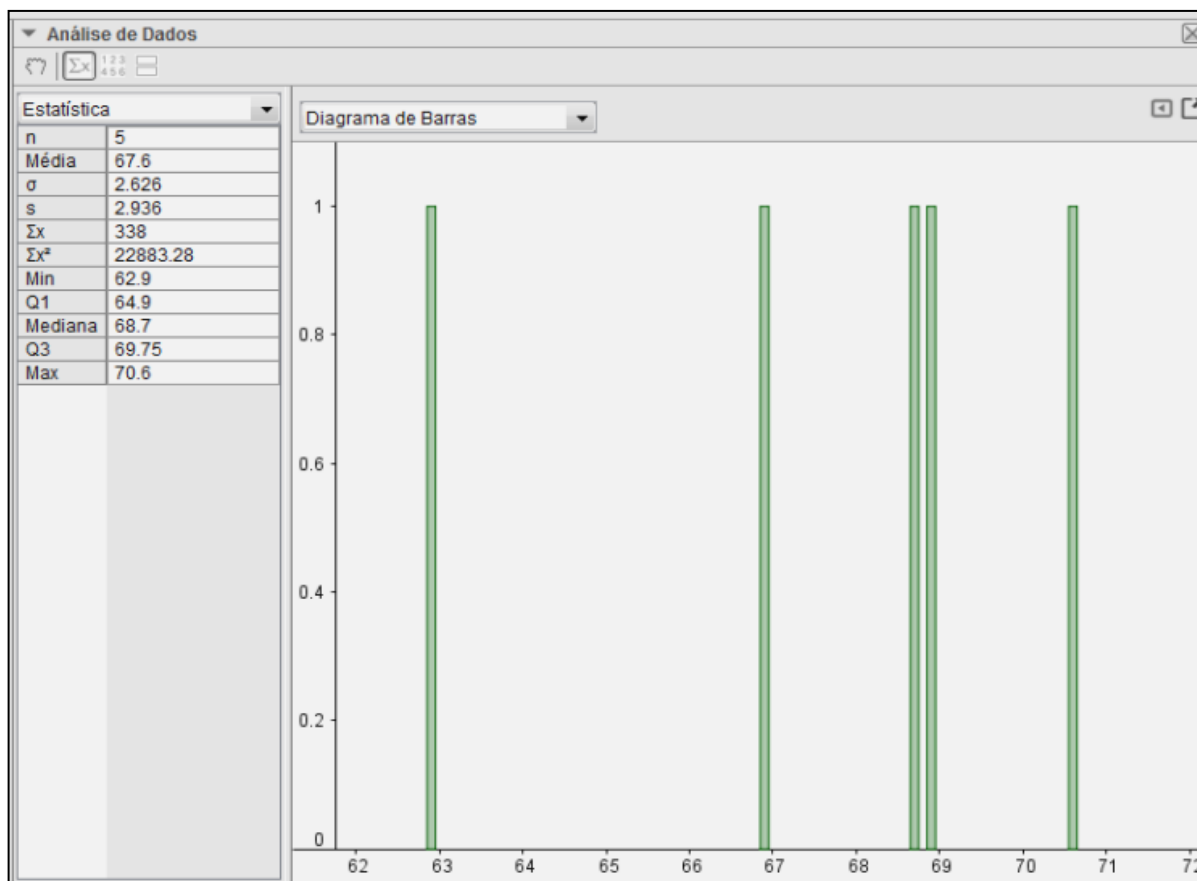
A imagem mostra a interface do GeoGebra com a janela de álgebra e a planilha de dados.

Janela de Álgebra:

- Lista
 - esperana1991Ordenada = {62.9, 66.9, 68.7, 68.9, 70.6}
 - esperança1991 = {66.9, 62.9, 68.9, 70.6, 68.7}
- Número
 - mediana = 68.7

Planilha:

	A	B
1	66.9	
2	62.9	
3	68.9	
4	70.6	
5	68.7	



Fonte: Dados da pesquisa

Após a realização de todos os passos da atividade, o professor solicitou que os alunos apresentassem suas definições para a mediana.

Os alunos apresentaram a mesma fala descrita na atividade impressa.

As respostas dos alunos foram:

Aluno **d1**: *Centralização dos valores.*

Aluno **d2**: *Ele representa a centralização.*

Ao apresentarem suas concepções, o professor institucionaliza: *A mediana, em um conjunto de dados qualquer, representa o termo central, pode ser determinada a partir de uma ordenação dos dados, de modo que essa ordem seja crescente ou decrescente, sendo o dado que se encontrar centralizado nestas condições, correspondente à mediana.*

Desenvolvimento da Atividade 3.3

A seguir, apresentamos detalhes da aplicação da atividade 3.3.

Para desenvolver esta atividade, os alunos novamente construíram uma tabela com os dados referentes ao problema.

Seguem os itens e os comentários acerca da aplicação da atividade.

- a) Em relação à esperança de vida ao nascer para as mulheres, nas respectivas regiões, existem valores que se repetem?

Para este questionamento, como o conjunto de dados apresentado na planilha é muito pequeno, os alunos, ao olharem para os dados, visualizaram, repetidamente, o valor que aparecia. E indicaram que sim, o valor que se repete é 76.4.

Figura 85: Resposta do aluno d1, item a), atividade 3.3

a) Em relação à esperança de vida ao nascer para as mulheres nas respectivas regiões, existem valores que se repetem? ~~Sim, 76.4~~ Sim, 76.4

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 86: Resposta do aluno d1, item a), atividade 3.3

a) Em relação à esperança de vida ao nascer para as mulheres nas respectivas regiões, existem valores que se repetem? Sim 76.4

Fonte: Dados da pesquisa

- b) Qual o valor da moda encontrado em relação à esperança de vida ao nascer, para as mulheres nas regiões do Brasil?

Os alunos seguiram os passos do material de apoio e, a partir dos dados da planilha, construíram uma lista nomeada **esperança2000**, apresentada na janela de álgebra do GeoGebra. A partir da lista criada, o material de apoio sugeriu a construção de outra lista, ordenando os dados, os alunos construíram a lista e a nomearam **esperança2000Ordenada**. Em seguida, os alunos calcularam no GeoGebra o valor para a moda, a partir da lista **esperança2000** e encontraram valor semelhante. O valor encontrado foi 76.4.

Figura 87: Resposta do aluno d1, item b), atividade 3.3

b) Qual o valor da moda em relação à esperança de vida ao nascer das mulheres nas regiões do Brasil? 76,4

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 88: Resposta do aluno d2, item b), atividade 3.3

b) Qual o valor da moda em relação à esperança de vida ao nascer das mulheres nas regiões do Brasil? 76,4

Fonte: Dados da pesquisa

Na sequência, o material de apoio já indicava o questionamento seguinte.

- c) Em relação à esperança de vida ao nascer para as mulheres nas regiões do Brasil, o que indica o valor da moda encontrada?

As respostas indicam que os alunos tinham certa segurança ao se referirem à moda em um conjunto de dados, conforme a Figura 89 e a Figura 90, a seguir, mostram.

Figura 89: Resposta do aluno d1, item c), atividade 3.3

c) Em relação à esperança de vida ao nascer para as mulheres nas regiões do Brasil, o que indica o valor da moda encontrada? O valor que se repete.

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 90: Resposta do aluno d2, item c), atividade 3.3

c) Em relação à esperança de vida ao nascer para as mulheres nas regiões do Brasil, o que indica o valor da moda encontrada? Significa a Região que mais se repete

Fonte: Dados da pesquisa

- d) O que podemos concluir em relação ao valor da moda em um conjunto de dados?

Para este item, os alunos, embora tivessem demonstrado certa segurança em suas conjecturas, tiveram certo receio ao definir o significado dado ao valor encontrado para a moda.

O aluno **d1** se dirigiu ao professor dizendo: *A resposta é a mesma do item anterior?*

O professor respondeu: *No item anterior, o que o valor encontrado representa?*

O aluno **d1** respondeu: *É o valor que se repete.*

O professor indagou: *Então o que o valor encontrado para a moda pode representar?*

O aluno **d1** respondeu: *Então a moda é um valor que se repete.*

O aluno **d2** estava a todo o momento atento à sequência do diálogo entre o aluno **d1** e o professor. No entanto, conforme mostramos a seguir, nas respostas descritas na atividade impressa, os alunos não conseguiram descontextualizar o significado para a moda, ou expuseram a mesma resposta dada ao item anterior.

Seguem as respostas descritas na atividade impressa:

Figura 91: Resposta do aluno d1 para o item d) da atividade 3.3

d) O que podemos concluir em relação ao valor da moda em conjunto de dados? o que mais se repete.

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 92: Resposta do aluno d2 para o item d) da atividade 3.3

d) O que podemos concluir em relação ao valor da moda em conjunto de dados? o que mais se repete.

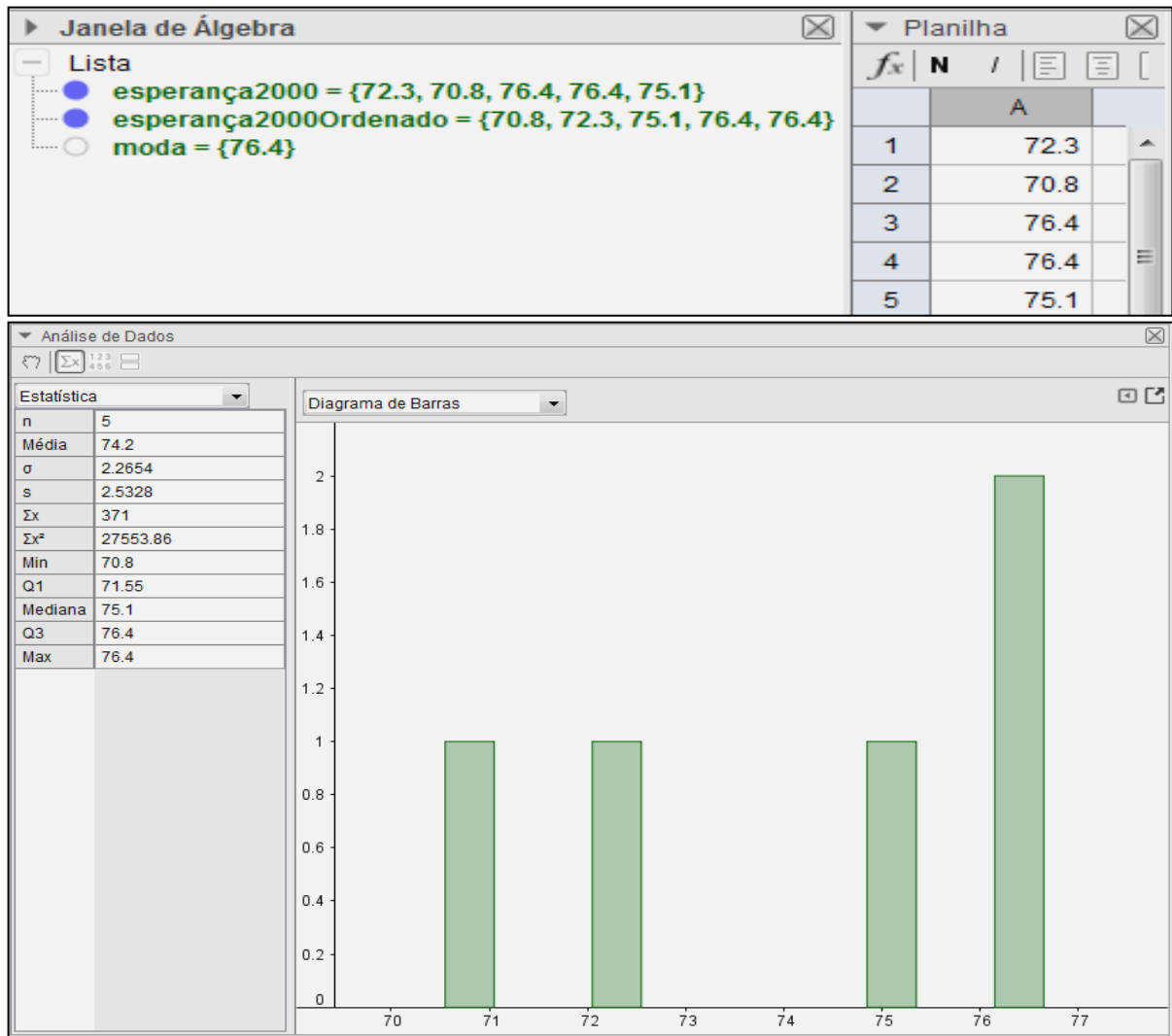
Fonte: Dados da pesquisa

Em um último momento da atividade foi solicitado aos alunos que fizessem a representação gráfica dos dados. Seguindo os passos descritos no material de apoio, os alunos acessaram a janela de análise de dados do GeoGebra e, a partir dos dados contidos na planilha, fizeram uma análise univariada dos dados, em seguida, de

acordo com as orientações do material de apoio, colocaram a representação gráfica em um diagrama de barras.

A seguir, telas com as representações dos dados da atividade 3.3.

Figura 93: Representações dos dados da Atividade 3.3 no GeoGebra



Fonte: Dados da pesquisa

Ao construir a representação gráfica, são apresentados os seguintes questionamentos:

No gráfico obtido, o que significa a barra maior? Coincide com o valor da moda encontrado?

Quanto a estes questionamentos, os alunos apresentaram em suas respostas a ideia de que a barra maior se refere aos números que se repetem, que a barra maior representa as regiões que se repetem. Questionados se na representação gráfica é

possível identificar o valor para a moda, os alunos tiveram a percepção de que a barra maior pode representá-la.

Figura 94: Resposta do aluno d1, indagações do material de apoio, atividade 3.3

- No gráfico obtido, o que significa a barra maior? Coincide com o valor da moda encontrado? Os números que se repete, sim coincide

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 95: Resposta do aluno d2, indagações do material de apoio, atividade 3.3

- No gráfico obtido, o que significa a barra maior? Coincide com o valor da moda encontrado? A região que mais se repete

Fonte: Dados da pesquisa

E, neste caso, conforme um questionamento apresentado na atividade, os alunos perceberam que, com a representação gráfica, é possível identificar o valor para a moda.

Figura 96: Resposta do aluno d1, indagações do material de apoio, atividade 3.3

- Somente pela visualização do gráfico é possível determinar o valor da moda dos dados? Sim, basta com as barras.

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 97: Resposta do aluno d2, indagações do material de apoio, atividade 3.3

- Somente pela visualização do gráfico é possível determinar o valor da moda dos dados? Sim.

Fonte: Dados da pesquisa

Após terem realizado a atividade, o professor solicitou que os alunos apresentassem suas concepções acerca do valor para a moda em um conjunto de dados qualquer. Os alunos leram suas respostas:

Aluno **d1**: *Representa o valor que se repete.*

Aluno **d2**: *As regiões que mais se repetem.*

Após a leitura:

O professor institucionaliza: *A moda é, em um conjunto de dados, o valor mais frequente, correspondendo àquele dado que mais se repete em um conjunto qualquer.*

Nesta atividade, a dialética de *ação* oriunda da TSD, surge nitidamente quando os alunos, ao observarem os dados, começaram a agir dando solução para questionamentos iniciais propostos na atividade.

E ao agirem observando e tratando os pequenos conjuntos de dados, buscando dar solução para os questionamentos, os alunos passaram por momentos em que articulavam conhecimentos anteriores na tentativa de apresentar uma resposta adequada, fase característica da dialética de *formulação* do aporte teórico adotado.

Em uma situação característica da TSD, a dialética de *validação* é percebida quando, da tentativa de apresentar uma resposta adequada, os alunos se colocaram argumentando e apresentando seus raciocínios aos questionamentos propostos.

Ao desenvolver todo este percurso da atividade, o professor vai acompanhando todo o caminho trilhado pelos alunos, buscando orientá-los a mobilizarem conhecimentos, de modo que os objetivos da atividade sejam alcançados, levando o aluno a interiorizar um novo saber.

Nesta atividade, o professor, a todo o momento, buscou trazer elementos que possibilitassem aos alunos constituir este saber matemático, por meio dos questionamentos, dos tratamentos dos dados propostos no GeoGebra, o professor apresenta para o saber em jogo, com definições simples e claras, de modo que os alunos pudessem associá-las aos problemas propostos, momento da situação proposta que a dialética de *institucionalização* é caracterizada de acordo com a TSD.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo desta pesquisa foi investigar potencialidades do GeoGebra para o estudo das Medidas de Tendência Central.

Diante da necessidade de aprofundarmos nosso conhecimento acerca do ensino da Estatística e, mais especificamente, das Medidas de Tendência Central, estudos preliminares foram realizados sobre o tema.

Consultamos as propostas curriculares PCN (1998), a Proposta Curricular de São Paulo (2011) e a BNCC (2017), a fim de encontrarmos embasamentos para o ensino da Estatística.

Lopes (1998), por meio de suas análises sobre a Estatística, nos permitiu compreender que, embora exista uma preocupação quanto ao ensino da Estatística, ainda há inconsistências em propostas curriculares.

Essas inconsistências, apontadas por Lopes (1998), nos instigou a buscar elementos para tentar compreender como são apresentados os conteúdos estatísticos nos livros didáticos.

No estudo de Friolani (2007), sobre análise de livros didáticos, o autor constatou que as organizações didáticas dos livros analisados não favorecem o aluno a desenvolver o pensamento estocástico⁶.

Friolani (2007) também aponta que os professores podem propiciar aos alunos uma aprendizagem mais sólida desses conteúdos, por meio da complementação das atividades propostas nos livros didáticos.

Morais (2006), em outra análise de livros didáticos, aponta que são exploradas atividades que podem não permitir o desenvolvimento do pensamento estatístico, pois são atividades tecnicistas, modelo que reflete diretamente no ensino.

Morais (2006) ainda faz um estudo acerca das concepções de professores e revela que, de modo geral, os sujeitos analisados apresentam habilidades Estatísticas

⁶ Refere-se à Estatística e Probabilidade.

abaixo do nível adequado, e o livro didático, possivelmente, contribui para essa constatação.

Lemos (2011) nos permitiu compreender, a partir de sua investigação, as concepções de professores do Ensino Fundamental acerca das Medidas de Tendência Central, evidenciando dificuldades dos professores e alunos em vários níveis.

Diante dos resultados da pesquisa de Lemos (2011), debruçamo-nos no estudo de Cobo (2003) que, ao realizar um estudo teórico-experimental sobre as Medidas de Tendência Central, apresenta resultados nos quais há erros e conflitos semióticos relacionados com diferentes elementos do objeto de estudo.

Os apontamentos de Abar (2011) nos nortearam para a utilização das tecnologias na Educação Matemática e Bortolossi (2016), mais específico, aponta para a utilização do uso do GeoGebra para o ensino da Estatística, destacando vantagens do *software* ao se trabalhar com dados estatísticos e as suas múltiplas janelas para representar os dados.

Um aprofundamento acerca do objeto de estudo tornou-se necessário, uma vez que, para que pudéssemos construir as atividades, foi imprescindível ter domínio de aspectos históricos, epistemológicos, didáticos e matemáticos do objeto.

Para a sequência de atividades apresentada nesta pesquisa, adotamos a Teoria das Situações Didáticas como aporte teórico. Conjecturamos que, nas dialéticas de *ação, formulação, validação e institucionalização*, oriundas dessa Teoria, poderíamos identificar potencialidades do GeoGebra, onde os participantes, em sua sequência de atividades e utilizando o *software*, transitariam por meio dessas dialéticas a fim de solucionar uma determinada situação.

Diante deste percurso, fizemos algumas escolhas no que se refere aos procedimentos metodológicos, que delimitaram a realização da pesquisa e, por isso, tomamos por base pressupostos da Engenharia Didática para estruturar a elaboração, aplicação e análise da proposta de atividades por meio das análises preliminares, análises *a priori*, experimento e análise *a posteriori*.

As análises preliminares, para a elaboração da proposta de atividades, foram realizadas tomando referência da revisão da literatura realizada, uma vez que os documentos e trabalhos abordados nos permitiram perceber como as Medidas de

Tendência Central situam-se no currículo e nos livros didáticos, nas concepções dos professores e alunos, bem como possíveis tecnologias a serem utilizadas no seu ensino.

As análises *a priori* das atividades estiveram focadas nas dialéticas da TSD, de modo que o esperado foi que o GeoGebra potencializasse o tratamento dos dados das atividades e contribuísse para os participantes apresentarem resultados aos questionamentos, colaborando para o sujeito transitar nas dialéticas da situação na perspectiva do aporte teórico.

O experimento, composto de quatro atividades, esteve a todo o momento apoiado pelo referencial teórico, de modo que em cada atividade os participantes foram colocados, tendo o GeoGebra como apoio, em situações características de *ação, formulação, validação e institucionalização*, esta última estando sob o domínio do professor, que planejou o momento considerado adequado para institucionalizar o saber em jogo na proposta de atividades.

As análises *a posteriori* consistiram em identificar momentos das atividades nos quais os participantes transitaram por dialéticas características da TSD e observou-se contribuições do GeoGebra nas respostas aos questionamentos das atividades.

Desse modo, identificamos na descrição das aplicações das atividades que, em uma dialética de *ação*, o GeoGebra, em todas as atividades, apresentou contribuições positivas por possibilitar aos alunos organizar os dados dos problemas com rapidez, bem como, ao seguir os materiais de apoio, o *software* possibilitou encontrar respostas para alguns questionamentos de forma muito rápida.

Na questão apresentada: qual valor para a média em relação ao conjunto de dados? Em uma dialética de *formulação*, de acordo com a descrição das atividades, ao organizar os dados em tabelas, listas, listas ordenadas, representação gráfica, ou mesmo os valores para as Medidas de Tendência Central, isso permitiu aos alunos discutirem sobre a representação dos valores em relação ao conjunto de dados. Tal fato pode ser observado no trecho de uma discussão na atividade 1 acerca da representação do valor para a mediana.

“[...]o professor fez uma intervenção, orientando que olhassem para as listas de dados.

Seguem as falas dos alunos ao olharem para as listas:

Aluno **d1**: *Este valor aparece muitas vezes.*

Aluno **d2**: *O número está mais ou menos na metade”.*

Durante o desenvolvimento das atividades, questionamentos foram colocados aos alunos, em que eles deveriam expressar ou descrever significados para as Medidas de Tendência Central, ou seja, argumentando uma *validação* para o objeto de estudo.

Neste sentido, elementos como a representação gráfica auxiliaram aos alunos para que percebessem a presença de um valor modal em um conjunto de dados. Tal fato pode ser observado na atividade de relação do valor para a moda e a relação com a representação gráfica dos dados, apresentada pelo aluno **d1**.

- No gráfico obtido, o que significa a barra maior? Coincide com o valor da moda encontrado? *Os números que se repete, sim coincide*

No que se refere à dialética de *institucionalização* do saber em jogo, o professor, após discutir as respostas dadas pelos participantes, utiliza de elementos presentes em suas respostas, construindo uma definição do objeto matemático em estudo.

A partir das análises realizadas, o objetivo principal desta pesquisa, ao apontar possíveis potencialidades do GeoGebra em uma proposta de atividades, nos parece ter sido atingido, uma vez que, por meio deste experimento, levamos os participantes a mobilizarem conhecimentos prévios a fim de darem significados para as Medidas de Tendência Central.

Na tentativa de responder a nossa questão de pesquisa: *Como a utilização do GeoGebra em uma Proposta de Atividades pode potencializar o ensino de Medidas de Tendência Central?* Tomamos como referência as dialéticas oriundas do nosso aporte teórico.

A realização do experimento permitiu identificar que os participantes, ao utilizarem o GeoGebra em uma dialética de *ação*, realizaram o tratamento dos dados com facilidade e para questões objetivas, o simples comando no *software* apresenta o resultado, podendo ser útil ao aluno aplicá-lo em outras situações.

Em uma dialética de *formulação*, os valores encontrados para as Medidas de Tendência Central e as múltiplas representações dos dados, nas janelas do GeoGebra, favoreceram aos participantes conjecturar sobre a relação dos valores encontrados com os dados de sua origem.

Determinadas representações dos dados no GeoGebra permitiram aos alunos identificar propriedades das Medidas de Tendência Central em uma dialética de *validação*, potencializando o poder de argumento do aluno, característico dessa dialética.

No que concerne ao professor em uma dialética de *institucionalização*, as múltiplas representações de um mesmo conjunto de dados permitiram que fossem feitos, aos alunos, outros questionamentos, possibilitando discussões acerca de possíveis propriedades para as Medidas de Tendência Central, o que contribuiu para o professor, junto aos alunos, institucionalizar o saber.

Embora podemos considerar que o GeoGebra contribuiu positivamente neste experimento, ressaltamos que o objeto de estudo, foco desta investigação, é um conteúdo prescrito para as séries finais do Ensino Fundamental e, ainda, confirmando apontamentos trazidos inicialmente, de que os participantes deste estudo foram alunos ingressantes no Ensino Médio, tais alunos apresentaram evidências no que se refere à necessidade de estudos do objeto em questão.

Diante dos resultados obtidos neste estudo e agora retomando o que Bortolossi (2016, p.430) salienta como uma vantagem didática, entendemos que as múltiplas representações que o GeoGebra permite, ao se trabalhar com elementos matemáticos e, neste caso, estatísticos, nos leva ao conceito de Transnumeração.

Pesquisas futuras podem apresentar propostas de atividades na tentativa de potencializar este processo de pensamento, por meio de atividades que se utilizem das múltiplas representações do GeoGebra e analisadas na perspectiva da Transnumeração.

REFERÊNCIAS

ABAR, C. A. A. P. **Educação Matemática na Era Digital**. Unión Revista Iberoamericana de Educación Matemática, n. 27, p. 13-28, 2011.

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba: Ed: UFPR, 2007.

ARTIGUE, M. **Ingeniería didáctica**. In: ARTIGUE, M.; DOUADY, R.; MORENO, L. Ingeniería Didáctica en Educación Matemática Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Bogotá: Una empresa docente ® & Grupo Editorial Iberoamérica, S.A. de C.V., 1995. p. 25-60.

BATANERO, C. **Significado y Comprensión de las Medidas e Posición Central**, Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada UNO, 2000, 25, 41-58.

BORTOLOSSI, H. J. **O Uso do Software gratuito GeoGebra no Ensino e na Aprendizagem de Estatística e Probabilidade**. VIDYA, v. 36, n. 2, p. 429-440, jul./dez., 2016 - Santa Maria, 2016. ISSN 2176-4603

BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasil, 1998.

BRASIL. **Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Proposta preliminar. Segunda versão revista**. Brasília: MEC, 2016. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/> Acesso em: 23 mar. 2017.

BROUSSEAU, G. **Fundamentos y métodos de la didáctica de las matemáticas**. Trad. de Foundations et méthodes de la didactique des Mathematiques. Researches en Didactique, v. 7, n. 2, p. 33-115, 1986.

BUSSAB, W. O.; MORETTIN, P. A. **Estatística Básica**, 4 ed. São Paulo. Atual, 1987.

CHEVALLARD, Y. **La fonction professoral e: Esquisse d'un modele didactique**. In: **ECOLE ET UNIVERSITE D'ETE DE DIDACTIQUE DES MATEMATIQUES**, 8, 1995, Saint- sauves d'Auvergne. Acts de lécole d'été, Saint- sauves d'Auvergne: IREM de Clermont- Ferrand, 1996. p. 83 – 122.

COBO, B. **Significados de las Medidas de Posición Central para los Estudiantes de Secundaria**. 2003. Tese (Doctorado em Didactica de La Matemática) Universidad de Granada – UGR. Granada- Espanha.

FIorentini, D.; Lorenzato, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3 ed. Ver.Campinas, SP: Autores Associados, 2012.

FREITAS, J. L. M. **Teoria das Situações Didáticas**. In: MACHADO, S. D. A. (Org.) Educação Matemática: uma (nova) introdução. São Paulo: EDUC, 2015. p. 77-112.

FRIOLANI, L. C. **O Pensamento Estocástico nos livros didáticos do Ensino Fundamental**. 2007. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/ SP), São Paulo.

GAL, I. **Adults' statistical literacy: meanings, components, responsabilites**. International Statistical Review, cidade, v. 70, n.1, p. 1-50, ano 2002.

GITIRANA, V.; ANJOS. D.; GUIMARÃES. G.; MARQUES. M. **Média Aritmética no Ensino Fundamental**. In: LOPES, C. A. E; COUTINHO, C. Q. S; ALMOULOU, S. A. (Org.). Estudos e Reflexões em Educação Estatística. Campinas: Mercado de Letras, 2010. Cap. 4, p. 105-131.

LEMOS, M. P. F. **O Desenvolvimento Profissional de Professores do 1º ao 5º Ano do Ensino Fundamental em um Processo de Formação para o Ensino de Medidas de Tendência Central**. 2011. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/ SP). São Paulo.

LEVINE, D. M.; BERENSON, M. L.; STEPHAN, D. **Estatística: Teoria e Aplicações Usando Microsoft® Excel em Português**. Rio de Janeiro: LTC, 2000.

LOPES, C. A. E. **A Probabilidade e Estatística no Ensino Fundamental: Uma Análise Curricular**. 1998. Dissertação (Mestrado em Educação) Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP. Campinas.

LOPES, C. A. E. **Os desafios para educação estatística no currículo de matemática**. Estudo e reflexões em educação estatística. Campinas: Mercado de Letras, p. 47-64, 2010.

MACHADO, S. D. A. **Engenharia Didática**. In: MACHADO, S. D. A. (Org.) Educação Matemática: uma (nova) introdução. São Paulo: EDUC, 2015. p. 233-247.

MARTINS, G. A.; DONAIRE, D. **Princípios de estatística**. 3. ed. São Paulo: Atlas, 1987.

MORAIS, T. M. R. **Um estudo sobre o Pensamento Estatístico: Componentes e Habilidades**. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/ SP), São Paulo.

NEVES, J. L. **Pesquisa qualitativa: características, usos e possibilidades**. Caderno de pesquisas em administração, São Paulo, v. 1, n. 3, p. 2, 1996.

NOVAES, D. V. **A Mobilização dos Conceitos Estatísticos: Estudo exploratório com alunos de um Curso de Tecnologia em Turismo**. 2004. Dissertação (Mestrado

em Educação Matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/ SP), São Paulo.

POMMER, W. M. **A Engenharia Didática em sala de aula: Elementos básicos e uma ilustração envolvendo as Equações Diofantinas Lineares**. São Paulo: [sn], 2013.

RIBACIONKA, M. C. S. **Uma proposta de Webquest para a introdução ao letramento estatístico dos alunos da EJA**. 2010. 210f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/ SP), São Paulo.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. **Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias** / Secretaria da Educação – 1. Ed. atual. – São Paulo: SE, 2011. 72 p.

SHAMOS, M. H. **The myth of scientific literacy**. New Brunswick: Rutgers University Press, 1995.

WILD, C. H.; PFFANNKUCH, M. **Statistical thinking in empirical enquiry**. International Statistical Review, Auckland, v. 67, n.3, p. 223-65, ano 1999.

Anexo A

SOLICITAÇÃO DE AUTORIZAÇÃO PARA A PESQUISA

SOLICITAÇÃO DE AUTORIZAÇÃO PARA PESQUISA NA ESCOLA ESTADUAL EURYDICE ZERBINI PROFESSORA

São Paulo, 28 de maio de 2017.

A Diretora Geral Ana Maria Nogueira,

Eu, José Ronaldo Alves Araújo, responsável principal pelo projeto de pesquisa desenvolvido no curso de Mestrado Acadêmico em Educação Matemática do PROGRAMA DE ESTUDOS PÓS-GRADUADOS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA da PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO, venho pelo presente, solicitar, através da Diretora Geral da Escola Estadual Eurydice Zerbini Professora, Sra. Ana Maria Nogueira, autorização para realizar pesquisa com alunos das turmas de 1ª série do Ensino Médio da Escola.

O trabalho de pesquisa, sob o título, *Uma sequência de atividades para o estudo de Medidas de Tendência Central com o apoio do software GeoGebra*, tem como objetivo criar situações a serem trabalhadas com suporte do *software GeoGebra*, com alunos da do 1º ano do ensino médio em que pretendemos responder, a partir da aplicação de uma Sequência de atividades, *“como a utilização do software GeoGebra em uma Sequência de atividades pode potencializar o estudo de Medidas de Tendência Central”*. O estudo tem por finalidade buscar respostas que possam permitir o aprimoramento do processo de ensino e aprendizagem da Matemática destes alunos.

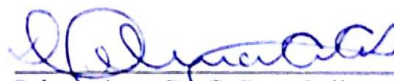
Orientado pela Professora Dra. Celina Aparecida A. Pereira Abar e após a aprovação do Comitê de Ética em Pesquisa, a coleta de dados deste projeto será iniciada, no contra período das aulas dos alunos participantes do projeto, atendendo à todas as solicitações administrativas e pedagógicas da escola.

Contando com a autorização da Sra. Ana Maria Nogueira, coloco-me à disposição para qualquer esclarecimento.

Atenciosamente,



Pesquisador: José Ronaldo Alves Araújo
Cel. (11) 98984-6347
RG: 58. 375. 802-2



Orientadora: Prof.ª. Dra. Celina A. A. P. Abar
RG:4.350.176

AUTORIZAÇÃO



ESCOLA ESTADUAL EURYDICE ZERBINI PROFESSORA

Anexo B

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

O projeto de pesquisa intitulado *Uma sequência de atividades para o estudo de Medidas de Tendência Central com o apoio do software GeoGebra*, propõe situações a serem trabalhadas com suporte do software GeoGebra, com alunos da do 1º ano do ensino médio em que pretendemos responder, a partir da aplicação de uma sequência de atividades, *“como a utilização do software Geogebra em uma sequência de atividade pode potencializar o estudo de Medidas de Tendência Central”*.

Os dados para o estudo serão coletados nos momentos de resolução das atividades, quando da utilização, pelos alunos, da referido software para a resolução das respectivas atividades realizadas com a supervisão do pesquisador. Os alunos participantes poderão narrar suas experiências e todos os encontros serão gravados em áudio. Tanto os instrumentos de coleta de dados quanto o contato interpessoal oferecem riscos mínimos aos participantes.

Em qualquer etapa do estudo o responsável pelo aluno ou o próprio aluno terão acesso ao Pesquisador para esclarecimento de eventuais dúvidas (no endereço abaixo), e terá o direito de retirar-se do estudo a qualquer momento, sem qualquer penalidade ou prejuízo. As informações coletadas serão analisadas pelo pesquisador e serão garantidos o sigilo, a privacidade e a confidencialidade das atividades desenvolvidas, sendo resguardado o nome dos participantes (apenas o Pesquisador Responsável terá acesso a essa informação), bem como a identificação do local da coleta de dados.

Caso haja alguma consideração ou dúvida sobre os aspectos éticos da pesquisa, se poderá entrar em contato com o Comitê de Ética da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – Sede Monte Alegre, localizado na Rua Ministro de Godói, 969 – Perdizes – São Paulo – Cep: 05015-001 – Tel: (11) 3670-8466.

Desde já agradecemos a colaboração.

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

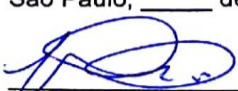
Declaro que li e entendi os objetivos deste estudo apresentadas pelo Pesquisador Responsável. Estou ciente que a participação é voluntária, e que, a qualquer momento, tem-se o direito de obter outros esclarecimentos sobre a pesquisa e de retirar-se da mesma, sem qualquer penalidade ou prejuízo.

Nome do Participante da Pesquisa: _____

Assinatura do Participante da Pesquisa: _____

Declaro que expliquei ao Participante da Pesquisa ou a seu Responsável os procedimentos a serem realizados neste estudo, seus eventuais riscos/desconfortos, possibilidade de retirar-se da pesquisa sem qualquer penalidade ou prejuízo, assim como esclareci as dúvidas apresentadas.

São Paulo, ____ de _____ de _____.


 José Ronaldo Alves Araújo
 Pesquisador
 jronaldoaaraujo@gmail.com


 Profa. Dra. Celiã Aparecida A. Pereira Abar
 Orientadora

Anexo C

CONHECIMENTO DO COMITÊ DE ÉTICA

A pesquisa foi aprovada pelo Comitê de Ética da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP sob o título “Uma proposta de atividades para o estudo das Medidas de Tendência Central com apoio do GeoGebra” e com CAAE número 84046518.9.0000.5482.